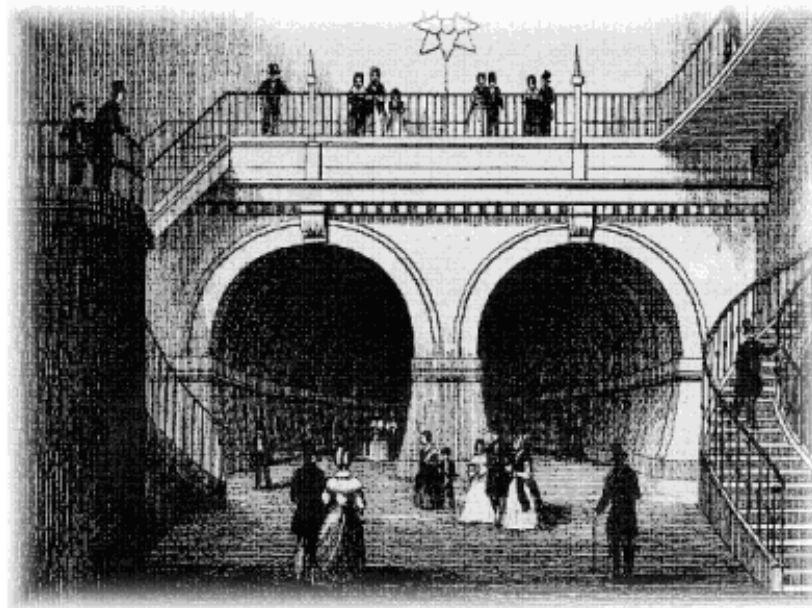


Γ. ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ ΚΡΗΤΗΣ

Μ. ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΥ
ΛΕΚΤΟΡΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΗΡΑΓΓΩΝ
ΚΑΙ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΕΡΓΩΝ



ΧΑΝΙΑ 2006

Στο σκίτσο της προηγούμενης σελίδας φαίνεται η σήραγγα του Τάμεση (Thames Tunnel) που κατασκευάστηκε από τον Marc Brunel μεταξύ του 1825 και 1843 και ήταν παγκοσμίως η πρώτη σήραγγα που διέσχιζε ποτάμι αλλά και η πρώτη εφαρμογή της μεθόδου διάνοιξης της «ασπίδος». Η σήραγγα μήκους περίπου 400 m βρίσκεται μεταξύ του Wapping στην βόρεια όχθη του ποταμού Τάμεση και του Rotherhithe στην νότια όχθη στο Ανατολικό Λονδίνο. Αρχικά η σήραγγα είχε σχεδιασθεί για τα άλογα και πεζούς ενώ σήμερα αποτελεί τμήμα του υπογείου σιδηροδρόμου του Λονδίνου (LUL).

Πρόλογος

Ο σκοπός συγγραφής ενός νέου βιβλίου είναι να συμπληρώσει ένα κενό στην υπάρχουσα βιβλιογραφία. Η παρούσα Μονογραφία έγινε γιατί από την δεκαετία του '80 και τις αρχές της δεκαετίας του '90 έως σήμερα έγιναν διάφορες σημαντικές αλλαγές που κατά το πλείστον παρουσιάζονται σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά, όπως:

1. Σταδιακή εφαρμογή κατά το Σχεδιασμό Υπογείων Έργων σε όλο και μεγαλύτερο βαθμό, της επιστήμης της Μηχανικής του Συνεχούς και του Ασυνεχούς Μέσου με αντίστοιχη μείωση του πεδίου εφαρμογής των εμπειρικών και διαισθητικών μεθοδολογιών. Έμφαση δηλαδή στις επιστημονικές εκείνες μεθόδους που μπορούν να εφαρμοσθούν στο σχεδιασμό των υπογείων έργων.
2. Σημαντικές πρόοδοι της εφαρμογής των υπολογιστικών μεθόδων στη Γεωμηχανική (ποικιλία εμπορικών υπολογιστικών πακέτων όπως το FLAC, PLAXIS, ABAQUS κ.λπ.) με ταυτόχρονη μεγάλη διάδοση, μείωση του κόστους και αύξηση μνήμης και ταχύτητας των προσωπικών υπολογιστών.
3. Η αναγνώριση διεθνώς της σηραγγοποιίας (tunneling, tunnelbau) ως ξεχωριστού κλάδου της Μηχανικής.
4. Η ανάγκη για τυποποίηση και εναρμόνιση στην Ευρωπαϊκή Ένωση των μεθόδων ανάλυσης των γεωτεχνικών έργων (θεμελιώσεις, υπαίθριες - υπόγειες εκσκαφές) και εφαρμογή σε τρία χρόνια από τώρα του Ευρωκώδικα 7 (Eurocode 7, EC7, 1997).
5. Ανάγκη για την ανάπτυξη κλειστών αναλυτικών ή ημι-αναλυτικών λύσεων σε πολλά προβλήματα της Γεωμηχανικής.

Εισαγωγή

Ο σχεδιασμός των υπογείων έργων και των σηράγγων μπορεί να γίνει με διαφορετικές προσεγγίσεις, όπως είναι:

1. Με την διαισθητική μέθοδο κατά την οποία ο μηχανικός εξετάζει επί τόπου τις γεωλογικές, τεκτονικές, υδρογεωλογικές και γεωτεχνικές συνθήκες, καρότα γεωτρήσεων και αποτυπώσεις των ασυνεχειών και προτείνει το τρόπο εξόρυξης, τη διαστασιολόγηση της σήραγγος και την επιλογή και διαστασιολόγηση των μέτρων υποστήριξης (κοχλίες, πάχος εκτοξευόμενου σκυροδέματος κ.λπ.)
2. Με την εμπειρική μέθοδο ακολουθώντας κάποιο σύστημα (εμπειρικό) γεωμηχανικής ταξινόμησης των εδαφοβραχομαζών (βλ. Κεφάλαιο 2) και εμπειρικά νομογράμματα, πίνακες ή τύπους.
3. Με την επιστημονική μεθοδολογία που βασίζεται αφενός μεν σε επί τόπου μετρήσεις των τάσεων ή/και των μετατοπίσεων και εργαστηριακές πειραματικές μετρήσεις της Εδαφομηχανικής και της Βραχομηχανικής, αφετέρου δε σε καταστατικούς νόμους της μηχανικής συμπεριφοράς των γεωυλικών και σε θεμελιώδεις εξισώσεις της Μηχανικής (λ.χ. νόμοι διατήρησης ορμής και στροφορμής, νόμος διατήρησης μάζας και ενέργειας). Κατά την εφαρμογή της μεθόδου αυτής συνήθως γίνεται η παραδοχή της συνέχειας του γεωλογικού μέσου (θεωρία της «Μηχανικής του

Συνεχούς Μέσου») και η μηχανική ανάλυση με τη χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων ή συνοριακών στοιχείων.

Λόγω της πολύπλοκης φύσης του προβλήματος και των κοστολογικών-χρονικών περιορισμών αλλά και της ακρίβειας που απαιτείται στο σχεδιασμό ενός υπόγειου έργου σπάνια εφαρμόζεται ξεχωριστά μία μέθοδος εκ των παραπάνω. Συνήθως η μεθοδολογία σχεδιασμού περιλαμβάνει και τις τρεις μεθόδους. Παρόλαυτα η γενίκευση και η προώθηση της μηχανικής των υπογείων έργων και των σιηράγγων δεν μπορεί να γίνει χωρίς την τρίτη μέθοδο. Πρέπει όμως να γίνει κατανοητό ότι η μη-κριτική εφαρμογή των εμπορικών συνήθως υπολογιστικών προγραμμάτων μηχανικής ανάλυσης μπορεί να οδηγήσει σε ανασφαλή αποτελέσματα γι' αυτό και πρέπει να δίνεται έμφαση στην παραγωγή και χρήση αναλυτικών λύσεων. Οι αναλυτικές λύσεις δίνουν την σχετική επίδραση των ποιό σημαντικών παραμέτρων και των μηχανισμών που υπεισέρχονται στη μηχανική ανάλυση ενός υπόγειου έργου και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων των υπολογιστικών μοντέλων.

Η θεώρηση του γεωλογικού σχηματισμού ως συνεχούς μέσου είναι αναγκαία λόγω της πολυπλοκότητας που προέρχεται από τους εξής παράγοντες:

- Τρισδιάστατη φύση του εντατικοπαραμορφωσιακού πεδίου πέριξ της σήραγγος.
- Πολύπλοκη συμπεριφορά των γεωλογικών υλικών (ανισοτροπία, μη-γραμμικότητα, πλαστική διαρροή, μόνιμες παραμορφώσεις, υστέρηση, ερπυσμός, ασυνέχειες κ.λπ.).
- Τοπικές μεταβολές (πολλές φορές έντονες) των ιδιοτήτων των γεωλογικών υλικών.

Κάποιος θα μπορούσε να ρωτήσει αν είναι σκόπιμο και ρεαλιστικό να γίνουν μοντέλα¹ Συνεχούς Μέσου που θα προσομοιώνουν πολύπλοκα γεωπεριβάλλοντα. Η απάντηση είναι ότι πρέπει να γίνουν γιατί:

1. Τα μοντέλα δεν αναπαριστούν την πραγματικότητα αλλά δίνουν τα βασικά χαρακτηριστικά της μελετούμενης διαδικασίας που παίζουν σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό και στη πρόβλεψη της μηχανικής συμπεριφοράς ενός έργου. Είναι διατυπωμένη πλέον πρακτική άποψη ότι οι κατασκευαστές είναι δύσκολο πλέον να αναλάβουν μόνοι τους το γεωτεχνικό ρίσκο της αστοχίας κάποιας διαδικασίας κατά την κατασκευή ενός έργου και επιζητούν επιτακτικά την πρόβλεψη της πιθανότητας αστοχίας στην φάση της μελέτης του έργου.
2. Βοηθάνε την διαίσθηση και τον τρόπο σκέψης του μηχανικού για την εύρεση της καλύτερης λύσης εφόσον βοηθάνε στην αναγνώριση φυσικών ποσοτήτων που είναι σημαντικές για το πρόβλημα.
3. Βοηθάνε στην ανάδρομη ανάλυση επί τόπου μετρήσεων καθιζήσεων, συγκλίσεων και τάσεων στη γειτονιά υπόγειων έργων και κατόπιν στην εξαγωγή συμπερασμάτων ή και τιμών παραμέτρων του πετρώματος.

Είναι προφανές ότι θεωρήσεις που βασίζονται στη γεωλογική ή γεωτεχνική διαίσθηση και την εμπειρία δεν είναι μοντέλα από τη στιγμή που δεν λαμβάνουν υπόψη τους νόμους της Μηχανικής. Εδώ αναφέρουμε την προειδοποίηση του Γεωλόγου A. Heim για την πιθανή αστοχία της σήραγγας του Simplon² εξαιτίας του μεγάλου βάθους

¹ Η έννοια του «μοντέλου» όπως χρησιμοποιείται εδώ εμπεριέχει την έννοια της «παραδοχής» και εν τέλει της «θεωρίας».

² Η σήραγγα του Simplon ενώνει τα σιδηροδρομικά συστήματα της Ελβετίας και της Ιταλίας κάτω από το Monte Leone και κατασκευάστηκε το 1906.

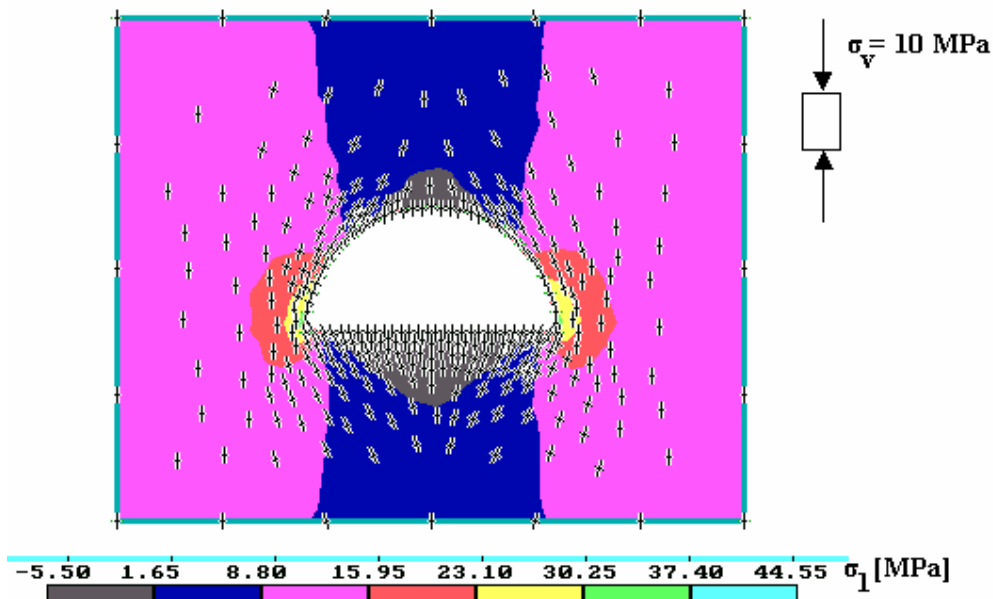
των υπερκειμένων (2 km) και του σχηματισμού στήλης πετρώματος ύψους 2 km πάνω από τη σήραγγα που θα οδηγούσε σε υπέρβαση της αντοχής ανεμπόδιστης θλίψης του πετρώματος. Προφανώς ο Heim αγνούσε ότι η αντοχή των πετρωμάτων επηρεάζεται από την υδροστατική πίεση και ότι αναλόγως αυτής η τριαξονική αντοχή των μπορεί να υπερβαίνει κατά πολύ την αντοχή ανεμπόδιστης θλίψης.

Κεφάλαιο 1:

Τρόποι και Ανάλυση Αστοχίας Σηράγγων

1.1 Τρόποι Αστοχίας Σηράγγων

Κατά την κατασκευή υπογείων έργων είναι γεγονός ότι οποιοσδήποτε τύπος εδαφικής μάζας ή βραχομάζας - εκτός από την κινούμενη άμμο - αναπτύσσει «φυσικό θόλο» στην γειτονιά αυτών. Αυτή η ιδιότητα των γεωυλικών είναι που επιτρέπει την όρυξη ανοιγμάτων σ' αυτά. Η τέχνη της σηραγγοποιίας έγκειται στην μικρότερη δυνατή διαταραχή αυτού του τόξου κατά την εξόρυξη και στην πρόβλεψη των τάσεων και των παραμορφώσεων και όχι στην εκ των υστέρων αντιμετώπιση υψηλών τάσεων και μετατοπίσεων με μέτρα υποστήριξης. Στο παράδειγμα του Σχ. 1.1 φαίνεται ο σχηματισμός ενός τέτοιου τόξου περίξ της ημικυκλικής σήραγγας – στην οροφή και στο δάπεδο αντιστοίχως - σε συνεχές, ομογενές και ισότροπο πέτρωμα.

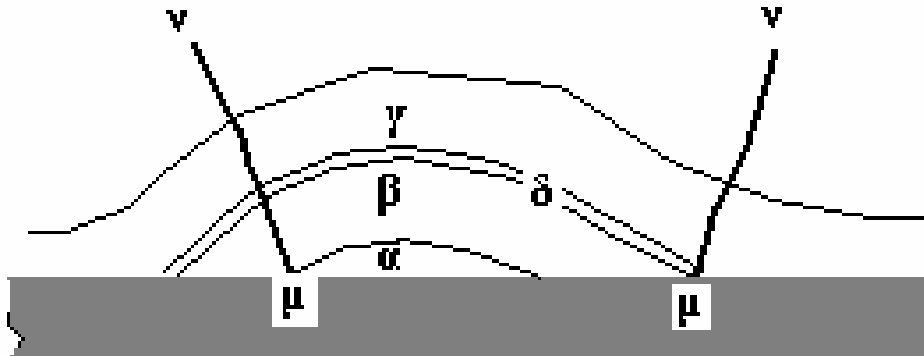


Σχ. 1.1. Διάγραμμα κυρίων τάσεων περίξ ημικυκλικής στοάς σε μονοαξονικό πεδίο επί τόπου τάσεων.

Οι περισσότεροι κίνδυνοι κατά την διάνοιξη υπογείων έργων οφείλονται σε φυσικά φαινόμενα. Όταν το πέτρωμα είναι συνεχές και ομοιογενές τότε δεν υπάρχει κίνδυνος. Συνήθως όμως οι μάζες των εδαφών και των πετρωμάτων είναι πτυχωμένες, διασχίζονται από διακλάσεις ή είναι ανομοιογενείς, που σημαίνει ότι κακή εκτίμηση - πρόβλεψη αυτών των γεωλογικών συνθηκών μπροστά από το μέτωπο εγκυμονεί κινδύνους κατά την εξόρυξη.

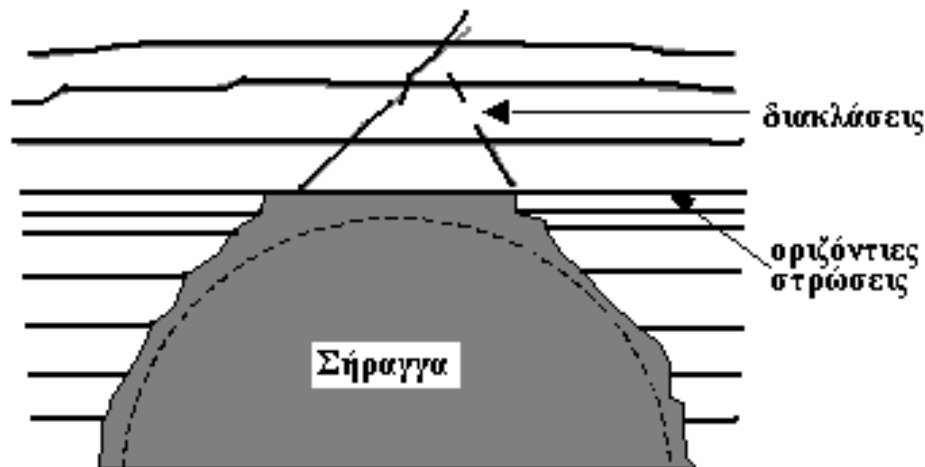
Μιά συνήθης περίπτωση αστοχίας σηράγγων παρουσιάζεται στο Σχ. 1.2. Αφού το μέτωπο έχει προχωρήσει από ένα φαινομενικά καλό πέτρωμα, οι πτυχώσεις (α) και (β) έχουν απωλέσει το δάπεδο τους εξαιτίας της εξόρυξης. Το υπόγειο ύδωρ που διεισδύει μέσω των ρηγμάτων (μν) διαλυτοποιεί το υλικό πληρώσεως και συνοχής που συγκρατεί

τις στρώσεις μεταξύ των με συνέπεια το ογκοτεμαχισμένο πέτρωμα να καταπέσει εντός της σήραγγος.



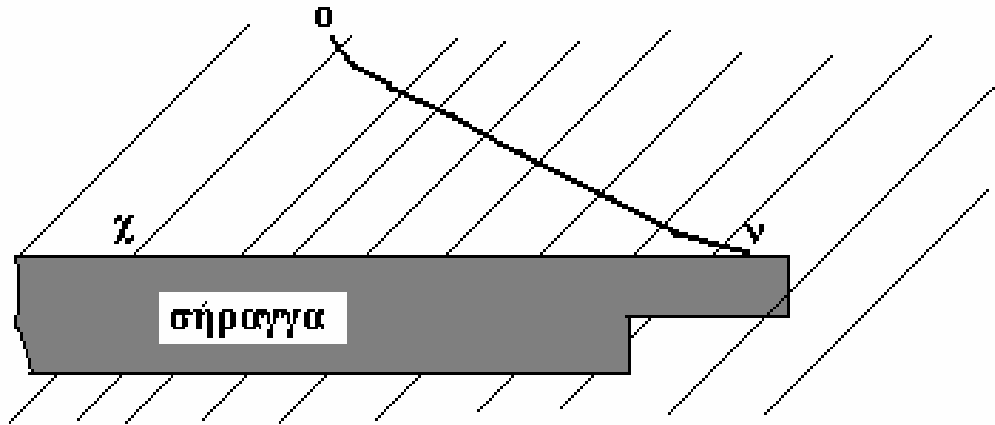
Σχ. 1.2. Κίνδυνος κατάπτωσης της οροφής λόγω υποσκαφής – κατά την όρυξη σήραγγος - των πτωχώσεων (α) και (β). Το ύδωρ που εισέρχεται από τα ρήγματα (μ) θα διαλυτοποιήσει το υλικό συνοχής (δ) που συγκρατεί το ογκοτεμάχιο πετρώματος στη θέση του.

Αστοχία στην οροφή μιας σήραγγος μπορεί επίσης να εκδηλωθεί αν η βραχομάζα διασχίζεται από πυκνό δίκτυο οριζοντίων στρώσεων (λ.χ. λεπτοπλακώδεις ασβεστολιθικές μάζες, σχιστόλιθοι κ.λπ.). Αν η οροφή της σήραγγας που φαίνεται στο Σχ. 1.3 αφηθεί ανυποστήρικτη για αρκετό χρονικό διάστημα, τότε η ογκοτεμαχισμένη στρώση της οροφής θα χάσει την συνοχή της εξαιτίας της εκτόνωσης των τάσεων στην περιοχή αυτή και θα κατακρημνισθεί. Παρουσία ύδατος – που υπάρχει πάντα σε ρηγματωμένες μάζες πετρωμάτων – η πτώση της οροφής είναι βεβαία. Συνεπώς, και στις δύο περιπτώσεις των Σχ. 2 και 3 η αστοχία της οροφής θα αποφευχθεί όταν η υποστήριξη τοποθετηθεί πριν από την κρίσιμη χαλάρωση της βραχομάζας (λόγω της εκτόνωσης των τάσεων).



Σχ. 1.3. Κίνδυνος κατάπτωσης οροφής λόγω οριζόντιας στρωσιγένειας του πετρώματος και διακλάσεων μεγάλης κλίσης.

Μια άλλη κατάσταση πιθανής αστοχίας της οροφής σήραγγος παρουσιάζεται στο Σχ. 1.4. Αν από το ρήγμα (ον) μεταφέρεται ύδωρ τότε η ζώνη αστοχίας περικλείεται μεταξύ του (χ) και του (ν), ήτοι οποιοδήποτε ογκοτεμάχιο που βρίσκεται σ' αυτή τη ζώνη μπορεί να κατακρημνισθεί ή πιθανώς καταπέσει όλη η μάζα του πετρώματος κάτω από το ρήγμα.



Σχ. 1.4. Διάνοιξη σήραγγας σε στρωσιγενές και ρηγματωμένο πέτρωμα, με παρουσία υδροφορίας στο ρήγμα (ον).

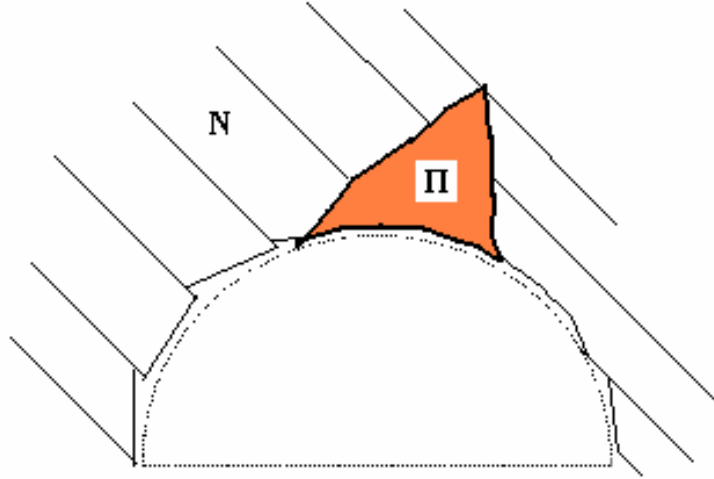
Η μεταβολή των γεωλογικών συνθηκών κατά την διάνοιξη μιας σήραγγας – λ.χ. απότμηση άλλου στρώματος πετρώματος - εγκυμονεί κίνδυνο αστοχίας αυτής. Στο Σχ. 1.5 το μέτωπο της σήραγγας έχει διατρυπήσει μαλακό σχηματισμό (Κ). Ακριβώς στη ζώνη μετάβασης υπάρχει μεγάλη πιθανότητα κατάπτωσης της οροφής, στην περίπτωση δε που υπάρχει ρήγμα στο στρώμα (Κ) η κατάπτωση της οροφής θεωρείται βεβαία.



Σχ. 1.5. Μετάβαση από ένα τύπο πετρώματος (Μ) σε άλλο μαλακό πέτρωμα (Κ) κατά την διάνοιξη της σήραγγας. Η αστοχία έχει μεγάλη πιθανότητα να εκδηλωθεί στην επαφή των δύο πετρωμάτων.

Μερικές φορές «ξένα» φερτά γεωυλικά αποτίθενται σε κοιλότητες (κάρστ) του μητρικού πετρώματος με την δράση υπογείων υδάτων, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.6. Αυτή

είναι μία ιδιαίτερα επικίνδυνη περίπτωση αστοχίας της οροφής εφόσον η σφήνα (Π) περιέχει ύδωρ και μπορεί να καταπέσει εντός της σήραγγας.



Σχ. 1.6. Το φερτό γεωώλικο (Π) που έχει αποτεθεί σε κοιλότητα εντός του μητρικού πετρώματος (N) είναι βέβαιο ότι θα κατακρημνισθεί.

Η ευστάθεια ασυνεχούς μάζας πετρώματος που αποκαλύπτεται κατά την εκσκαφή υπογείου έργου εξαρτάται από τον προσανατολισμό, την γεωμετρία και την αντοχή των υπό επίμονων (μεγαλύτερου μήκους, persistent) ασυνεχειών του πετρώματος. Η ανάλυση της ευστάθειας, ο προσδιορισμός της γεωμετρίας της εξόρυξης και η πρόταση για ενδεχόμενα μέτρα υποστήριξης πριν την έναρξη της κατασκευής του υπόγειου έργου βασίζεται στα κάτωθι τρία βήματα:

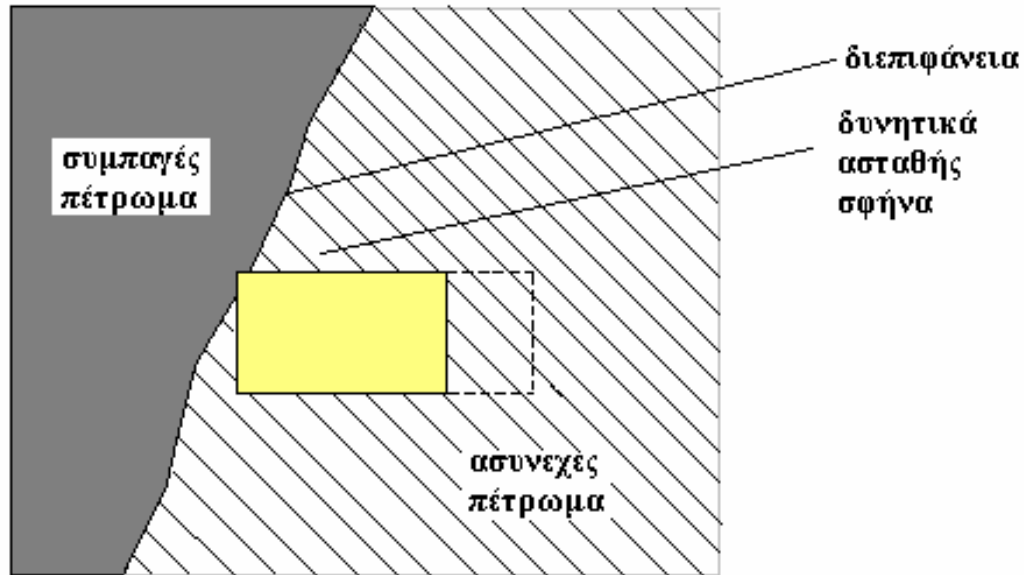
1. Αποτύπωση των ασυνεχειών στη μάζα του πετρώματος
2. Εκτίμηση καταρχήν αν οι ασυνέχειες μπορούν να αποτμήσουν ογκοτεμάχια πετρώματος και αν ναι τότε αν αυτά είναι δυνητικά ασταθή σύμφωνα με δεδομένους μηχανισμούς αστοχίας
3. Προσδιορισμός της ευστάθειας των δυνητικά ασταθών ογκοτεμαχίων πετρώματος, προσδιορισμός πιθανών μέτρων υποστήριξης και αν είναι δυνατόν τροποποίηση της γεωμετρίας και του προσανατολισμού της εκσκαφής.

Η ευστάθεια ενός πρίσματος ή μιας σφήνας που είναι δυνητικά ασταθής εξαρτάται από:

- Τις τάσεις που ασκούνται επί των επιφανειών αυτών των ογκοτεμαχίων, οι οποίες εξαρτώνται από τον προσανατολισμό των και από το εντατικό πεδίο περίξ της εκσκαφής
- Τις ιδιότητες τριβής των ασυνεχειών
- Το βάρος του πρίσματος ή της σφήνας, ήτοι του όγκου του και του μοναδιαίου βάρους του

Κατά το σχεδιασμό των υπογείων έργων πρέπει να μπορούν να αναλυθούν όλες οι ανωτέρω παράμετροι και να ιεραρχηθεί η πρακτική σημασία τους. Για παράδειγμα η επίδραση του βάρους των αποτεμνομένων σφηνών φαίνεται καθαρά στην περίπτωση του Σχ. 1.7. Σ' αυτήν την περίπτωση δημιουργούνται σφήνες πετρώματος στην στέψη

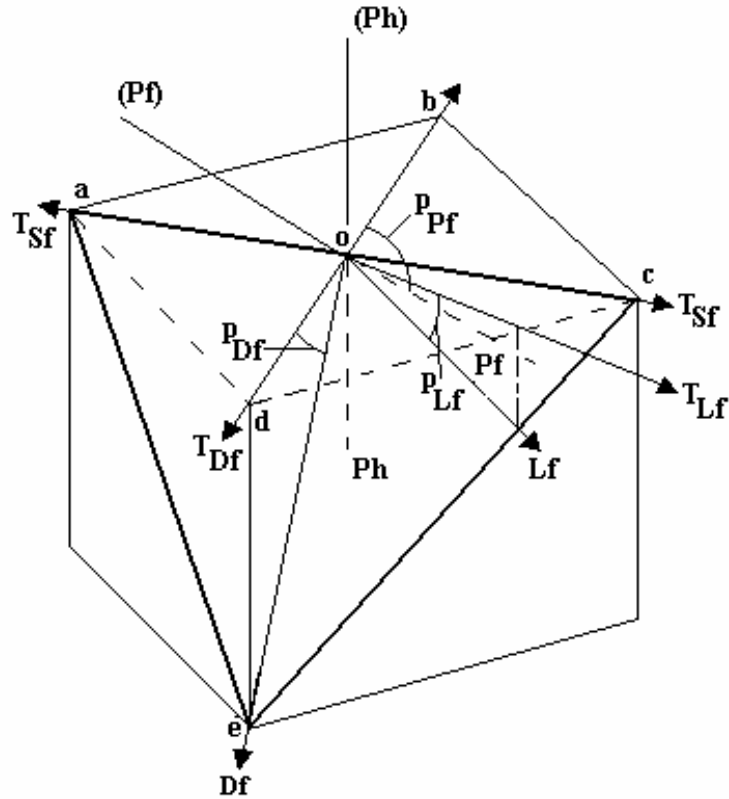
του θαλάμου. Αν ο θάλαμος επεκταθεί τότε είναι προφανές ότι θα φθάσει κάποιο στάδιο κατά το οποίο το πρίσμα της οροφής θα καταπέσει. Αυτό συμβαίνει διότι το βάρος της σφήνας αυξάνει αναλόγως προς το τετράγωνο του ανοίγματος ενώ η κινητοποιημένη δύναμη υποστήριξης αυξάνει – σε πρώτη προσέγγιση - γραμμικά με το μέγεθος του ανοίγματος. Αυτό το παράδειγμα καταδεικνύει την σημαντική αρχή ότι μια μικρή αλλά κρίσιμη αύξηση του ανοίγματος μιας εκσκαφής σε ασυνεχές πέτρωμα μπορεί να προκαλέσει σημαντική μείωση της ευστάθειας του συστήματος μέσω αξιοσημείωτης αύξησης της δύναμης διαταραχής (βάρος της σφήνας) σε σχέση με την κινητοποιημένη δύναμη αντίδρασης.



Σχ. 1.7. Τυπική γεωμετρία που δείχνει την σημαντική αύξηση του βάρους σφήνας πετρώματος στην οροφή θαλάμου σε σχέση με την αύξηση της δύναμης αντίδρασης.

Ο προσανατολισμός στο χώρο επιπέδων ασυνεχειών πετρώματος μπορεί να μετρηθεί είτε από προσανατολισμένες γεωτρήσεις είτε από εκτεθειμένες επιφάνειες του πετρώματος. Το Σχ. 1.8 περιγράφει μερικούς από τους ακόλουθους όρους που χρησιμοποιούνται για τον ορισμό του προσανατολισμού επιπέδων ασυνεχειών:

- Βύθιση (plunge) = η οξεία γωνία που μετράται σε κατακόρυφο επίπεδο, και σχηματίζεται μεταξύ δεδομένης ευθείας και της οριζόντιας.
- Διεύθυνση (trend) = το γεωγραφικό αζιμούθιο ενός κατακόρυφου επιπέδου που περιέχει δεδομένη ευθεία. Η διεύθυνση μετράται συνήθως προς την κατεύθυνση της βύθισης (Σχ. 8).
- Γραμμή μέγιστης κλίσης = η γραμμή επί δεδομένου επιπέδου της οποίας η βύθιση είναι μεγαλύτερη από όλες τις άλλες γραμμές επί του ίδιου επιπέδου.
- Διεύθυνση της κλίσης = η διεύθυνση της γραμμής της μεγαλύτερης κλίσης δεδομένου επιπέδου.
- Διεύθυνση της παράταξης = το γεωγραφικό αζιμούθιο οριζόντιας γραμμής σε δεδομένο επίπεδο.
- Πόλος επιπέδου = η γραμμή που σχηματίζει γωνία 90° με δεδομένο επίπεδο.

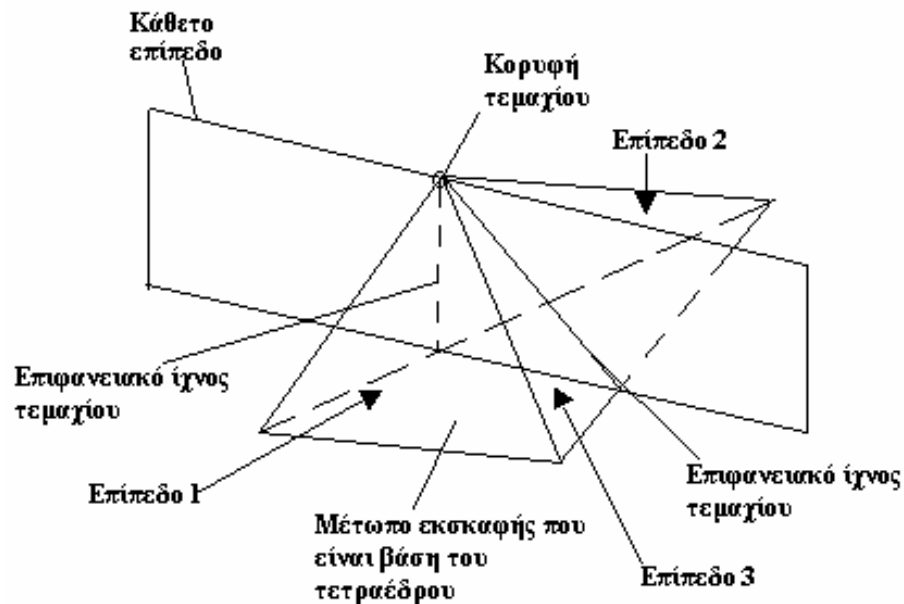


Σχ. 1.8. Ορισμός των όρων που περιγράφουν τον προσανατολισμό επιπέδων ασυνεχειών. h = οριζόντιο επίπεδο $abcd$, f = κεκλιμένο επίπεδο $aoce$, P = πόλος του επιπέδου, D = γραμμή μέγιστης κλίσης του επιπέδου, L = οποιαδήποτε ευθεία του επιπέδου, S = παράταξη του επιπέδου, p = βύθιση της ευθείας, T = διεύθυνση της ευθείας, λ.χ. T_{Df} = διεύθυνση της μέγιστης κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου $aoce$.

Ο προσανατολισμός ενός επιπέδου ασυνέχειας μπορεί να περιγραφεί με τη βύθιση και τη διεύθυνση είτε της γραμμής μέγιστης κλίσης είτε του πόλου του επιπέδου. Όταν έχει αποτυπωθεί ο προσανατολισμός πολλών ασυνεχειών είναι σύνηθες να παρουσιάζονται οι πόλοι των ασυνεχειών σε ημισφαιρική προβολή.

Για την ανάλυση της γεωμετρίας και της ευστάθειας των σφηνών που διαμορφώνονται στην γειτονιά κάποιου υπόγειου ανοίγματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα “UNWEDGE” του τμήματος Rock Engineering του Πανεπιστημίου Torondo. Η γεωμετρία της εκσκαφής μπορεί να έχει δημιουργηθεί πριν με την βοήθεια του AUTOCAD™. Σ’ αυτήν την περίπτωση μπορεί να εισαχθεί στο παρόν πρόγραμμα ως αρχείο DXF. Το πρόγραμμα βασίζεται στη θεώρηση ότι οι σφήνες ορίζονται από 3 επίπεδα ασυνεχειών και φέρουν μόνο το ίδιο βάρος τους. Η επίλυση παρέχει το βάρος και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της σφήνας καθώς και τον συντελεστή ασφαλείας έναντι ολίσθησης. Σημειώνεται ότι δεν υπολογίζονται στην ανάλυση διαδοχικές ολισθήσεις σφηνών, αλλά ολισθαίνει μια σφήνα κάθε φορά. Επίσης γίνεται η παραδοχή ότι οι μετακινήσεις λαμβάνουν χώρα επί των ασυνεχειών και ότι οι σφήνες κινούνται ως άκαμπτα σώματα χωρίς εσωτερική παραμόρφωση ή ρηγμάτωση. Τέλος, παρέχεται η δυνατότητα προσομοίωσης των μέτρων προσωρινής υποστήλωσης με τη μορφή κοχλιών ή εκτοξευομένου σκυροδέματος δίνοντας την αντίστοιχη βελτίωση του συντελεστή ασφαλείας.

Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση αυτού του τύπου είναι απαραίτητο να ορισθεί ο όρος «επιφανειακή γραμμή». Ας θεωρηθεί οποιοδήποτε επίπεδο που είναι κάθετο στο μέτωπο της εκσκαφής και περνάει από την κορυφή του ογκοτεμαχίου (καλείται κάθετο επίπεδο). Οι ευθείες γραμμές που ορίζονται από την τομή αυτού του επιπέδου με την επιφάνεια του στοιχειώδους όγκου καλούνται «επιφανειακές γραμμές». Μία επιφανειακή γραμμή που ορίζεται επί του μετώπου της εκσκαφής καλείται «επιφανειακή γραμμή μετώπου», ενώ τα ζεύγη των επιφανειακών γραμμών που ορίζονται από τα επίπεδα των ασυνεχειών που περιβάλλουν το ογκοτεμάχιο καλούνται «επιφανειακές γραμμές του ογκοτεμαχίου». Κάθε γωνία του ογκοτεμαχίου παριστά μια επιφανειακή γραμμή ογκοτεμαχίου που είναι κοινή σε δεδομένο ζεύγος αλληλοτετακτισμένων επιπέδων ασυνεχειών. Οι παραπάνω όροι επεξηγούνται γραφικά στο Σχ. 1.9.



Σχ. 1.9. Παρουσίαση όρων που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την γεωμετρία τετραεδρικού στοιχειώδους όγκου πετρώματος.

Για να μπορεί να μετακινηθεί προς την ανοικτή εκσκαφή ένας στοιχειώδης όγκος πετρώματος κάτω από την επίδραση της βαρύτητας πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής τρεις κινηματικές συνθήκες:

1. Όλα τα ζεύγη των επιφανειακών γραμμών του ογκοτεμαχίου πρέπει είτε να είναι παράλληλα είτε αποκλίνουντα από το μέτωπο της εκσκαφής (οροφή ή παραμέντα).
2. Τουλάχιστον μια επιφανειακή γραμμή ογκοτεμαχίου πρέπει να κλίνει προς τα κάτω από την οριζόντια προς το μέτωπο της εκσκαφής.
3. Όλες οι επιφανειακές γραμμές του ογκοτεμαχίου πρέπει να εκτείνονται από την κορυφή του και να «ξετρυπούν» στο μέτωπο της εκσκαφής.

Αν οι παραπάνω φαινομενικά «τετριμμένες» κινηματικές συνθήκες ικανοποιούνται και αν οι δυνάμεις διαταραχής υπερβαίνουν τις δυνάμεις αντίστασης τότε ο στοιχειώδης όγκος είτε θα ολισθήσει κατά την έννοια επιφανειακής γραμμής του είτε θα κατακρημνισθεί κατά την κατακόρυφη έννοια.

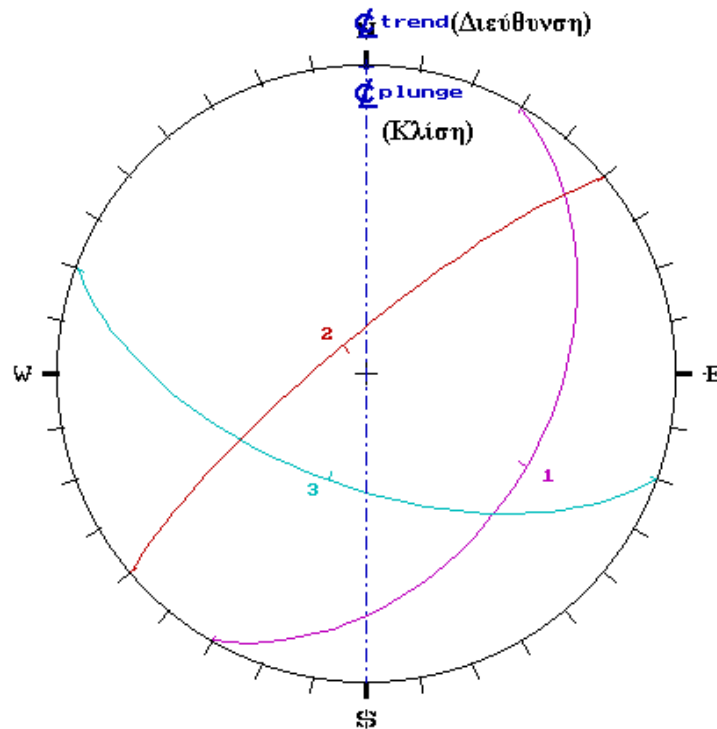
Παράδειγμα: Ας θεωρήσουμε σήραγγα κυκλικής διατομής διαμέτρου 8 m με βύθιση 0° και διεύθυνση 0° ως προς το Βορρά. Υποθέτουμε ότι η σήραγγα αυτή ορύσσεται σε ασυνεχές πέτρωμα μοναδιαίου βάρους 0.027 MN/m³ που διασχίζεται από τρεις οικογένειες ασυνεχειών χωρίς συνοχή των οποίων ο προσανατολισμός, η απόσταση και ο συντελεστής εσωτερικής τριβής φαίνεται στον Πίν. 1.1.

Πίνακας 1.1 Γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά ασυνεχειών.

Οικογένεια	Κλίση (°)	Διεύθυνση κλίσης (°)	Απόσταση (m)	Συντελεστής εσωτερικής τριβής (°)
I	40	120	1	30
II	80	320	1	30
III	60	200	1	30

Με βάση τα δεδομένα προσανατολισμού των ασυνεχειών και της σήραγγας κατασκευάζεται η στερεογραφική προβολή αυτών (Σχ. 1.10). Η βύθιση της σήραγγας παρουσιάζεται με το σύμβολο του σταυρού σε αυτό το διάγραμμα ενώ η προβολή αυτής με διακεκομμένη γραμμή.

Κατόπιν το ίδιο πρόγραμμα υπολογίζει τις μεγαλύτερες δυνατές σφήνες που μπορούν να μετατοπισθούν εντός της εκσκαφής, και για κάθε μία από αυτές το βάρος της και τον αντίστοιχο συντελεστή ασφαλείας. Οι υπολογισμοί αυτοί φαίνονται στο Σχ. 1.11.

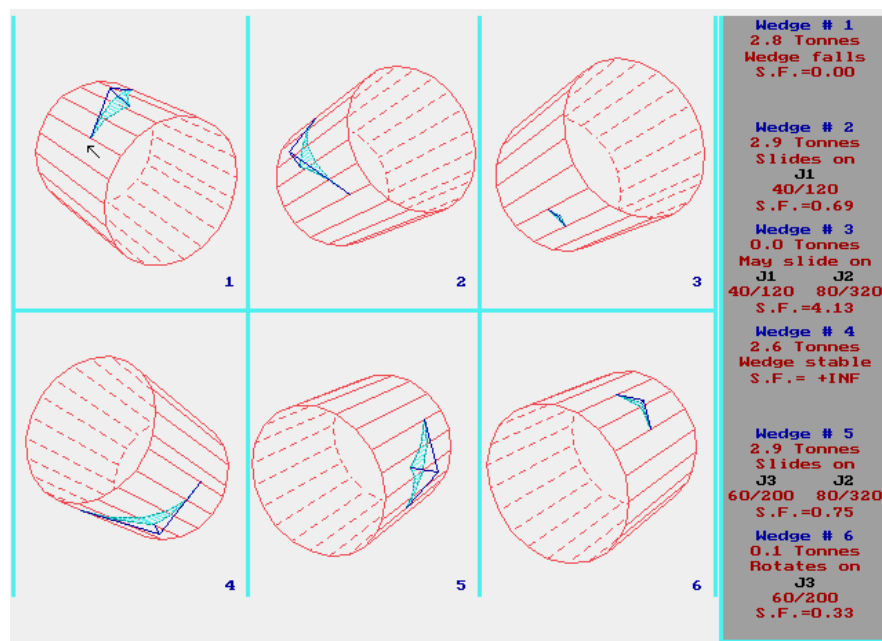


Σχ. 1.10. Προσανατολισμός τριών οικογενειών ασυνεχειών και κυκλικής σήραγγας που ορίζουν έξι τετραεδρικούς στοιχειώδεις όγκους .

Στο Σχ. 1.12 παρουσιάζονται διάφορες τομές της εκσκαφής με την σφήνα No. 1. Ο Πίν. 2 παρουσιάζει τους υπολογισμούς που μπορούν να γίνουν για κάθε σφήνα. Για την συγκράτηση της υπόψη σφήνας που επιδεικνύει μηδενικό συντελεστή ασφαλείας μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε κοχλίες είτε εκτοξευόμενο σκυρόδεμα.

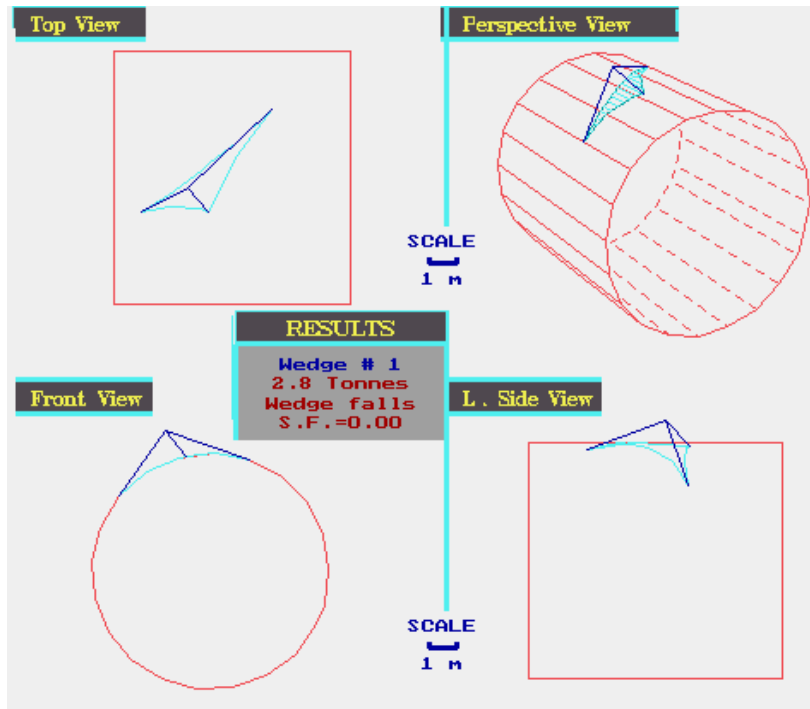
Πίνακας 1.2. Βασικά γεωμετρικά στοιχεία της σφήνας No. 1.

Εμβαδόν εκτεθειμένης επιφάνειας της σφήνας [m ²]	3.32868
Όγκος της σφήνας [m ³]	1.04669
Υψος κορυφής της σφήνας [m]	1.07664
Συντελεστής ασφαλείας	0.00000
Μήκος κατά τον άξονα - z [m] ³	3.62294



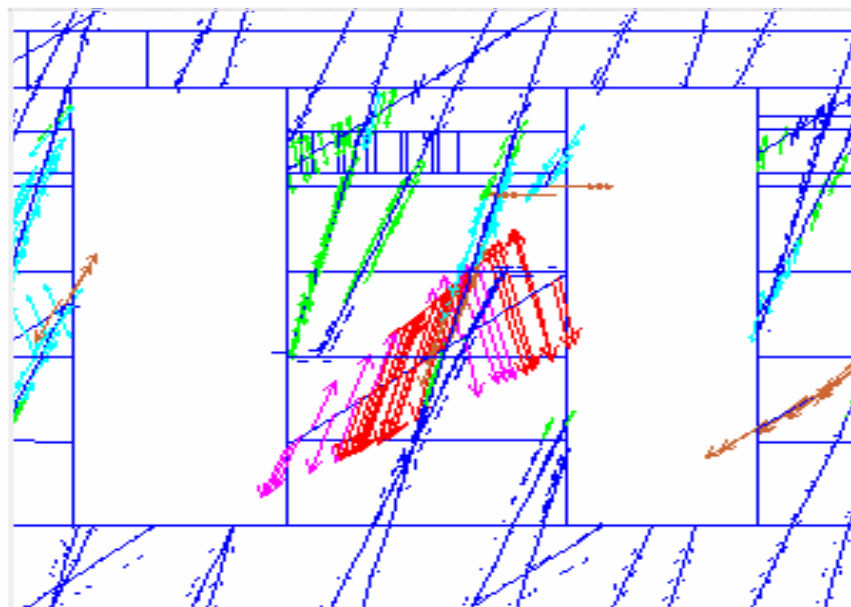
Σχ. 1.11. Η οθόνη «view wedges» που παρουσιάζει προοπτικώς τις πιθανές σφήνες που σχηματίζονται στα σύνορα της σήραγγας, και για κάθε πιθανή σφήνα το βάρος της τον πιθανό τρόπο αστοχίας και το συντελεστή ασφαλείας.

³ Ελάχιστο ανυποστήρικτο μήκος της σήραγγας το οποίο μπορεί να μειωθεί θεωρώντας μικρότερη προχώρηση της σήραγγας με διάτρηση-ανατίναξη.



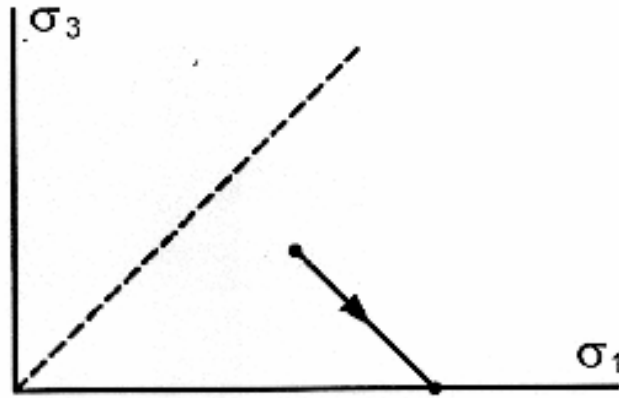
Σχ. 1.12. Η οθόνη «results» για ανάλυση συγκεκριμένης σφήνας πετρώματος που έχει επιλεχθεί από την οθόνη «view wedges».

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1.12* μια άλλη μορφή αστοχίας είναι αυτή στύλων πετρώματος που διατέμνονται από ασυνέχειες.

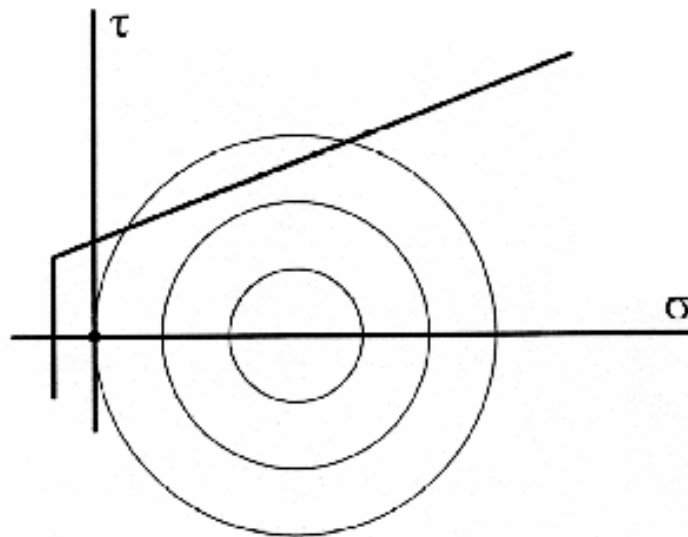


Σχ. 1.12*. Αστοχία στύλου πετρώματος με τη μορφή διάτμησης επί προϋπάρχοντος επιπέδου ασυνεχίας.

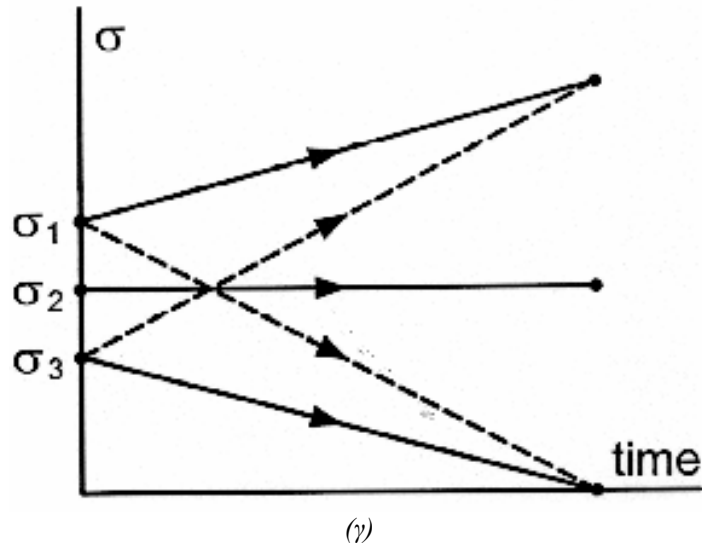
Πριν την εκσκαφή μιας σήραγγας το επί τόπου εντατικό πεδίο είναι κατά πάσα πιθανότητα ανισότροπο (βλ. Κεφάλαιο 3). Η εξόρυξη της σήραγγας εκτονώνει κάποια συνιστώσα της τάσης (τουλάχιστον μία) και ανυψώνει άλλη. Όπως φαίνεται στο Σχ. 1.12α.α επί του συνόρου της σήραγγας η μία κύρια τάση γίνεται μηδέν ενώ αυξάνει η άλλη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της μέγιστης διατμητικής τάσης στο σύνορο της εκσκαφής που μπορεί να οδηγήσει τοπικά σε αστοχία του πετρώματος όταν υπερβεί την τελική περιβάλλουσα αστοχίας τύπου Mohr-Coulomb (Σχ. 1.12α.β). Η χρονική μεταβολή των επί τόπου κυρίων τάσεων για το παράδειγμα που αναφέραμε μπορεί να είναι αυτή που φαίνεται στο Σχ. 1.12α.γ.



(α)

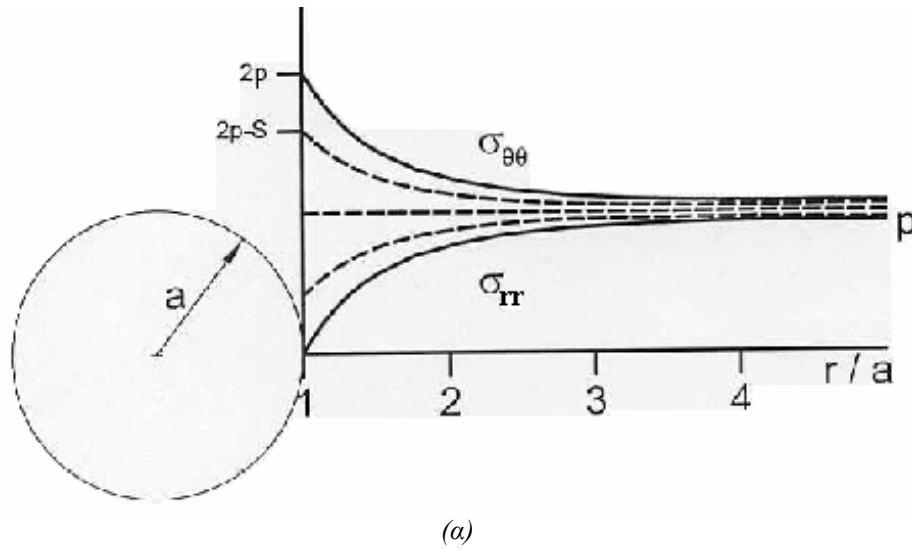


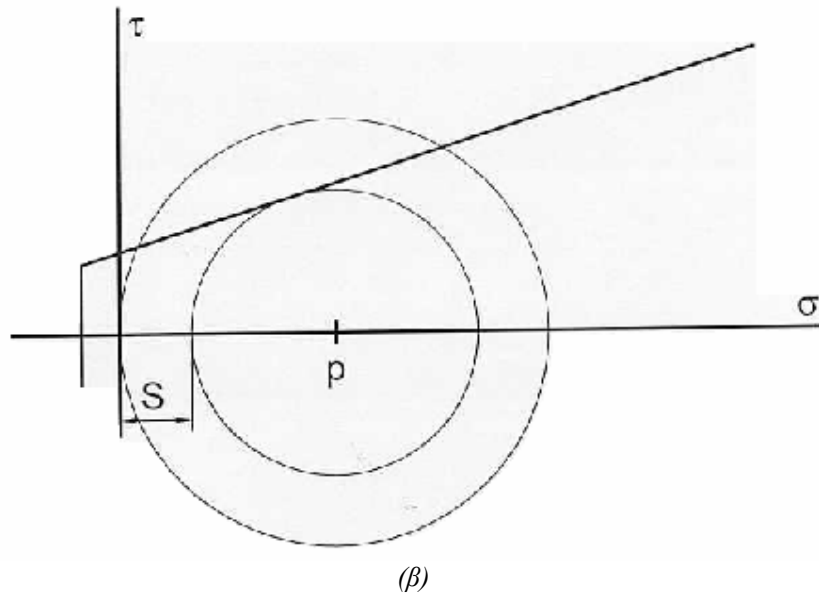
(β)



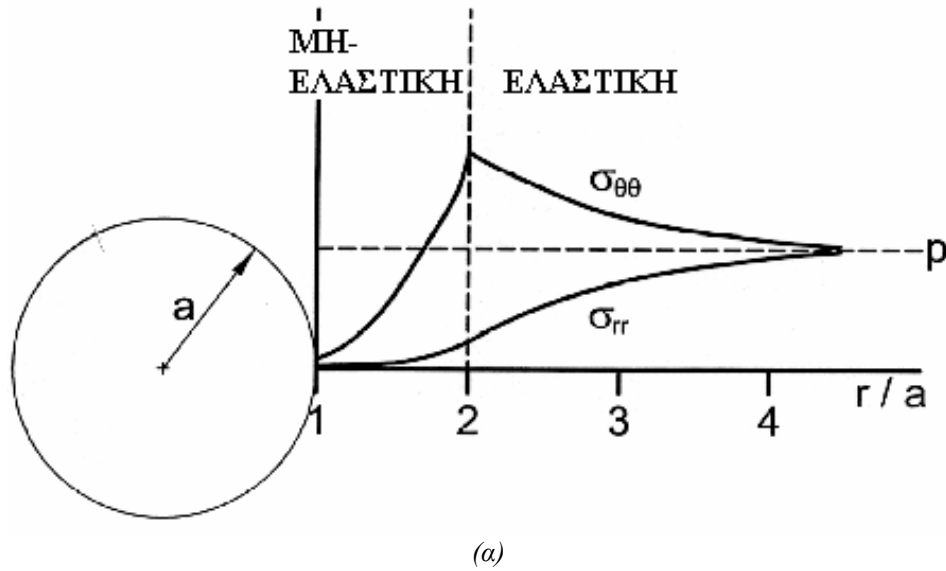
Σχ. 1.12α. (α) Τασική διαδρομή στο επίπεδο των κυρίων τάσεων σημείου επί του συνόρου κατά την εξόρυξη σήραγγος. (β) Διαστολή του κύκλου του Mohr κατά την σταδιακή εξόρυξη της σήραγγος. (γ) Χρονική μεταβολή των κυρίων τάσεων κατά την εξόρυξη σήραγγος.

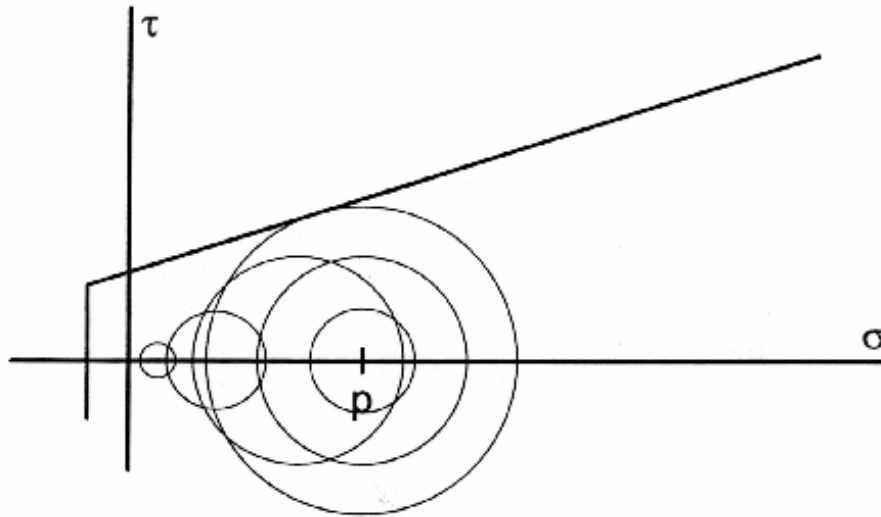
Σε μεγάλα βάθη και για ελαστικά-ψαθυρά πετρώματα, απαιτείται η ελεγχόμενη αστοχία του πετρώματος (Σχ. 1.12γ. α,β) αλλιώς η απαιτούμενη πίεση της υποστήριξης, S , είναι μη-ρεαλιστικά μεγάλη (βλ. Σχ. 1.12β.α,β).





Σχ. 1.12β. (α) Κατανομή των ελαστικών ακτινικών και εφαπτομενικών τάσεων με την απόσταση από κυκλική σήραγγα σε ισότροπο επί τόπου εντατικό πεδίο p . (β) Υπολογισμός της πίεσης της υποστήριξης S που απαιτείται για την ευστάθεια του πετρώματος το οποίο υπακούει σε νόμο αστοχίας Mohr-Coulomb με tension cut-off.



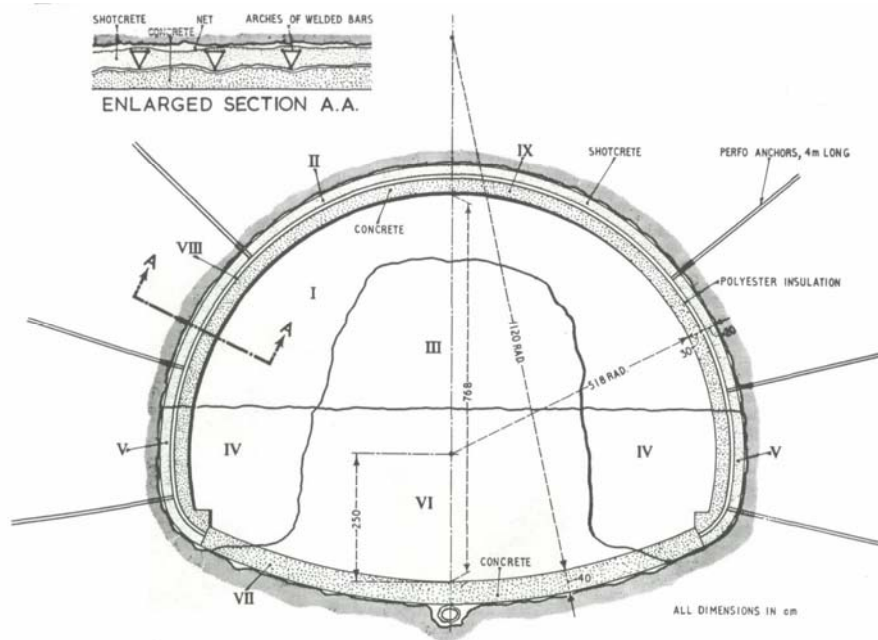


(β)

Σχ. 1.12γ. (α) Αναδιανομή των τάσεων κατά την αστοχία της σήραγγος (μη-ελαστικές) και (β) τασική διαδρομή σημείου στο σύνορο της σήραγγος.

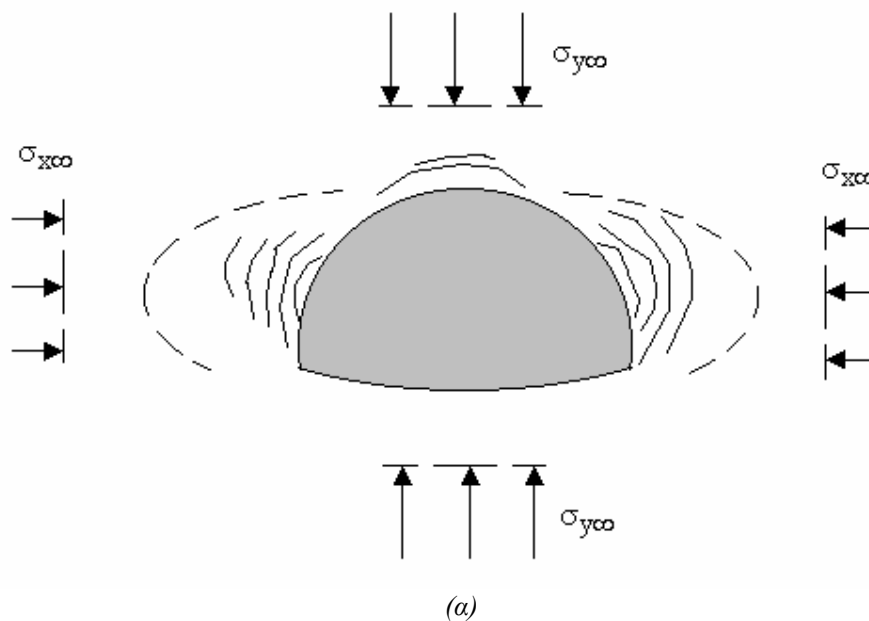
Πάνω σ' αυτήν την παρατήρηση (Σχ. 1.12γ) βασίζεται και η φιλοσοφία της NATM (New Austrian Tunnelling Method) που εφαρμόζεται κυρίως σε ασταθή εδάφη / πετρώματα, δηλ.:

“...πρέπει να επιτραπούν οι παραμορφώσεις της εδαφοβραχώμαζας στη γειτονιά του υπογείου έργου σε τέτοιο βαθμό ώστε να ενεργοποιηθεί η αντίδραση του πετρώματος και να σχηματισθεί δακτύλιος φερουσών τάσεων γύρω από το άνοιγμα το οποίο τελικά θα το προστατεύσει από την αστοχία...”.



Σχ. 1.12δ. Αλληλοδιαδοχή κατασκευαστικών ενεργειών σήραγγας κατά την NATM (Rabczewicz, 1965).

Η κακή εκτίμηση των πραγματικών συνθηκών που επικρατούν σε ένα υπόγειο έργο με πιθανότητα αστοχίας του γίνεται λόγω πτωχής γνώσης των μηχανισμών παραμόρφωσης, αστοχίας και αστάθειας. Ως παράδειγμα παρουσιάζεται η αστοχία ανυποστήρικτης στοάς σε αδαμαντορυχείο της Ν. Αφρικής που εκδηλώνεται με τη μορφή «απολέπισης» ή αποφλοΐωσης των παρειών της εξαιτίας μεγαλύτερης κατακόρυφης τάσης από την οριζόντια τάση (Σχ. 1.13 α, β).

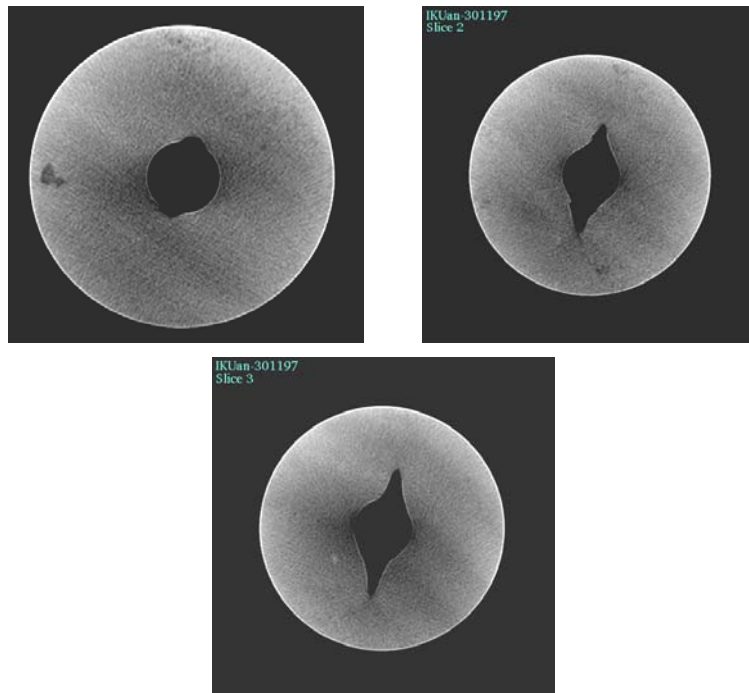




(β)

Σχ. 1.13. (α,β) Αστοχία στοάς με την μορφή απολέπισης και χαρακτηριστικών θραύσεων αντιδιαμετρικά στις παρυφές της.

Παρόμοιος μηχανισμός αστοχίας με απολέπιση που εκκινεί αντιδιαμετρικά του συνόρου του ανοίγματος όπως στις σήραγγες παρατηρείται και σε βαθιές γεωτρήσεις πετρελαίου. Στο Σχ. 1.13γ παρουσιάζεται αυτός ο τύπος αστοχίας σε διαδοχικά στάδια ανά-πτυξης του. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση αυτή η διάδοση της θραύσης με τη μορφή αντιδιαμετρικών εγκοπών στο πέτρωμα είναι ευσταθής, δηλαδή για την περαιτέρω διάδοση της χρειάζεται αυξηθεί η εξωτερική ενέργεια που εφαρμόζεται στο πέτρωμα.

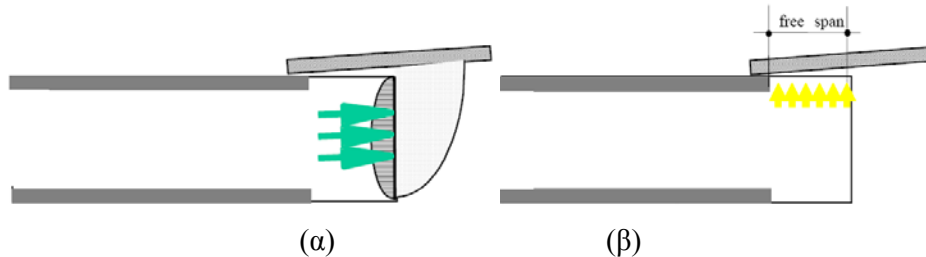


Σχ. 1.13γ. Διαδοχικά στάδια διάδοσης θραύσης κυκλικού-κυλινδρικού ανοίγματος σε ψαμμίτη σε δοκίμιο που υποβάλλεται σε ισότροπη πίεση.

Ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα που μπορεί να προκύψουν κατά την φάση της κατασκευής αβαθών σήραγγων είναι η αστοχία του μετώπου εκσκαφής. Η κατασκευή αβαθών σήραγγων δεν είναι ίδια όπως οι επιφανειακές γεωτεχνικές κατασκευές, όπου επέρχεται φυσική ισορροπία δυνάμεων, μεταξύ της κατασκευής και του εδάφους, μετά από την ολοκλήρωση της κατασκευής με την εμφάνιση πεπερασμένων συνήθως καθιζήσεων που είναι αναγκαίες για την παραλαβή των φορτίων. Στις υπόγειες κατασκευές όπως οι σήραγγες γίνεται έντονη διαταραχή της υπάρχουσας ισορροπίας, που συνίσταται κυρίως στην αφαίρεση εδαφικών μαζών και την δημιουργία ενός τρισδιάστατου κενού. Οι έκταση και ένταση της προσχεδιασμένης αυτής διαταραχής δεν είναι ακόμα πλήρως κατανοητές.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό των υπόγειων κατασκευών είναι, ότι το στάδιο στο οποίο παρατηρείται η μέγιστη παραλαβή φορτίων από την κατασκευή δεν βρίσκεται ούτε στην έναρξη των εργασιών αλλά ούτε στο πέρας αυτών. Το στάδιο που μεσολαβεί ανάμεσα στα δυο προαναφερθέντα είναι αυτό που παρουσιάζει τη μέγιστη επικινδυνότητα. Για να κατανοήσει κανείς ποσό 'ευαίσθητο' είναι αυτό το ενδιάμεσο στάδιο, αρκεί να καταλάβει ότι η σωστή υποστήριξη της σήραγγας και η προκύπτουσα ανακατανομή των τάσεων γύρω από αυτήν είναι οι παράγοντες που καθορίζουν και το χρόνο ζωής της. Η υποστήριξη και παραλαβή των φορτίων μπορεί να γίνει με τρεις διαφορετικούς τρόπους (Σχήμα 1.14):

- Υποστήριξη στο μέτωπο της σήραγγας
- Υποστήριξη μπροστά από το μέτωπο



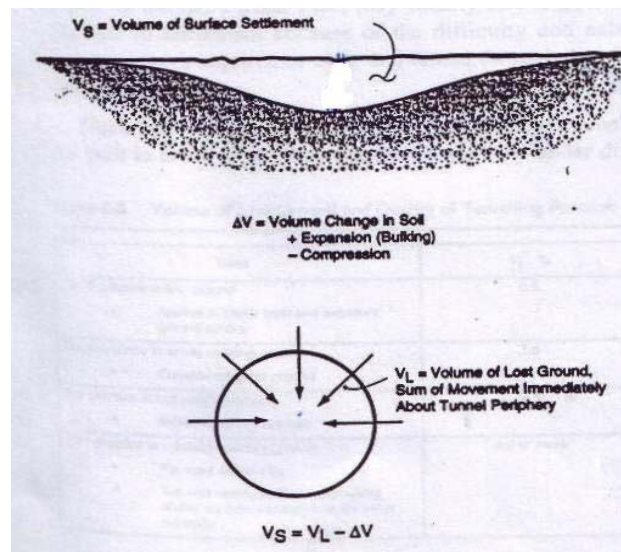
Σχήμα 1.14: α) Υποστηριζόμενο μέτωπο β) Υποστηριζόμενο βήμα εκσκαφής (forepoling)

Μέχρι την δεκαετία του 1970 δεν είχαν αποκτηθεί πολλά δεδομένα σχετικά με την μετακίνηση των εδαφών γύρω από την σήραγγα. Από τότε μέχρι σήμερα τα δεδομένα ολοένα και αυξάνουν αλλά η αλλαγή επήλθε κυρίως χάρη στις μετρήσεις που έγιναν στις σήραγγες της Βαλτιμόρης και της Ουάσινγκτον D.C. Εκεί ορίστηκαν οι ακόλουθες ποσότητες (Bickel, O. John):

- Μεταβολή του όγκου (ΔV), δηλαδή η αύξηση ή μείωση του όγκου των γαιών λόγω της διάνοιξης της σήραγγας.
- Μεταβολή του όγκου γαιών στην επιφάνεια (V_s)
- Μεταβολή του όγκου γαιών στο μέτωπο της σήραγγας (V_L)

Η σχέση μεταξύ των τριών παραπάνω όγκων είναι πολύπλοκη και δεν έχει ξεκαθαριστεί τελείως (Σχήμα 1.15). Παρόλα αυτά στις περισσότερες των περιπτώσεων γίνεται η υπόθεση ότι η μεταβολή του όγκου στην επιφάνεια λόγω της υποχώρισης είναι ίδια με την μεταβολή του όγκου στο μέτωπο της σήραγγας. Η υπόθεση αυτή είναι απόρροια της αρχής διατήρησης της μάζας και βρίσκει εφαρμογή στις

περισσότερες των περιπτώσεων, όπου η εμφανιζόμενη αύξηση ή μείωση του όγκου είναι αμελητέα (π.χ. αργιλικά υλικά).

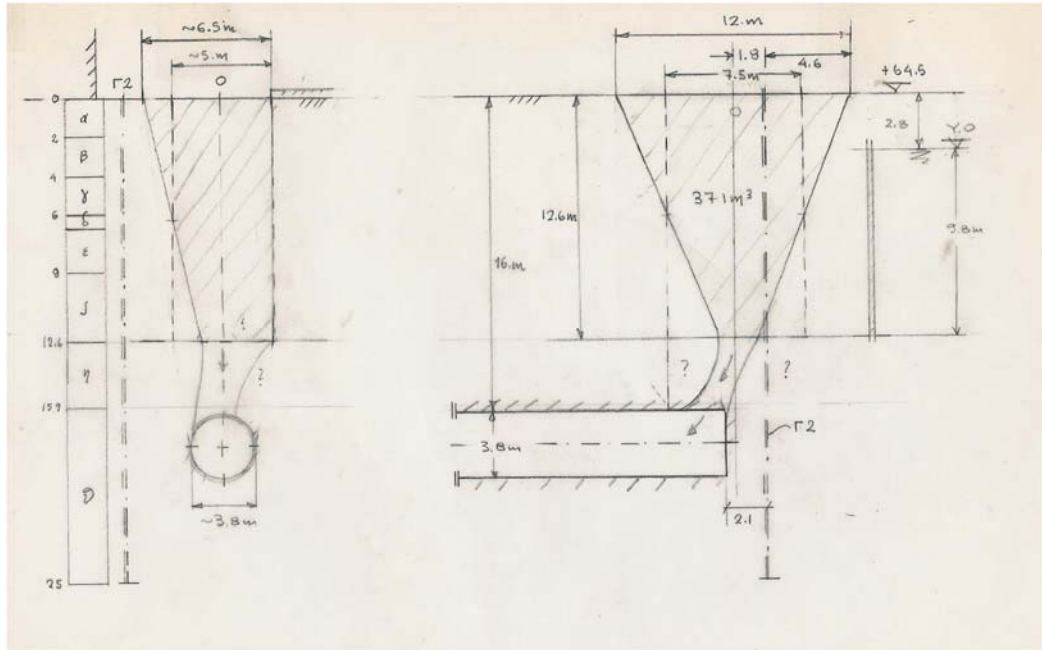


Σχήμα 1.15 Σχηματική αναπαράσταση των τριών ογκομεταβολών (Bickel, O. John)

Στο Σχήμα 1.16 φαίνεται η δημιουργία επιφανειακού κρατήρα που είναι το αποτέλεσμα μίας κατάρρευσης μετώπου σήραγγας κατά την φάση κατασκευής. Η σήραγγα είχε διάμετρο περί τα 4m και βάθος από την επιφάνεια 16m. Ο κρατήρας στην επιφάνεια του οδοστρώματος είχε περίπου ελλειπτικό ίχνος με το μήκος του μεγάλου και μικρού άξονα γύρω στα 12m και 6.5m αντίστοιχα. Από τον όγκων των εδαφικών υλικών που εισέρρευσαν στην σήραγγα έγινε μία πρώτη προσεγγιστική εκτίμηση του όγκου της κρατήρα της κατάπτωσης (Σχήμα 1.17).



Σχήμα 1.16 Εμφάνιση επιφανειακού κρατήρα λόγω κατάρρευσης του μετώπου μίας σήραγγας κατά την φάση εκσκαφής.



Σχήμα 1.17: Εκτίμηση κώνου αστοχίας από το ισοζύγιο μαζών (I.Βαρδουλάκης, 2006)

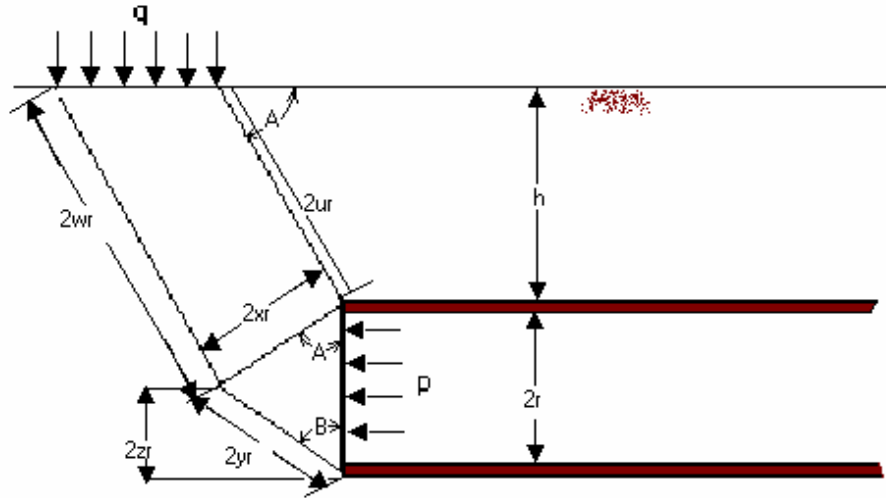
Συνοψίζοντας, τα ερωτήματα που αφορούν την αστοχία των ανοιγμάτων είναι:

1. Ποιός είναι ο μηχανισμός αστοχίας που θα προσδιορίσει και το καταλληλότερο κριτήριο αστοχίας;
2. Το μηχανικό μοντέλο προβλέπει το φαινόμενο κλίμακος (δηλαδή όμοια αλλά μεγαλύτερα σε διαστάσεις μοντέλα θα αστοχήσουν σε μικρότερα φορτία);
3. Ποιός είναι ο μηχανισμός της ευσταθούς και της ασταθούς θραύσεως;
4. Ποιός είναι ο συντελεστής ασφαλείας ενός υπογείου έργου;

1.2 Ανάλυση Αστοχίας Υπογείων Έργων με τη Βοήθεια της Οριακής Ανάλυσης

1.2.1 Το Πρόβλημα του Υποστηριγμένου Μετώπου σε Επίπεδη Παραμόρφωση (Plane Strain Heading Problem)

Θεωρούμε στοά ακτίνας r που βρίσκεται σε βάθος h , υποστηριγμένη με πίεση p επί του μετώπου και πίεση q επί της επιφάνειας όπως φαίνεται στο Σχ. 1.18. Επίσης θεωρείται ότι το γεωυλικό είναι συνεκτικό δηλ. η διατμητική αντοχή του (συνοχή) c είναι ομοιόμορφη ($c \neq 0$, $\varphi = 0$, Tresca υλικό), όπου φ η γωνία εσωτερικής τριβής. Ζητούμε την πίεση υποστήριξης p ώστε το μέτωπο να μην καταρρεύσει για την περίπτωση που $\gamma r/c \neq 0$, όπου γ = μοναδιαίο βάρος του γεωυλικού.



Σχήμα 1.18. Αστοχία μετώπου στοάς που ορύσσεται σε μαλακό ασυνεχές πέτρωμα ή έδαφος με ή χωρίς την παρουσία ύδατος.

Ο μηχανισμός αστοχίας του μετώπου επί των επιφανειών ασυνεχείας - όπως έχει προταθεί από τους Davis et al. (1980) - φαίνεται στο [Σχήμα 1.18](#). Από αυτό το Σχ. ισχύουν οι παρακάτω τριγωνομετρικές σχέσεις

$$2ur = \frac{h}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right)} \quad (1.1\alpha)$$

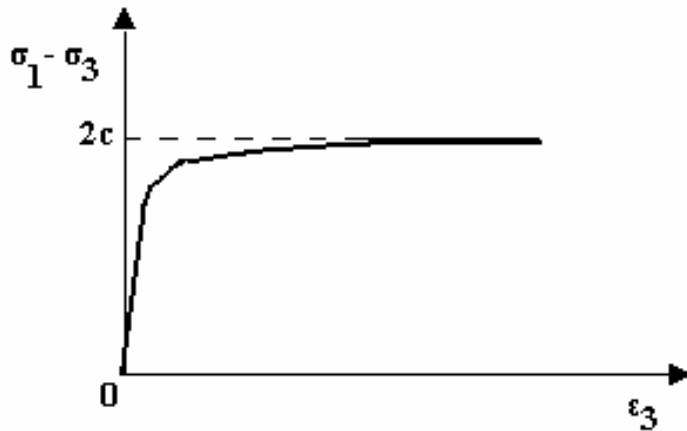
$$2xr = \frac{2r \sin B}{\sin(\pi - A - B)} \quad (1.1\beta)$$

$$2yr = \frac{2r \sin A}{\sin(\pi - A - B)} \quad (1.1\gamma)$$

$$2zr = 2yr \cos B \quad (1.1\delta)$$

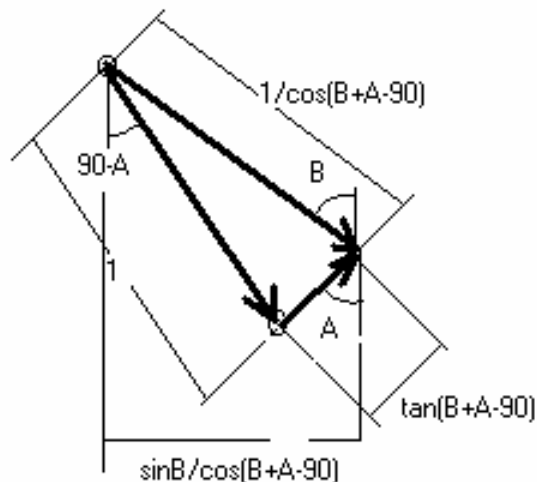
$$2wr = \frac{h + 2r(1 - z)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right)} \quad (1.1\epsilon)$$

Το περιβάλλον γεωυλικό θεωρούμε ότι ικανοποιεί προσεγγιστικά τον άκαμπτο-τέλειο πλαστικό καταστατικό νόμο που φαίνεται με διακεκομμένη γραμμή στο [Σχήμα 1.19](#) (η πραγματική καταστατική συμπεριφορά της εδαφοβραχώμαζας φαίνεται στο ίδιο σχήμα με συνεχή γραμμή).



Σχήμα 1.19. Καταστατικός νόμος της διαφοράς των κυρίων τάσεων με τη μία κύρια τροπή.

Η κινηματική ανάλυση του προτεινόμενου μηχανισμού αστοχίας γίνεται με την βοήθεια του οδογράφου όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.20. Ο κινηματικά αποδεκτός μηχανισμός αστοχίας αποτελείται από κινηματική αλυσίδα στερεών σωμάτων που χωρίζονται μεταξύ τους με ζώνες διάτμησης. Σύμφωνα με την αρχή των δυνατών έργων η μέθοδος συνίσταται: (α) καταρχήν στον προσδιορισμό του κινηματικά αποδεκτού πεδίου ταχυτήτων, και (β) στην εξίσωση της ενέργειας που καταναλίσκεται στο πεδίο με την ενέργεια που τροφοδοτείται στο πεδίο από τις εξωτερικές δυνάμεις για να προκαλέσει αστοχία.



Σχήμα 1.20. Οδογράφος του κινηματικού τρόπου αστοχίας του μετώπου της σήραγγας.

Η μεταβολή του συνολικού έργου των εξωτερικών φορτίων \dot{A} δίδεται από την σχέση

$$\dot{A} = [q - p + \gamma(h + r)] \frac{2r \sin B}{\sin(\pi - A - B)} \quad (1.2)$$

Η μεταβολή του έργου των εσωτερικών δυνάμεων δίνεται από την σχέση

$$\dot{D} = c \left[\left(\frac{h}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right)} + \frac{h + 2r - 2rz}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right)} \right) + \frac{2ry}{\cos\left(B + A - \frac{\pi}{2}\right)} + 2xr \tan\left(B + A - \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (1.3)$$

Εξισώνοντας τα δύο παραπάνω έργα βρίσκουμε τη σχέση

$$N = \frac{q - p + \gamma(h + r)}{c} = \frac{\sin(\pi - A - B)}{\sin B} \left[\frac{\frac{h}{r} + 1 - z}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right)} + \frac{y}{\cos\left(B + A - \frac{\pi}{2}\right)} + x \tan\left(B + A - \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (1.4)$$

Κατόπιν ακολουθεί μη-γραμμική ανάλυση για την εύρεση των δύο γωνιών A,B που δίνουν ελάχιστη τιμή του λόγου ευστάθειας ή συντελεστού φέρουσας ικανότητας του εδάφους N (Nonlinear optimization of the function N(A,B)).

```
function y = beam
global h
for k=0:18
    h=0.5+k*0.5
    x1(k+1)=h;
    [x,out] = fminsearch('beam1',[0.8,0.8])
    x2(k+1)=out;
    x3(k+1)=x(1);
    x4(k+1)=x(2);
    x5(k+1,1)=h;
    x5(k+1,2)=out;
    x5(k+1,3)=x(1);
    x5(k+1,4)=x(2);
end
hold on;
plot(x1,x2); grid on;
pause;figure(gcf);
plot(x1,x3,'ro',x1,x4,'-g');
save chimneya.dat x5 -ascii;
%
function N = beam1(x,h)
global h
x1=sin(x(2))./sin(pi-x(1)-x(2));
y1=sin(x(1))./sin(pi-x(1)-x(2));
z1=y1.*cos(x(2));
N=(sin(pi-x(1)-x(2))./sin(x(2))).*((h+1-z1)./cos(0.5.*pi-x(1))...
+y1./cos(x(2)+x(1)-0.5.*pi)+x1.*tan(x(2)+x(1)-0.5.*pi));
%
```

Η εντολή `fminsearch('beam1',[x1,x2])` με x_1, x_2 την αρχική εκτίμηση των γωνιών A, B σε ακτίνια⁴

Παράδειγμα:

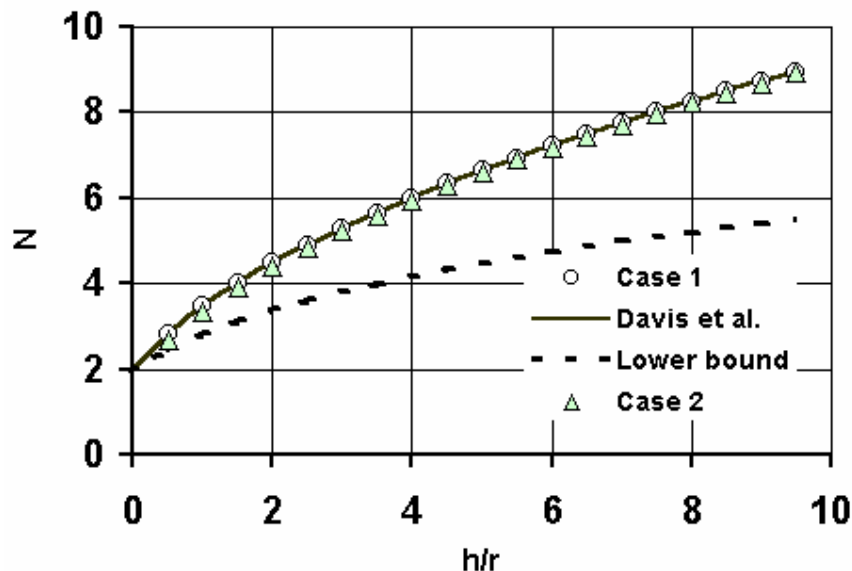
```
Input: h/r=8.5, r=1
>beam
x = 1.3393 1.3393
out = 8.4853
```

Στο [Σχήμα 1.21](#) παρουσιάζεται διάγραμμα του συντελεστού φέρουσας ικανότητας N συναρτήσει του λόγου βάθους προς ακτίνα της στοάς όπως προκύπτει από την παραπάνω μεθοδολογία και συγκρίνεται με την πρόβλεψη των Davis *et al.* (1980) που θεώρησαν το απλούστερο πρόβλημα με τις γωνίες $A = B$, ήτοι

$$N = 4\sqrt{\frac{h}{2r} + \frac{1}{4}} \quad \text{άνω όριο (Davis et al., 1980)} \quad (1.6)$$

Απ' την άλλη πλευρά το κάτω όριο του συντελεστού φέρουσας ικανότητας μπορεί να βρεθεί από την σχέση

$$N = 4\ln\left(\frac{h}{r} + 1\right) \quad \text{κάτω όριο (Kolymbas, 1997)} \quad (1.7)$$

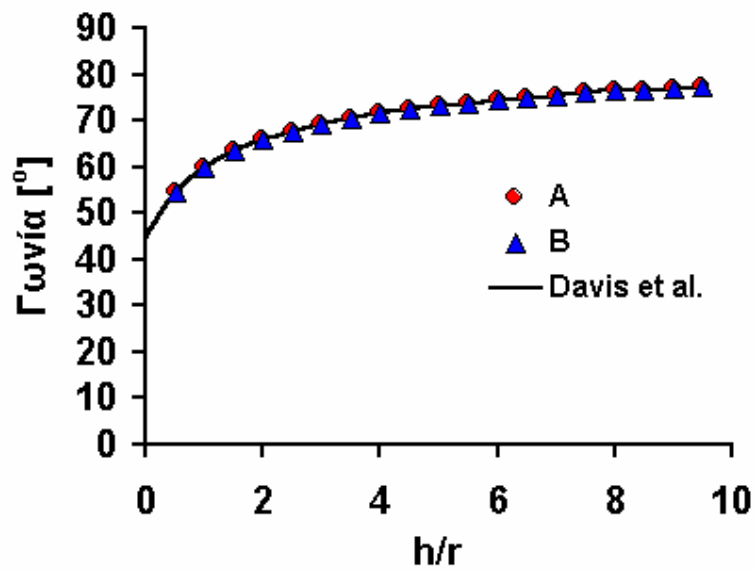


[Σχήμα 1.21](#), Διάγραμμα συντελεστού φέρουσας ικανότητας N

Τέλος, στο [Σχήμα 1.22](#) παρουσιάζονται γραφικά οι γωνίες A, B του μηχανισμού συναρτήσει του λόγου βάθους προς ακτίνα της στοάς όπως προκύπτει από το

⁴ Η εντολή 'fminsearch' χρησιμοποιεί την μέθοδο άμεσης αναζήτησης «simplex» που έχει προταθεί από τους (Lagarias, J.C., J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, 1998).

προτεινόμενο βελτιωμένο μοντέλο. Για σύγκριση φαίνεται στο ίδιο σχήμα η τιμή της γωνίας A=B του μοντέλου των Davis et al.

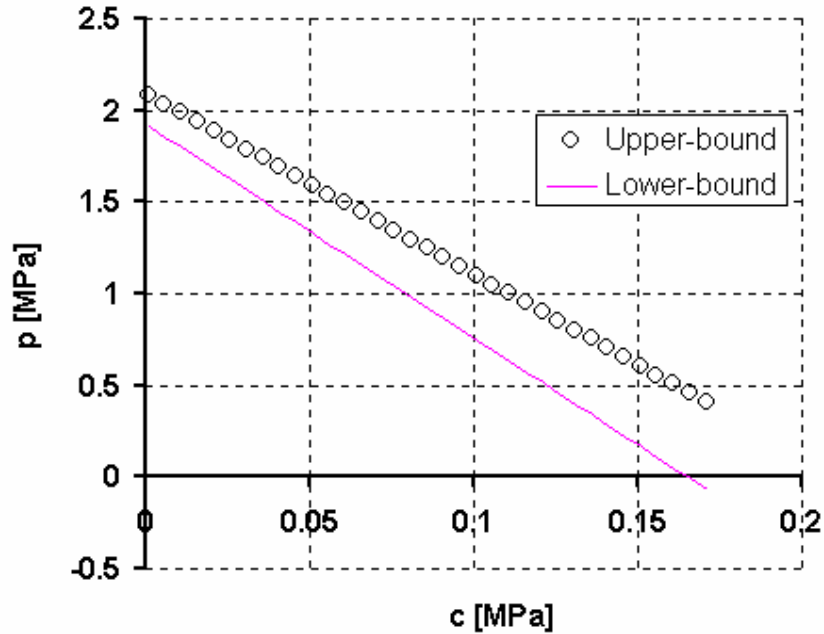


Σχήμα 1.22. Γραφική παράσταση των γωνιών συναρτήσει του λόγου βάθους προς ακτίνα της στοάς

Πρόβλημα: Να χαραχθεί η καμπύλη πίεσης υποστήριξης του μετώπου συναρτήσει της συνοχής γεωυλικού με τα κάτωθι δεδομένα (Σχήμα 1.23):

Δεδομένα:

h [m]	70	γ [MN/m ³]	0.0275
r [m]	6	q [MPa]	0



Σχήμα 1.23 Σχέση της απαιτούμενης πίεσης επί του μετώπου με τη συνοχή του εδάφους για την αποφυγή αστοχίας.

Για μία μονή σήραγγα η διαταραχή που λαμβάνει χώρα στην επιφάνεια είναι συνήθως ίση με την διαταραχή που λαμβάνει χώρα εντός της σήραγγας. Στις περισσότερες περιπτώσεις το σχήμα αυτής της διαταραχής στην επιφάνεια λαμβάνει τη μορφή μιας ανεστραμμένης Γκαουσιανής κατανομής (μορφής καμπάνας). Η υπόθεση αυτή χρησιμοποιήθηκε μεταξύ άλλων μελετητών αρχικά από τους Peck (1969) και Schmidt (1969) με σκοπό να συγκρίνουν τις μετρήσεις που είχαν γίνει σε διάφορες σήραγγες .

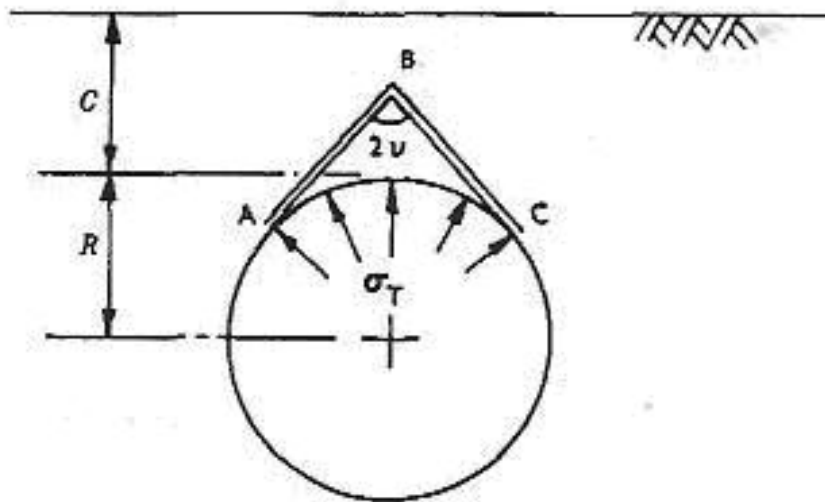
Βιβλιογραφική ανασκόπηση παλαιότερων εργασιών

Στο παρελθόν έχουν γίνει διαφορές μελέτες για τις επιπτώσεις της αστοχίας του μετώπου σήραγγας. Στην εργασία των **Atkinson & Potts (1977)** έγινε μια διερεύνηση, όπου συμπεραίνεται ότι το σύμφωνα με το κινηματικό μοντέλο του **Σχήμα 1.24** το 'κάτω όριο' της πίεσης που πρέπει να ασκηθεί στο μέτωπο γεωυλικού χωρίς συνοχή προκειμένου αυτό να μην αστοχήσει δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\sigma_T}{2\gamma R} = \frac{\mu}{(\mu^2 - 1)}$$

όπου

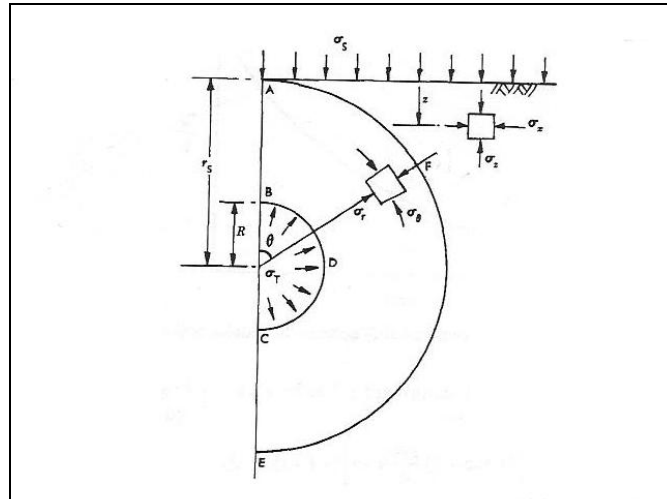
- σ_T είναι η τάση που εφαρμόζεται στο μέτωπο
- γ είναι το μοναδιαίο βάρος του εδάφους
- R είναι η ακτίνα της σήραγγας
- $\mu = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$, όπου ϕ η γωνία εσωτερικής τριβής του εδάφους



Σχήμα 1.24: Μηχανισμός κατάρρευσης για την επίλυση με το άνω οριακό θεώρημα (Atkinson & Potts, 1977).

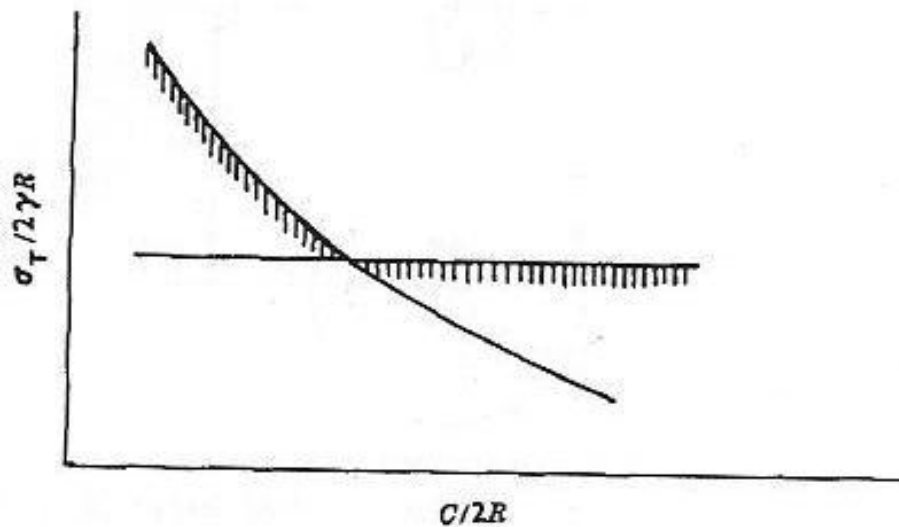
Αντιστοίχα κατελήξαν στην ακόλουθη αναλυτική σχέση που εκφράζει το 'άνω όριο' της πίεσης που πρέπει να ασκηθεί στο μέτωπο προκειμένου να μην έχουν εδαφική διοόγκωση μπροστά από το μέτωπο (βλ. **Σχήμα 1.25**):

$$\frac{\sigma_T}{2\gamma R} = \frac{1}{4 \cos \phi} \cdot \left(\frac{1}{\tan \phi} + \phi - \frac{\pi}{2} \right)$$



Σχήμα 1.25 Απλουστευμένες εντατικές καταστάσεις γυρω από την σήραγγα (Atkinson & Potts, 1977)

Επίσης καταλήγουν σε ένα διάγραμμα στο οποίο σημειώνούν ότι πρέπει οι λύσεις των παραμετρικών εξισώσεων του κάτω οριακού θεωρήματος να βρίσκονται πάνω από τις γραμμοσκιασμένες καμπύλες (Σχήμα 1.26).

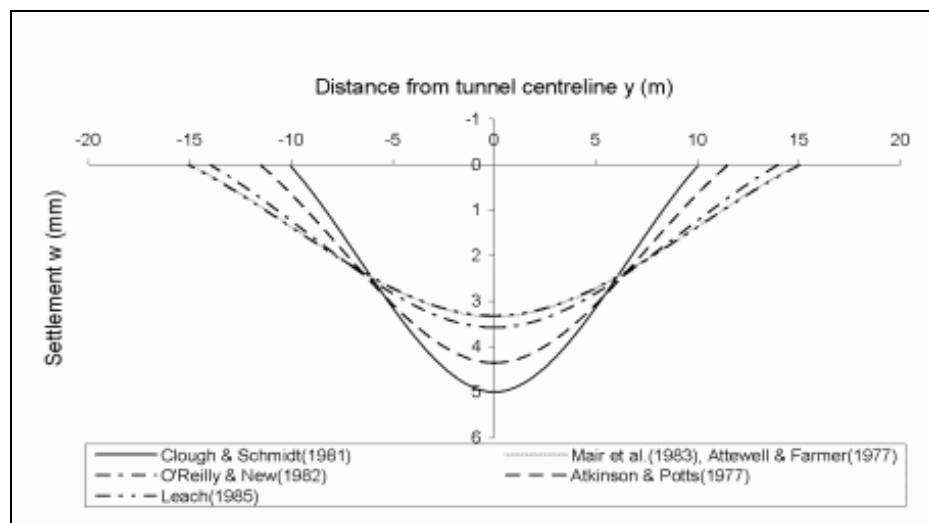


Σχήμα 1.26: Οι λύσεις των παραμετρικών εξισώσεων πρέπει να βρίσκονται πάνω από τις γραμμοσκιασμένες καμπύλες. (Atkinson & Potts, 1977)

Οι **Wooi Long Tan & Apothegm Garage Ramjet (2003)**, κάνουν μια διερεύνηση για τις επιπτώσεις της αστοχίας, του μετώπου, στην ελεύθερη επιφάνεια. Στην εργασία τους αναφέρουν τους εμπειρικούς τύπους που έχουν κατά καιρούς διατυπωθεί από διαφόρους ερευνητές (Πίνακας 1.2), ως προς την κατανομή της καθίζησης στην επιφάνεια., και ότι σχεδόν όλες οι σχέσεις προσεγγίζουν την Γκαουσιανή κατανομή (Σχήμα 1.27).

Πίνακας 1.2: Εμπειρικοί τύποι για την κατανομή της καθίζησης (Wooi Leong Tan 2003)

Reference	i	Basis for empirical solution
Peck (1969)	$i/R = (z_0/2R)^n$ ($n=0.8 - 1.0$)	Field observations
Attewell and Farmer (1974)	$i/R = (z_0/2R)^n$ ($a=1, n=1$)	Field observations of UK tunnels
Clough and Schmidt (1981)	$i/R = (z_0/2R)^n$ ($a=1, n=0.8$)	Field observations of UK tunnels
O'Reilly and New (1982)	$i = 0.43z_0 + 1.1\text{m}$ (cohesive soil ($3 \leq z_0 \leq 34\text{m}$))	Field observations of UK tunnels
	$i = 0.43z_0 + 1.1\text{m}$ (cohesive soil ($3 \leq z_0 \leq 34\text{m}$))	
	$i = 0.28z_0 - 0.1\text{m}$ (granular soil ($6 \leq z_0 \leq 10\text{m}$))	
Atkinson and Potts (1977)	$i = 0.25(z_0 + R)$ (loose sand) $i = 0.25(z_0 + R)$ (loose sand) $i = 0.25(1.5z_0 + 0.5R)$ (dense and OC clay)	Field observations and model tests
Leach (1985)	$i = (0.57 + 0.45z_0) \pm 1.01\text{m}$	For sites where consolidation effects are insignificant
Mair et al. (1983)	$i = 0.5z_0$	Field observations and centrifuge tests

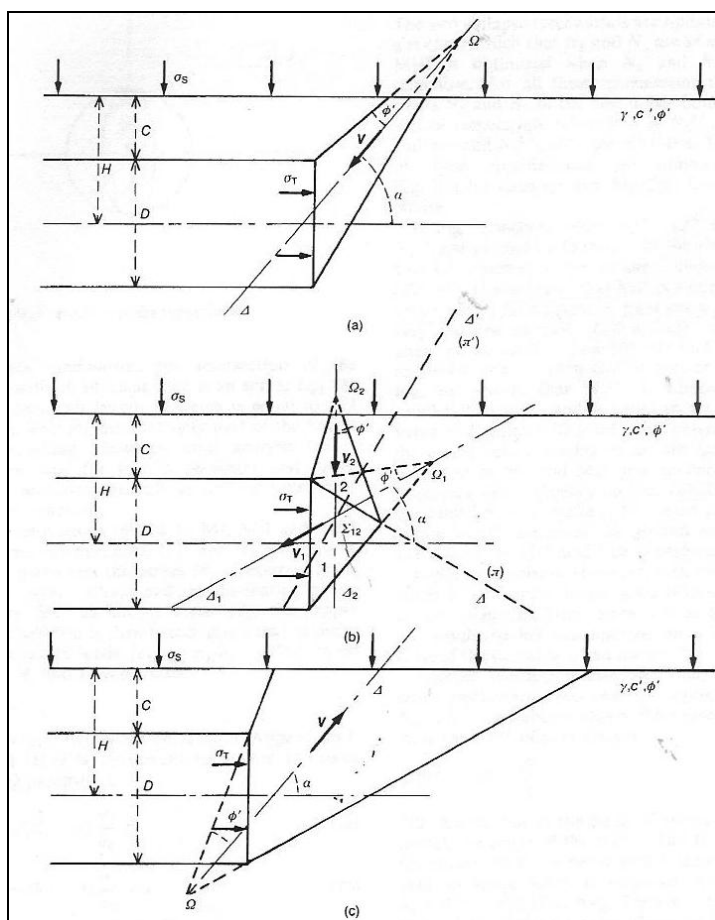


Σχήμα 1.27: Γραφική αναπαράσταση των γκαουσιανών κατανομών καθίζησης της επιφάνειας (Wooi Leong Tan 2003)

Ο Leca & Dormieux (1983) παρουσιάζουν τους τρεις κύριους μηχανισμούς αστοχίας που μπορούν να παρατηρηθούν στις αβαθείς σήραγγες, που βρίσκονται μέσα σαθρό, χαλαρό εδαφικό υλικό το οποίο παρουσιάζει μικρή έως καθόλου συνεκτικότητα (Σχήμα 1.28).

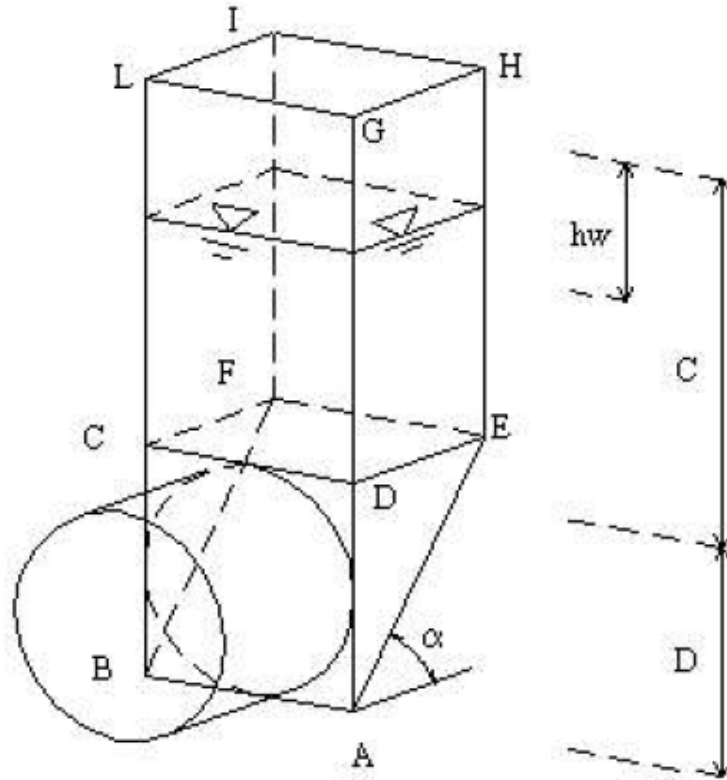
Πιο αναλυτικά στο Σχήμα 1.28 παρατηρούνται τρεις μηχανισμοί αστοχίας. Οι μηχανισμοί τύπου (α) και (β) επισυμβαίνουν όταν παρατηρείτε κατάρρευση μετώπου της σήραγγας (ενεργητική φόρτιση) ενώ ο μηχανισμός (γ) παρατηρείται όταν η πίεση στο μέτωπο είναι μεγαλύτερη από την πίεση που ασκούν τα υπερκείμενα στρωματά στη σήραγγα. (παθητική φόρτιση).

Αστοχία λόγω καθίζησης παρατηρείται λόγω της δημιουργίας ενός κόλουρου κώνου (σχήμα α) και δυο κώνων (σχήμα β). Παρόλο που οι μηχανισμοί (α) και (β) είναι πιο πιθανοί κατά την διάρκεια της κατασκευής της σήραγγας, ο μηχανισμός (γ) δεν πρέπει να παραβλέπεται ειδικότερα όταν η σήραγγα διανοίγεται σε πολύ μικρά βάθη, σε χαλαρά ή αποσαθρωμένα εδάφη όπου η τάση που εφαρμόζεται στο μέτωπο, για την συγκράτηση του εδάφους, είναι τόσο μεγάλη που μπορεί το έδαφος μπροστά από το μέτωπο της εκσκαφής να ανυψωθεί. Φαινόμενα αυτού του είδους έχουν παρατηρηθεί στο παρελθόν (Clough *et al.*, 1983).



Σχήμα 1.28: Κώνοι αστοχίας σε θεωρητικό μοντέλο αβαθούς σήραγγας (Leca & Dormieux, 1983)

Τέλος ένα τρισδιάστατο κινηματικό μοντέλο αστοχίας μετώπου σήραγγος φαίνεται στο [Σχήμα 1.29](#). Με τη βοήθεια ενός τέτοιου μοντέλου μπορεί να υπολογισθεί η απαιτούμενη πίεση που πρέπει να εξασκεείται επί του μετώπου κατά την όρυξη σηράγγων με ασπίδες τύπου πολφού ή ισορροπίας γαιών (EPB).



[Σχήμα 1.29](#): Το μοντέλο αστοχίας μετώπου σήραγγας του Horn (1961) που υιοθετήθηκε από τους Anagnostou and Kovari (1994,1996) κατά την κατασκευή της με ασπίδες πολφού (slurry) και EPB.

1.3 Επίδραση του Ύδατος στη Συμπεριφορά Υπογείων Έργων

Η εντατική κατάσταση σ' ένα υπόγειο έργο, εξαρτάται επίσης απ' το υδρογεωλογικές συνθήκες. Το υπόγειο ύδωρ ορίζεται ως το ύδωρ κάτω απ' το υδροφόρο ορίζοντα που είναι επίσης γνωστή ως *ζώνη κορεσμού*. Το ύδωρ αυτό συγκεντρώνεται στους πόρους του γεωϋλικού (πρωτογενές πορώδες) και στις τυχόν ασυνέχειες που το διασχίζουν (δευτερογενές πορώδες).

	Πορώδες
ψαμμίτες	1 ÷ 5%
Μαλακοί ασβεστόλιθοι	20 ÷ 50%
Ιζηματογενείς σχιστόλιθοι	5 και 20%
Μαγματικά και μεταμορφωμένα πετρώματα	Σπάνια > 2%

Η κυριότερη επίδραση της πίεσης των πόρων είναι μέσω της αρχής της ενεργής τάσης. Η εντατική κατάσταση σ' ένα σημείο της εδαφοβραχομάζας προσδιορίζεται από τις κύριες τάσεις και την πίεση των πόρων⁵. Εφόσον η πίεση των πόρων είναι ίση σ' όλες τις κατευθύνσεις, τότε αυτή δρα προς την μείωση της ενεργής τάσης σε δεδομένο σημείο της εδαφοβραχομάζας ($\sigma' = \sigma - p$ ή $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$, όπου οι θλιπτικές τάσεις είναι θετικές). Η μείωση της ενεργής τάσης έχει άμεση επίδραση στην διατμητική αντοχή της εδαφοβραχομάζας, η οποία είναι ανάλογη της εφαρμοζόμενης ορθής τάσης. Συνήθως η απομείωση της ορθής τάσης προκαλεί μείωση της διατμητικής αντοχής της επιφάνειας αστοχίας. Επίσης οι υπάρχουσες πιέσεις των υπογείων υδάτων, μπορούν να δρουν ως επιπρόσθετες δυνάμεις ολίσθησης για ορισμένους τύπους αστοχιών ασυνεχειών.

Δευτερευούσης σημασίας είναι τα φαινόμενα χημικών αντιδράσεων του ύδατος με ορυκτά που σχηματίζουν το υλικό πλήρωσης των ασυνεχειών που προκαλούν υποβάθμιση των ιδιοτήτων συνοχής των ασυνεχειών. Αν το ύδωρ δεν ρέει τότε η διαδικασία διαλυτοποίησης σταματά όταν επιτευχθεί η συγκέντρωση κορεσμού. Αν όμως έχουμε παροχή φρέσκου ύδατος τότε η διαλυτοποίηση μπορεί να συνεχισθεί. Στην δεύτερη περίπτωση οφείλεται η δημιουργία μεγάλων κενών εγκοίλων σε πετρώματα (κάρστ) εξαιτίας διαλυτοποίησης ορυκτών από το ύδωρ. Τα κάρστ αυτά μπορούν να δημιουργήσουν με τη σειρά τους μεγάλα προβλήματα ευστάθειας σε υπόγεια έργα ή τον πλημμυρισμό αυτών με μεγάλες ποσότητες ύδατος. Η ροή υπογείων υδάτων μπορεί να προκαλέσει διάβρωση των ασυνεχειών και υποβάθμιση των μηχανικών ιδιοτήτων των. Η μεγαλύτερη διάβρωση συμβαίνει στους εβαπορίτες⁶ όπως είναι το ορυκτό άλας (NaCl), το γύψο (CaSO₄·2H₂O) και τον ανυδρίτη (CaSO₄). Μικρότερη αμέσως διάβρωση εμφανίζουν οι ασβεστόλιθοι (CaCO₃) και οι δολομίτες που είναι μίγμα ασβεστίτη και MgCO₃. Επίσης τα πυριτικά πετρώματα είναι διαλυτά στο ύδωρ. Π.χ. ένας πόρος σε χαλαζίτη μπορεί να επεκταθεί σε πάροδο 100.000 ετών κατά περίπου 0.4 mm. Επίσης το ύδωρ των πόρων μπορεί να επηρεάσει φυσικοχημικά το πέτρωμα και να προκαλέσει διόγκωση (swelling) ορυκτών όπως είναι ο μοντμοριλονίτης. Επίσης μπορεί

⁵ Η πίεση των πόρων μετράται με πιεζόμετρο και μόνωση της περιοχής μέτρησης (Rowe, 2001).

⁶ Πετρώματα που δημιουργούνται από εξάτμιση.

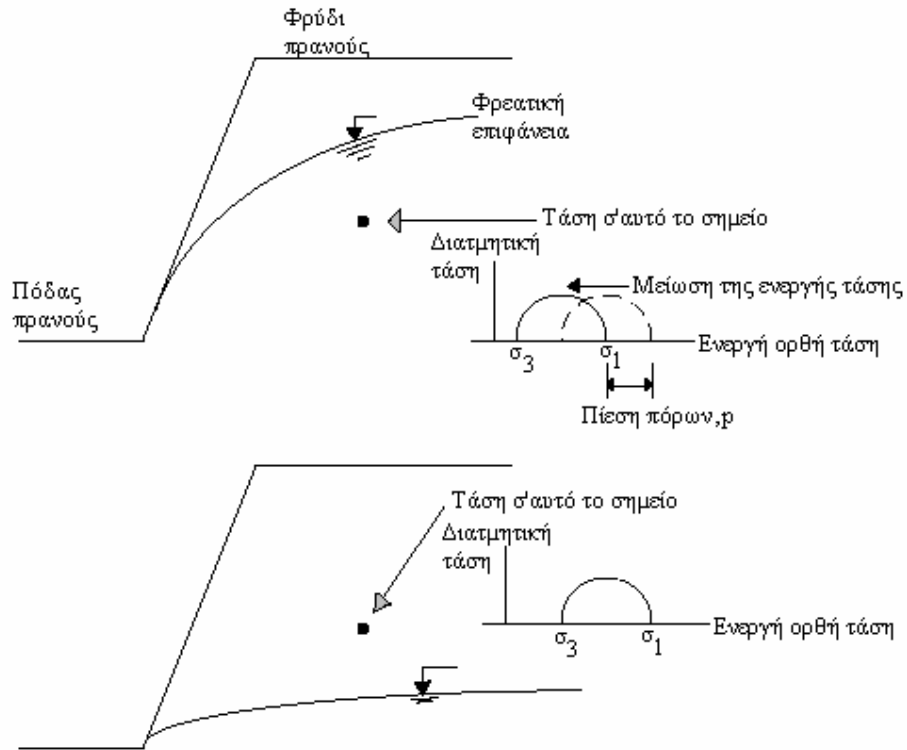
να μειώσει την ειδική επιφανειακή ενέργεια ρωγμών με αποτέλεσμα τη διάδοση τους στο πέτρωμα.

Ο αδιατάρακτος υδροφόρος ορίζοντας (πριν την εξόρυξη) και η κατανομή της πίεσης των πόρων εξαρτάται από τους εξής παράγοντες:

- (1) το φιλτράρισμα μέσω του πορώδους της εδαφοβραχομάζας των υδάτων της βροχής και της τήξης του χιονιού,
- (2) την τοπογραφία,
- (3) την παρουσία ποταμών & λιμνών,
- (4) τα υδρογεωλογικά χαρακτηριστικά της εδαφοβραχομάζας.

Από τα παραπάνω συνάγεται τα συμπεράσμα ότι η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα μεταβάλλεται με τον χρόνο. Όταν εξορύσσεται επιφανειακά η εδαφοβραχομάζα αρχικά πέφτει η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (draw down) εξαιτίας απορροής ύδατος στην εκσκαφή. Συνεπώς η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, ή φρεατική επιφάνεια θα μεταβάλλεται συνεχώς όσο προχωράνε οι εκσκαφές.

Αυτή η πτώση της στάθμης θα έχει την μορφή του Σχ. 1.30. Η μορφή και η θέση του υδροφόρου ορίζοντα εξαρτάται απ' την γεωμετρία του πρανούς, την υδροπερατότητα των γεωλογικών σχηματισμών, και την επανατροφοδοσία υδάτων απ' τα περιβάλλοντα πετρώματα. Επίσης, η ψύξη του ύδατος του χειμώνα μπορεί να εμποδίσει την απορροή των υδάτων εντός της εκσκαφής αυξάνοντας έτσι την πίεση των πόρων στο πρανές. Μπορούν επίσης να υπάρχουν ζώνες εγκλωβισμένου ύδατος εντός του πρανούς που να καθιστούν την κατανομή της πίεσης των πόρων πολυπλοκώτερη. Τα σημεία κάτω απ' τον υδροφόρο ορίζοντα, υποβάλλονται σε πίεση των πόρων. Συνεπώς αυτά τα σημεία, υποβάλλονται σε μικρότερη ενεργή ορθή τάση απ' ότι τα σημεία πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα (Σχ. 1.30). Οι πιέσεις των υπογείων υδάτων κατά μήκος μιας επιφάνειας της εδαφοβραχομάζας που βρίσκεται εντός της ζώνης κορεσμού, αντιπροσωπεύει την "πιεζομετρική επιφάνεια" που είναι το προφίλ της πίεσης των πόρων σ' αυτή την επιφάνεια. Για στατικές συνθήκες, δηλ. όχι ροή η ομοιόμορφη οριζόντια ροή υδάτων, όλες οι πιεζομετρικές επιφάνειες συμπίπτουν με τον υδροφόρο ορίζοντα. Σε όλες τις περιπτώσεις θα αντιστοιχεί διαφορετική πιεζομετρική επιφάνεια για κάθε φυσική επιφάνεια της εδαφοβραχομάζας εντός της ζώνης ροής των υδάτων. Συνεπώς για την σωστή εκτίμηση της πίεσης των πόρων σε μια δυνητικά ασταθή επιφάνεια της εδαφοβραχομάζας οι πιέσεις των πόρων, δεν μπορούν να υπολογισθούν από την θέση του υδροφόρου ορίζοντα αλλά πρέπει να μετρηθούν. Η υδροπερατότητα των ασυνεχειών είναι ευαίσθητη στην απόσταση μεταξύ των παρειών τους (aperture) η οποία με την σειρά της επηρεάζεται από την ορθή τάση που εξασκείται επί της ασυνέχειας. Εξ' αυτού του γεγονότος προκύπτει η ανάγκη συζευγμένης ανάλυσης των τάσεων και της ροής του ύδατος. Λόγου χάριν ένα πρανές που κοντά στο μέτωπο του έχουν εκτονωθεί οι τάσεις θα επιτρέπει μεγαλύτερη ροή ύδατος σ' αυτή την περιοχή, άρα θα αλλάξει την τοπολογία της φρεατικής επιφάνειας και την κατανομή των ενεργών τάσεων. Απ' την άλλη πλευρά σε περιοχές που υποβάλλονται σε μεγάλες θλιπτικές τάσεις –όπως είναι τα ποδαρικά των πρανών- αναμένονται και μικρές υδροπερατότητες

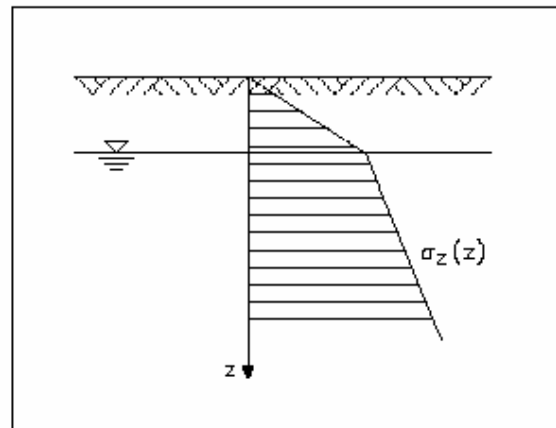


Σχ. 1.30. Σχηματική παράσταση του υδροφόρου ορίζοντα και των σημείων πίεσης

$$\sigma' = \sigma - u$$

$$d\sigma'_z = \gamma' dz$$

$$\tau_f = \tan \varphi \cdot \sigma' + c$$



Σχ. 1.31. Επίδραση του ύδατος στην διανομή καθ' ύψος της κατακόρυφης ενεργής τάσης (όπου $u=p$).

Δεχόμεθα ότι η ροή του ύδατος ακολουθεί τον γενικευμένο νόμο του Darcy

$$q_i = -K \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (1.8a)$$

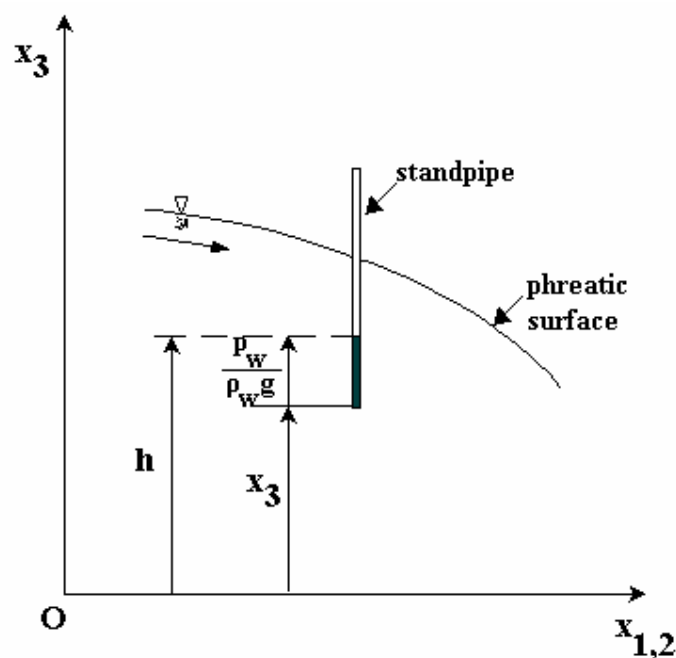
Το σύμβολο K [L/T] παριστά την υδραυλική αγωγιμότητα που επίσης καλείται διαπερατότητα του πορώδους σχηματισμού που μπορεί να γραφεί και ως εξής

$$K = \frac{k\rho_w g}{\eta} \quad (1.8\beta)$$

όπου k είναι η χαρακτηριστική διαπερατότητα του πετρώματος $[L^2]$ ⁷ που εξαρτάται από τη τοπολογία του συστήματος των πόρων (μέγεθος, ελικοειδότητα), η είναι το ιξώδες του ρευστού (Taylor, 1948) και h είναι το συνολικό μέτωπο (Σχ. 1.32) το οποίο ορίζεται ως ακολούθως

$$h = \frac{p_w}{\rho_w g} \quad (1.9)$$

όπου p_w , ρ_w είναι η πίεση των πόρων και η πυκνότητα του ύδατος αντίστοιχα.



Σχ. 1.32

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται χαρακτηριστικές τιμές της διαπερατότητας διαφόρων γεωλογικών σχηματισμών λόγω πρωτογενούς πορώδους.

	K [m/s]
Σχιστόλιθοι	$10^{-2} \div 10^{-9}$
Ασβεστόλιθοι	$< 10^{-7}$
Σκληρός λιγνίτης	$10^{-6} \div 10^{-4}$
Μαγματικά και μεταμορφωμένα πετρώματα	$10^{-12} \div 10^{-11}$

⁷ Στη μηχανική των πετρελαίων χρησιμοποιείται η μονάδα Darcy, $\text{darcy} \approx 10^{-8} \text{ cm}^2$

1.4 Συμπεράσματα

Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες άμεσων μηχανισμών αστοχίας μεγάλων υπογείων έργων όπως λ.χ. στοών, σιηράγγων, θαλάμων κ.λπ. και εκσκαφών μικρού μεγέθους π.χ. βαθειών γεωτρήσεων πετρελαίου. Αυτοί οι μηχανισμοί αστοχίας είναι:

1. Μηχανισμοί θραύσης που σχετίζονται με την ύπαρξη ασυνεχειών στα πετρώματα όπως λ.χ. διακλάσεις, στρωσιγενείς επιφάνειες, ρήγματα, ρωγμές και που επιταχύνονται με την παρουσία ύδατος κ.λπ.
2. Μηχανισμοί αστοχίας του αρρήκτου πετρώματος στη γειτονιά εκσκαφής που εκδηλώνονται με τη μορφή εφελκυστικών ή διατμητικών ρωγματώσεων.

1.5 Βιβλιογραφία 1ου Κεφαλαίου

- Davis, E.H., Gunn, M.J., Mair, R.J., and Seneviratne, H.N. (1980). The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material. *Geotechnique* **30**, No. 4, PP. 397-416.
- Eurocode 7 Geotechnical Design, Draft EN 1997-1. Part 1 General Rules Doc.nr. N322a. Secretariat of CEN/TC 250/SC7, 2000-06-27.
- Kolymbas, D. (1997). *Geotechnik – Tunnelbau and Tunnelmechanik*. Springer Verlag.
- Lagarias, J.C., J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright (1998). Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, Vol. **9**, No 1, pp. 112-147.
- Rabcewicz, L. (1965). The New Austrian Tunnelling Method. Water Power, pp. 19-24.
- Rowe, R.K. (2001). *Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Handbook*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Atkinson, J.H. and Potts, D.M. (1977), 'Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil', *Géotechnique* **27**, No.2, pp 203-215
- Bickel, O. John, Kuesel, R. Thomas, King, H. Elwyn.: *Tunnelling Engineering Handbook* /second edition/ Chapter 6
- Exadaktylos G. E., Vardoulakis, I., Stavropoulou M.C. and Tsombos, P. (2003), 'Analogue and numerical modeling of normal fault patterns produced due to slip along a detachment zone.' *Tectonophysics*, **376**, pp 117-134.
- Crook, A.J.L., Willson, S.M. Yu, J.G. and Owen, D.R.J. (2006). 'Predictive modelling of structure evolution in sandbox experiments.' *Journal of Structural Geology*, **28**, pp 729-744.
- Dimova, V.L. (1990), 'Some Direct and Inverse Problems in Applied Geomechanics' University of Mining & Geology, Sofia.
- Hornung H.G. 'Dimensional Analysis', Dover, 2006
- Leca, E and Dormieux, L. (1990), 'Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material', *Géotechnique* **40**, No.4, pp 581-606
- Litwiniszyn, J. (1974), 'Stochastic Methods in the Mechanics of Granular Bodies.' Springer-Verlag, Wien,

- Lunardi, Pietro (2000) , ‘*The design and construction of tunnels using the approach based on the analysis of controlled deformation in rocks and soils*’
- McClay, K.R.(1990), ‘*Extensional fault systems in sedimentary basins: a review of analogue model studies.*’ *Marine and Petroleum Geology*, **7**, 206–233.
- Tarkoy, P., J., (1995), ‘*Comparing TBMs with drill and blast excavation*’, *Tunnels & Tunneling*, **27**(10), pp 41-44
- Tarkoy, P., J., and Wagner, J., (1988), ‘*Backing up a TBM*’, *Tunnels & Tunneling*, **20**(10), pp 27-32
- Tarkoy, P., J., (1986), ‘*Practical geotechnical and engineering properties of tunnel boring machine performance analysis and prediction*’, *Tunnels & Tunneling*, **N1087**, pp 62-78
- Tarkoy, P., J., (1981), ‘*Tunnel boring machine performance as a function of local geology*’, *International Association of Engineering Geology*, **V18**, **N2**, pp 169-186
- Tarkoy, P., J., and Byram, J., (1988), ‘*The advantages of tunnel boring: a qualitative / quantitative comparison of D&B and TBM excavation*’, *Tunnels & Tunneling*, **20**(10)
- Terzaghi, K.v.(1936), ‘*Stress distribution in dry and saturated sand above a yielding trap-door*’. *Proc. Int Conf. Soil. Mechanics.*, Cambridge, Mass., **I**, 307-311.
- Vardoulakis, I., Vairaktaris, E., Papamichos, E. (2004), ‘*Subsidence Diffusion-Convection: I. Direct Problem.*’ *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **193**, pp 2745–2760.
- Wooi Leong Tan and Pathegama Gamage Ranjith (2003), ‘Parameters and Considerations in soft ground Tunneling’, *EJGE*, <http://www.ejge.com/2003/Ppr0344/Ppr0344.htm>
- Καββαδάς, Μ., (2005), ‘*Σημειώσεις Σχεδιασμού Υπογείων Έργων*’, Πανεπιστημιακές Παραδόσεις, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Κεφάλαιο 2:
Γεωμηχανικές Ταξινομήσεις Πετρωμάτων

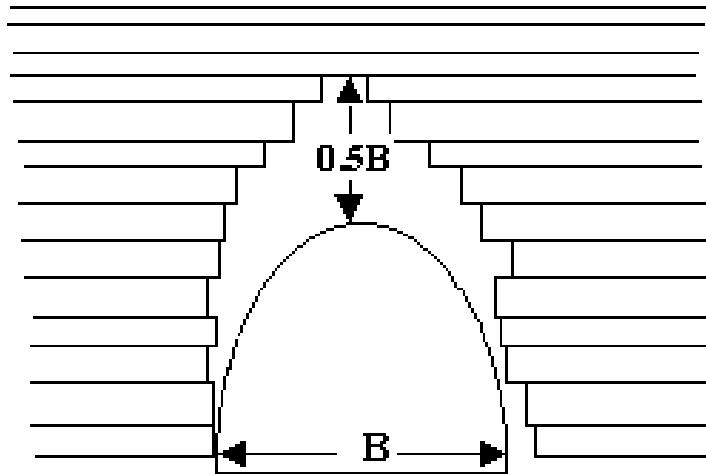
2.1 Γεωμηχανικές Ταξινομήσεις Βραχομάζας

Οι γεωμηχανικές ταξινομήσεις των μαζών των πετρωμάτων αναγνωρίζονται σήμερα ως αναγκαία εργαλεία για την εκτίμηση των συνθηκών των πετρωμάτων στα οποία πρόκειται να εκτελεσθούν υπαίθρια ή υπόγεια έργα. Η περιοχή αυτή της γεωμηχανικής έτυχε μεγάλου ενδιαφέροντος μετά τις πρωτοποριακές εργασίες των Terzaghi (1946), Lauffer (1958) και Deere (1964). Την τελευταία 25-ετία αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν - ειδικότερα στην κατασκευή σιράγγων - τρία συστήματα ταξινόμησης, ήτοι: (α) το σύστημα RSR των Wikham et al. (1972), (β) το RMR του Bieniawski (1973), και (γ) το σύστημα Q των Barton et al. (1974).

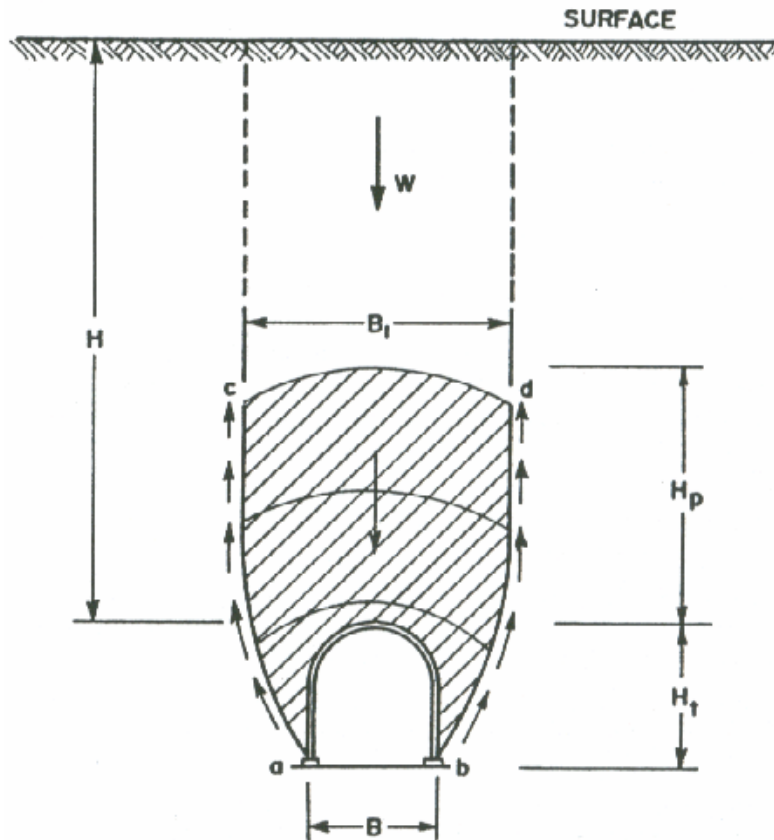
2.2 Ιστορική Αναδρομή Μεθόδων Διαστασιολογήσεως Σιράγγων

Εμπειρική Μέθοδος Ταξινόμησης του Terzaghi

Ο Terzaghi (1946) διετύπωσε την πρώτη μέθοδο υπολογισμού της φόρτισης σήραγγας που υποστηρίζεται από χαλύβδινα πλαίσια. Αυτό ήταν ένα σημαντικό βήμα προς την ορθολογικοποίηση του σχεδιασμού σιράγγων εφόσον την προηγούμενη 50-ετία η υποστήριξη των σιράγγων με χαλύβδινα πλαίσια ήταν κοινή πρακτική. Πρέπει όμως να επισημανθεί ότι ενώ η ταξινόμηση που πρότεινε ο Terzaghi ήτο επαρκής για τις περιπτώσεις εκείνες για τις οποίες και κατασκευάστηκε – ήτοι για τον υπολογισμό των φορτίων της σήραγγας που υποστηρίζεται από χαλύβδινα πλαίσια – εντούτοις δεν είναι εφαρμόσιμη για μεθόδους υποστύλωσης σιράγγων λ.χ. με κοχλίες και εκτοξευόμενο σκυρόδεμα. Μετά από λεπτομερείς έρευνες ο Cecil (1970) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η ταξινόμηση του Terzaghi ήταν πολύ γενική για να επιτρέψει την αντικειμενική εκτίμηση της ποιότητας της βραχομάζας και δεν έδινε ποσοτική πληροφορία για τις μηχανικές ιδιότητες της βραχομάζας.



Σχ. 2.1. Εκταση της τελικής υπερεσκαφής περίξ ανυποστήρικτης σήραγγας σε πέτρωμα με οριζόντια στρωσιγένεια (Terzaghi 1946).



Σχ.2.2. Απλοποιημένο σκαρίφημα του τρόπου φόρτισης της σήραγγας σε έδαφος (Terzaghi 1946).

Το μοντέλο του Terzaghi που φαίνεται στα Σχ. 2.1 και 2.2 προβλέπει ότι σε πρώτη φάση το φορτίο που επάγει μετατόπιση στη βραχώμαζα μεταφέρεται μέσω της δράσης της δοκού ή της τριβής, αντίστοιχα, στο παρακείμενο πέτρωμα. Καταρχήν το φορτίο υπερβαίνει την αντοχή σε κάμψη των δοκών που σχηματίζονται από τις στρώσεις του

πετρώματος και οι οποίες έχουν μήκος το πλάτος του ανοίγματος και ύψος το πάχος κάθε στρώσης. Αυτές οι στρώσεις που γειτνιάζουν με την εκσκαφή αστοχούν πρώτες και κατακρημνίζονται. Απ' την άλλη πλευρά τα βέλη κάμψης και οι καμπτικές τάσεις μειώνονται με το ύψος πάνω από την εκσκαφή εφόσον τα ανοίγματα των μικραίνουν λόγω της δράσης των πακτωμένων δοκών των αστοχησάντων στρώσεων (Σχ. 2.1). Μετά από ορισμένο όριο που είναι περίπου ίσο με $0.5B$ για πετρώματα και $H_p = B_1 + H_t$ για μαλακά εδάφη οι τάσεις που αναπτύσσονται πάνω από τα απομειούμενα ανοίγματα δεν υπερβαίνουν την αντίσταση κάμψης ή την αντοχή σε διάτμηση των στρώσεων πετρώματος και του εδάφους, αντίστοιχα.

Όσον αφορά την χρονική εξάρτηση της αστοχίας ή της χαλάρωσης της βραχομάζας στην στέψη της σήραγγας πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην γρήγορη υποστύλωση (underpinning) της οροφής της εκσκαφής εξαιτίας του γεγονότος ότι όλα τα πετρώματα που σχηματίζουν την οροφή των σηράγγων πάνω από τη ζώνη αστοχίας επιδεικνύουν συγκεκριμένη περίοδο δράσης του «θόλου» (χρόνο αυτοϋποστήριξης) ήτοι «συγκεκριμένο χρονικό διάστημα κατά το οποίο η φυσική αντοχή του πετρώματος επιτρέπει την μεταβίβαση των τάσεων στα τοιχώματα της εκσκαφής δεδομένου ανοίγματος χωρίς την εκδήλωση επικίνδυνων παραμορφώσεων ή αστοχίας του πετρώματος». Αυτή η περίοδος αυτοϋποστήριξης εξαρτάται εκτός από το χρόνο εκδήλωσης της υπέρβασης της εκσκαφής λόγω σταδιακής θραύσεως της οροφής της σήραγγας και από τις ιδιότητες ερπυσμού του υπόψη πετρώματος. Σημειώνεται ότι κατά τον ερπυσμό γεωυλικών η συνολική παραμόρφωση των δεν εκδηλώνεται μόνο από την αρχική φόρτιση του αλλά και σε μεταγενέστερο στάδιο που διαρκεί ορισμένο χρονικό διάστημα κατά το οποίο η επιβαλλόμενη τάση παραμένει σταθερή. Η φυσική και δομική εξήγηση αυτής της ρεολογικής συμπεριφοράς των γεωυλικών μπορεί να αποδοθεί με βάση τη σχέση μεταξύ της παραμορφωσιακής ενέργειας και της φέρουσας ικανότητας των δομικών υλικών. Όταν σε μονοδιάστατη συνθήκη φόρτισης αναπτυχθεί τάση σ σε οποιοδήποτε δομικό στοιχείο η οποία επιφέρει τροπή ε τότε η ειδική ελαστική ενέργεια του στοιχείου αυτού είναι $\sigma \cdot \varepsilon / 2 = P_0$ η οποία θα γίνει μηδέν όταν το σώμα αποφορτισθεί (υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν παραμένουσες παραμορφώσεις). Λόγω της βισκο-πλαστικής συμπεριφοράς των γεωυλικών μπορεί να αυξάνεται η τροπή ε κάτω από σταθερή τάση και επομένως η ειδική παραμορφωσιακή ενέργεια αυξάνεται από P_0 σε Π . Αν κατά την πάροδο του χρόνου αυτή η τιμή της ειδικής ενέργειας Π υπερβεί την κρίσιμη φέρουσα ικανότητα ενέργειας Π_{cr} του συγκεκριμένου γεωυλικού τότε αυτό αστοχεί ακόμα και αν δεν έχει επισυμβεί αύξηση του φορτίου. Η περίοδος αυτή της αύξησης της τροπής μέχρι την αστοχία του γεωυλικού είναι ουσιαστικά η περίοδος της δράσης του τόξου. Απ' την άλλη πλευρά κάτω από τις ίδιες συνθήκες φόρτισης και το ίδιο γεωυλικό η φέρουσα ικανότητα είναι και συνάρτηση της τάσης σ η οποία εξαρτάται από το άνοιγμα της σήραγγας ή του θαλάμου, συνεπώς η περίοδος δράσης του τόξου μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί αν μειωθεί (λ.χ. με την τοποθέτηση προσωρινής τεχνητής υποστήριξης) ή αυξηθεί (π.χ. με την διεύρυνση της εκσκαφής) αντίστοιχα, το άνοιγμα της εκσκαφής.

Για τον υπολογισμό του κατακόρυφου φορτίου που εξασκείται στη τελική επένδυση της σήραγγας ο Terzaghi έκανε τις εξής εμπειρικές παρατηρήσεις:

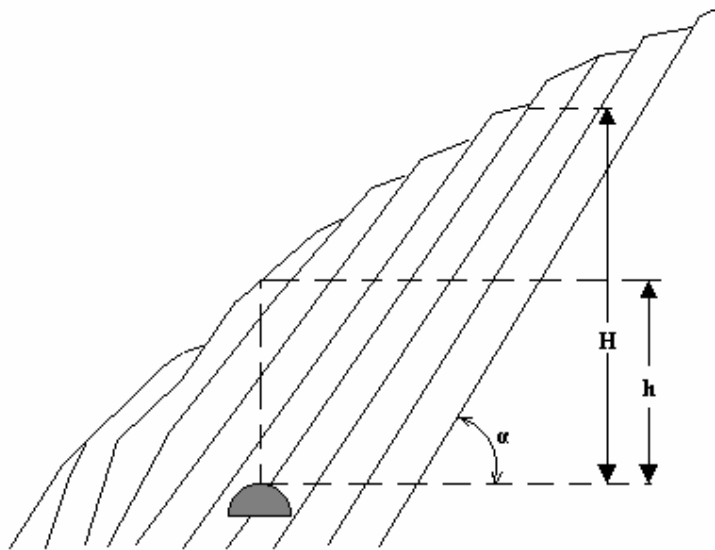
1. Σε συμπαγή πετρώματα που διασχίζονται από οριζόντιες στρωσιγενείς επιφάνειες το μέγιστο φορτίο οφείλεται από την μεγαλύτερη υπερεκσκαφή που είναι πιθανότερο να επισυμβεί κατά την ανατίναξη του μετώπου. Το πιθανό ύψος της υπερεκσκαφής είναι ίσο με το ήμισυ του πλάτους της σήραγγας (Σχ. 2.1) συνεπώς το φορτίο p θα δίδεται από τη σχέση

$$p = \frac{\gamma B}{2}, \text{ οριζόντια στρωσιγένεια} \quad (2.1)$$

όπου γ το μοναδιαίο βάρος του υπερκειμένου πετρώματος. Στην περίπτωση που η στρωσιγένεια είναι κατακόρυφη τότε το φορτίο αποδίδεται από τη σχέση

$$p = \frac{\gamma B}{4}, \text{ κατακόρυφη στρωσιγένεια} \quad (2.2)$$

Στην περίπτωση που οι στρωσιγενείς επιφάνειες έχουν ενδιάμεση κλίση επισυμβαίνει επίσης πλευρική πίεση που θα έχει ως αποτέλεσμα την κάμψη των τοιχωμάτων της σήραγγας (Σχ. 2.3). Το ύψος της υπερεκσκαφής αποδίδεται πάλι με την σχέση (2.2).



Σχ.2.3. Σήραγγα που διευθύνεται κατά την παράταξη κεκλιμένων στρωμάτων. Η κατακόρυφη συνιστώσα του βάρους του υπερκειμένου πετρώματος μπορεί να είναι μεγαλύτερη ($=\gamma H/\eta\mu\alpha$) του βάρους που αντιστοιχεί στο βάθος h της σήραγγας.

2. Σε ομοιόμορφο πέτρωμα μέτριου βαθμού ασυνεχείας το ύψος της υπερκειμένης υπερεκσκαφής με την μορφή σφήνας μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι $0.25B$.
3. Σε ρηγματωμένα πετρώματα που διασχίζονται από μεγάλα ρήγματα ο βαθμός ασυνεχείας μπορεί να κυμαίνεται από μικρός έως πολύ μεγάλος όσο πλησιάζουμε στις ρηξιγενείς ζώνες (λ.χ. μυλωνιτοποιημένες ζώνες), το φορτίο που εξασκείται στην οροφή της σήραγγας γίνεται – πάνω από κάποιο ύψος – ανεξάρτητο από το βάθος των υπερκειμένων και εξαρτάται μόνο από το πλάτος και το ύψος της εκσκαφής. Η τριβή μεταξύ των τεμαχίων του κατακερματισμένου πετρώματος ή των σωματιδίων του εδαφικού υλικού οδηγεί στην ανάπτυξη της δράσης του «θόλου» που επεκτείνεται γενικά σε ύψος $1.5B_1$ όπου $B_1=B+H_t$ (Σχ. 2.2).

Το Σύστημα Γεωμηχανικής Ταξινόμησης του Bieniawski

Το υπόψη σύστημα ταξινόμησης Rock Mass Rating (RMR) αναπτύχθηκε από τον Bieniawski (1973) κυρίως για εφαρμογές σε σήραγγες. Σημειώνεται ότι το σύστημα

αυτό έχει εφαρμοσθεί και στο σχεδιασμό θαλάμων, υπόγειων μεταλλείων και ανθρακορυχείων και πρανών. Αυτή η γεωμηχανική ταξινόμηση της βραχώμαζας χρησιμοποιεί τις ακόλουθες έξι παραμέτρους όλες από τις οποίες μπορούν να μετρηθούν επί τόπου και από δεδομένα γεωτρήσεων:

1. Αντοχή σε ανεμπόδιστη θλίψη του αρρήκτου πετρώματος
2. Δείκτη ποιότητας πετρώματος (Rock Quality Designation, RQD)
3. Απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών της βραχώμαζας
4. Φυσική κατάσταση των ασυνεχειών
5. Συνθήκες υπογείων υδάτων
6. Προσανατολισμός ασυνεχειών

Όπως φαίνεται στον Πίν. 2.1 το σύστημα RMR αποδίδει την συνοχή, την γωνία εσωτερικής τριβής και το μέτρο δυστροπίας (καταχρηστικώς του μέτρου ελαστικότητας) για πέντε κατηγορίες μαζών πετρωμάτων.

Πίνακας 2.1: Ταξινόμηση βραχομάζας και παράμετροι σχεδιασμού κατά Bieniawski (1989)

Κατηγορία	RMR	Ποιότητα βραχομάζας	Συνοχή (MPa)	Γωνία εσωτερικής τριβής	Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)
II	61-80	Πολύ καλή	0.3-0.4	35° - 45°	20-60
III	41-60	Καλή	0.2-0.3	25° - 35°	5.6-20
IV	21-40	Μέτρια	0.1-0.2	15° - 25°	1.8-5.6
V	<20	Πολύ πτωχή	<0.1	<15°	<1.8

Η εφαρμογή του RMR γίνεται σε τμήματα της σήραγγος που έχουν ομοιόμορφα γεωλογικο-μηχανικά χαρακτηριστικά τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή του δείκτη.

Το σύστημα RMR έχει αποδειχθεί ότι είναι χρήσιμο για την εκτίμηση του επί τόπου μέτρου δυστροπίας της μάζας πετρώματος. Σημειώνεται ότι η εκτέλεση μετρήσεων της επί τόπου μέτρου δυστροπίας μαζών πετρωμάτων ή εδαφών μπορούν να γίνουν με την βοήθεια:

- Δοκιμή με φόρτιση όγκου του επί τόπου πετρώματος με πλάκες έδρασης (plate bearing test)
- Δοκιμή επίπεδου γρύλλου (flat jack test)
- Δοκιμή ακτινικής πρέσσας (radial press test)
- Δοκιμή γρύλλου γεωτρήσεων (borehole jack test)
- Δοκιμή διογκωσιόμετρου (dilatometer test)
- Δοκιμή διάδοσης μικροσεισμικών κυμάτων («petite seismique» test)

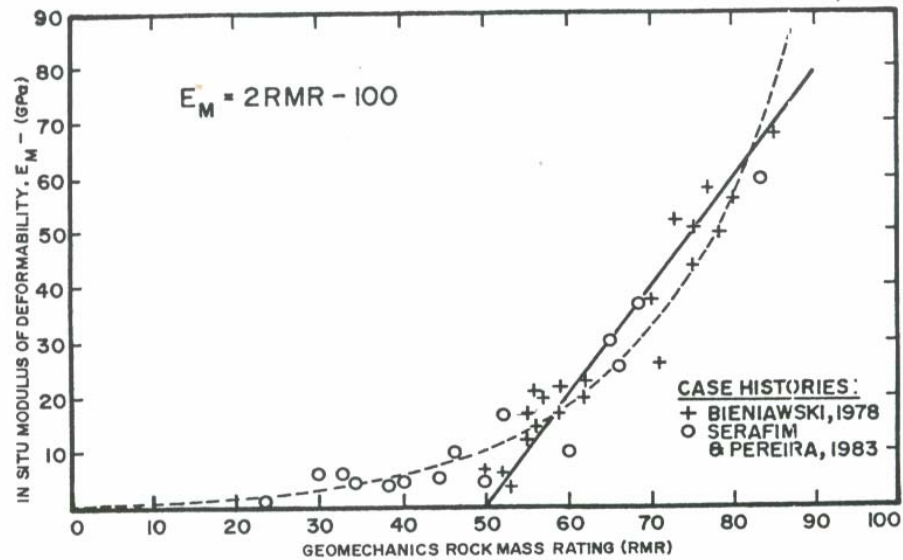
Αυτό καταδεικνύεται στο Σχ. 2.4 όπου φαίνεται η καλύτερη γραμμική παρεμβολή των επί τόπου μετρήσεων του μέτρου δυστροπίας συναρτήσει του δείκτη RMR καλής ποιότητας μαζών πετρωμάτων (κλάσεις III, II και I) με συντελεστή συσχέτισης 0.9612 (Bieniawski, 1978) η οποία έχει τη μορφή

$$E = 2RMR - 100, \quad RMR > 50 \quad (2.3)$$

όπου E εκφράζεται σε GPa. Μια εμπειρική (φαινομενολογική) σχέση για όλες τις κατηγορίες πετρωμάτων και κυρίως για τις κατηγορίες IV και V προτάθηκε από τους Serafim & Pereira (1983) έχει δε τη μορφή

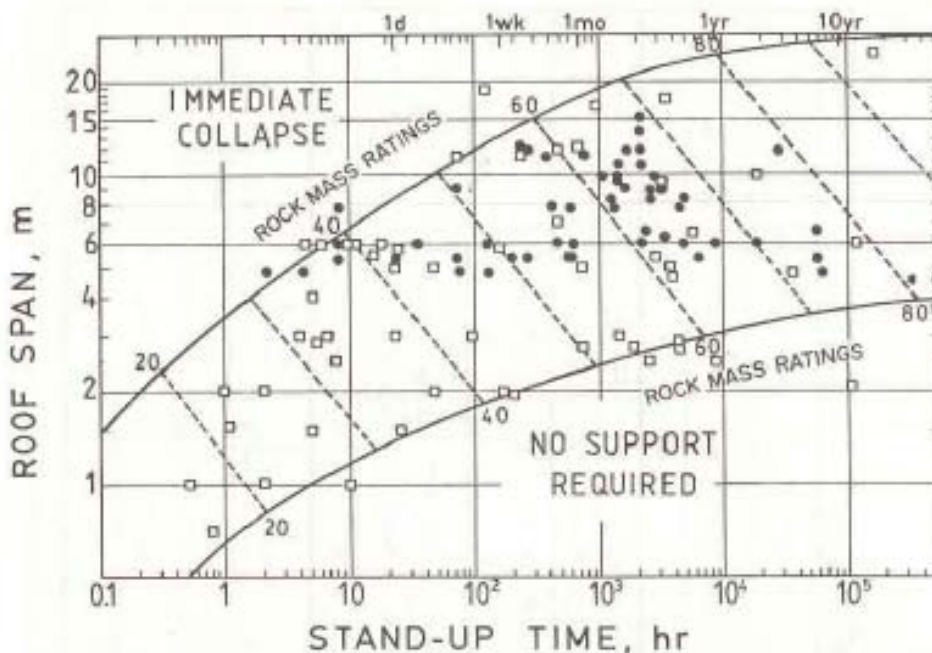
$$E = 10 \frac{RMR-10}{40}, \quad RMR < 50 \quad (2.4)$$

όπου E εκφράζεται σε GPa.



Σχ. 2.4. Συσχέτιση μεταξύ του επί τόπου μέτρου δυστροπίας και του Συστήματος Γεωμηχανικής Ταξινόμησης (RMR).

Για την περίπτωση θαλάμων και σιράγγων το αποτέλεσμα που προκύπτει από το σύστημα RMR όσον αφορά τη σχέση του μεγέθους της εκσκαφής και του χρόνου αυτο-υποστήριξης (αποτέλεσμα ερπυσμού της βραχομάζας) λόγω του φαινομένου φυσικής υποστήριξης του τόξου παρουσιάζεται στο Σχ. 2.5.

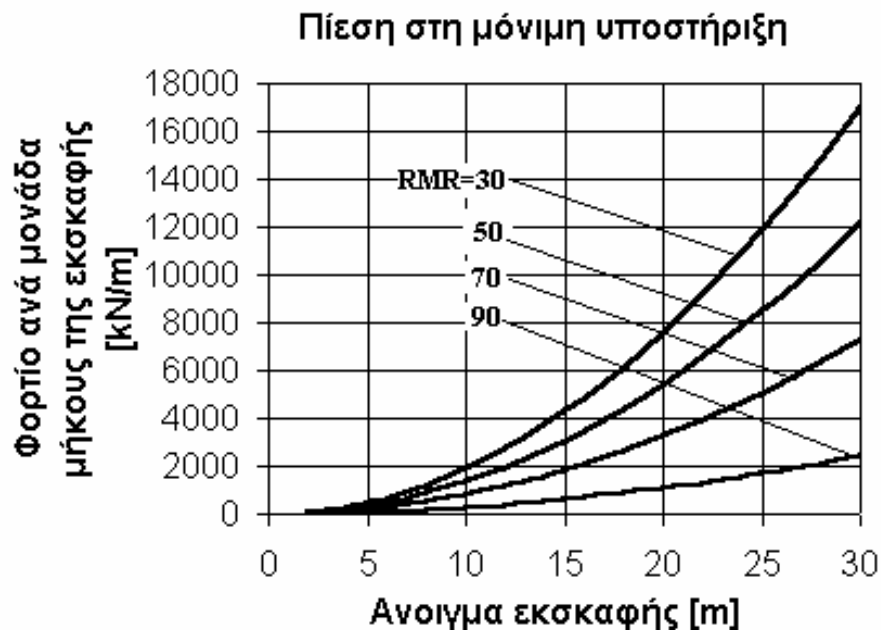


Σχ. 2.5. Συσχέτιση του ανοίγματος θαλάμων ή σήραγγων με το χρόνο αυτοϋποστήριξης για τις διάφορες κλάσεις του Συστήματος Γεωμηχανικής Ταξινόμησης (RMR,, Bieniawski, 1987).

Το φορτίο που εξασκείται στην μόνιμη επένδυση της σήραγγας μπορεί να υπολογισθεί με βάση το RMR σύμφωνα με την ακόλουθη εμπειρική σχέση (Unal, 1983)

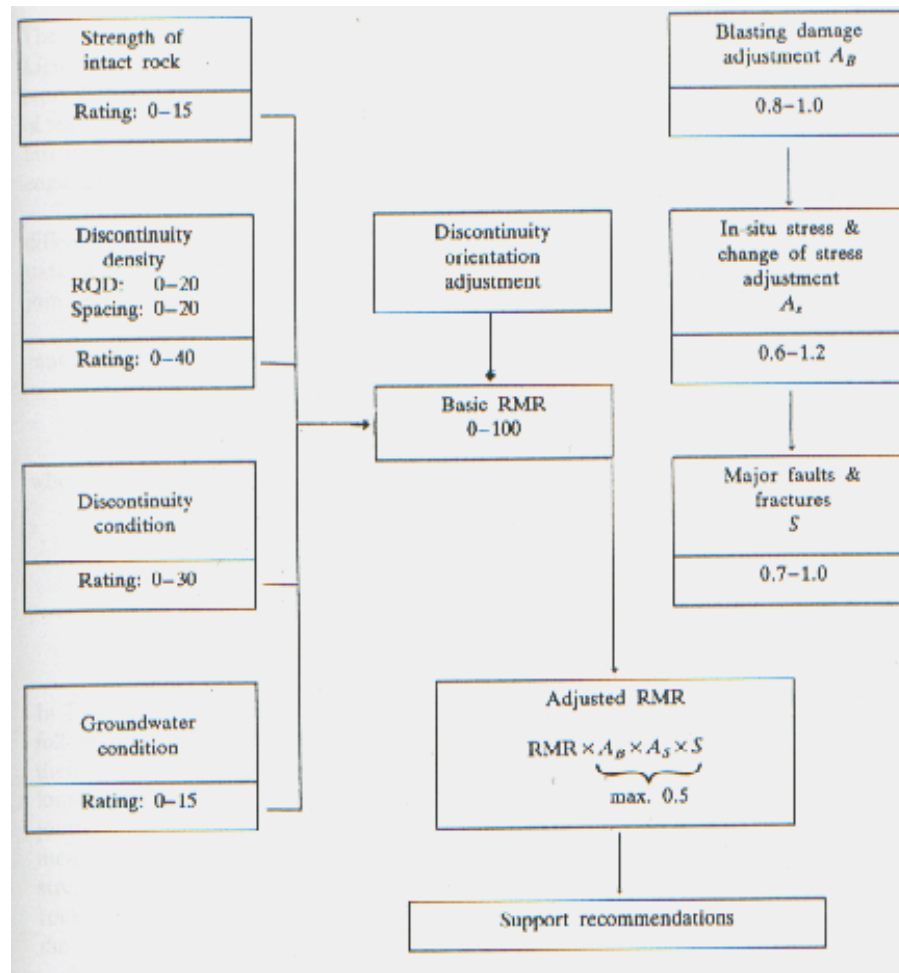
$$P = \frac{100 - RMR}{100} \gamma B \quad (2.5)$$

όπου P είναι το φορτίο υποστύλωσης, γ είναι το μοναδιαίο βάρος της μάζας του υπερκειμένου πετρώματος (kN/m^3) και B (m) το άνοιγμα της εκσκαφής. Για παράδειγμα το Σχ. 2.6 παρουσιάζει την εξάρτηση το φορτίου που εξασκείται στην μόνιμη επένδυση (lining) μιας σήραγγας ανά μονάδα μήκους αυτής συναρτήσει του πλάτους της όταν αυτή ορύσσεται σε βραχομάζες διαφόρων κλάσεων.



Σχ. 2.6. Μεταβολή του φορτίου που εξασκείται στη μόνιμη υποστήριξη της σήραγγας ανά μονάδα μήκους αυτής συναρτήσει του ανοίγματος της εκσκαφής για διάφορες κλάσεις του Συστήματος Γεωμηχανικής Ταξινόμησης (RMR) (Unal, 1983).

Στο Σχ. 7 παρουσιάζεται η μεθοδολογία για τη διόρθωση του RMR το οποίο θεωρεί επιπλέον την επίδραση (α) της επαγόμενης φθοράς στο περιβάλλον την εκσκαφή πέτρωμα λόγω ανατινάξεων, (β) την μεταβολή των επί τόπου τάσεων λόγω της εξόρυξης του ανοίγματος ή του συστήματος των ανοιγμάτων και (γ) την παρουσία μεγάλων ρηγμάτων, έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοσθεί στην εκμετάλλευση μεταλλείων.



Σχ. 2.7. Διάγραμμα ροής του Τροποποιημένου Συστήματος Γεωμηχανικής Ταξινόμησης (RMR) ώστε να μπορεί να εφαρμοσθεί στην εκμετάλλευση μεταλλείων.

Ανακεφαλαιώνοντας, το Σύστημα Γεωμηχανικής Ταξινόμησης που έχει προταθεί από τον Bieniawski (1973) επιτρέπει την εκτίμηση του RMR, του ανυποστήρικτου ανοίγματος της εκσκαφής, το χρόνο αυτοϋποστήριξης, τις απαιτήσεις σε μέτρα μόνιμης υποστήριξης μέσω του υπολογισμού του φορτίου που ασκείται επί αυτής, το επί τόπου μέτρο παραμορφωσιμότητας, την συνοχή και την γωνία εσωτερικής τριβής της βραχώμαζας.

2.3 Βιβλιογραφία 2ου Κεφαλαίου

- Bieniawski, Z.T. (1984). *Rock Mechanics Design in Mining and Tunneling*. A.A. Balkema, Rotterdam.
- Szèchy, K. (1973). *The Art of Tunneling*. 2nd English Edition, Akademiai Kiado, Budapest.

Κεφάλαιο 3:

Θεωρητική Ανάλυση Διαστασιολόγησης Σηράγγων

Διαστασιολόγηση Προσωρινής Υποστήριξης Σήραγγας με Αναλυτικές και Αριθμητικές Μεθόδους

Εισαγωγή

Ο σχεδιασμός της ακολουθίας (ή συστήματος) εξόρυξης και υποστήριξης για την κατασκευή ενός υπογείου έργου είναι ένα πολύπλοκο πρόβλημα της Μηχανικής. Ο σχεδιαστής πρέπει να θεωρήσει πολλούς παράγοντες για να επιλέξει το καταλληλότερο σύστημα. Μερικοί από αυτούς τους παράγοντες είναι οι εξής:

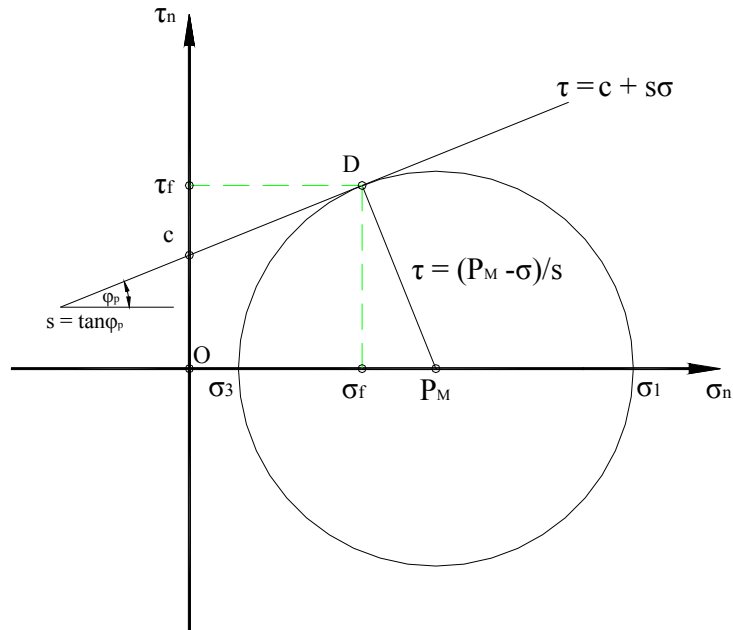
- Το μέγεθος και η γεωμετρία διατομής της σήραγγας
- Οι ιδιότητες των στοιχείων υποστήριξης
- Οι αναμενόμενες συνθήκες της εδαφοβραχώμαζας
- Η αναμενόμενη μηχανική συμπεριφορά της εδαφοβραχώμαζας κατά την εξόρυξη της σήραγγας
- Η διαθεσιμότητα εγκαταστάσεων, μηχανημάτων και προσωπικού για την εκτέλεση των εργασιών
- Οι προδιαγραφές για καθιζήσεις στην επιφάνεια

Στα Σχ. 3.1α και β παρουσιάζονται διάφοροι τύποι εκσκαφών και υποστήριξης από 1 – 8 που εφαρμόζονται συνήθως κατά την κατασκευή σήραγγων. Αυτοί είναι για σήραγγες που υποστηρίζονται με κάποιο συνδυασμό ενισχυμένου εκτοξευόμενου σκυροδέματος, χαλύβδινα τόξα, κοχλίες, αγκύρια και άλλα στοιχεία υποστήριξης. Γενικά ο ποιο κρίσιμος παράγοντας είναι οι προβλεπόμενες γεωμηχανικές συνθήκες και η μεταβλητότητα των ιδιοτήτων του εδάφους ή του πετρώματος. Οι συνήθεις παράμετροι σχεδιασμού είναι τα μέτρα παραμορφωσιμότητας E και ν που χρησιμοποιούνται στο καταστατικό νόμο τάσης-τροπής ή τροπής-τάσης:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu \sigma_{kk} \delta_{ij}]$$
(3.1)

Επίσης, άλλες αναγκαίες σχεδιαστικές παράμετροι της εδαφοβραχώμαζας είναι η συνοχή c και η γωνία εσωτερικής τριβής φ που περιγράφουν την γραμμική⁸ περιβάλλουσα αστοχίας Mohr-Coulomb (Σχ. 3α). Όπως θα δούμε παρακάτω, εξαιτίας της επίπεδης (δι-διάστατης) προσέγγισης που κάνουμε για ένα πρακτικά τρισδιάστατο πρόβλημα γύρω από το μέτωπο της σήραγγας, χρειαζόμαστε ακόμα δύο σχεδιαστικές παραμέτρους που είναι ο συντελεστής εκτόνωσης των τάσεων (stress relaxation factor), λ ($0 \leq \lambda \leq 1$), και ο συντελεστής υπερφόρτωσης, N , σε σημείο επί του συνόρου της σήραγγας.

⁸ Σημειώνεται ότι η περιβάλλουσα αστοχίας μπορεί να μην είναι γραμμική.

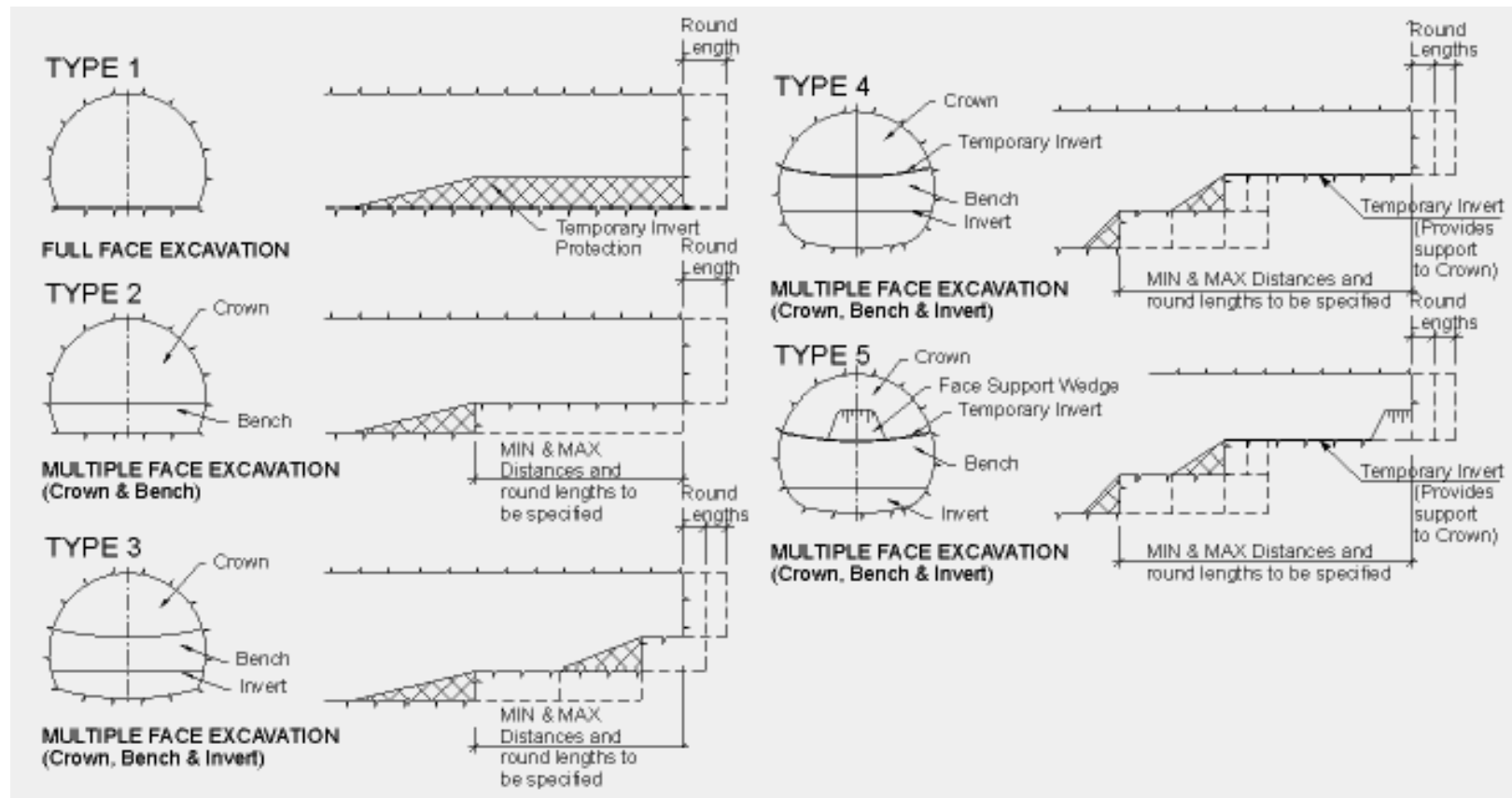


Σχ. 3α

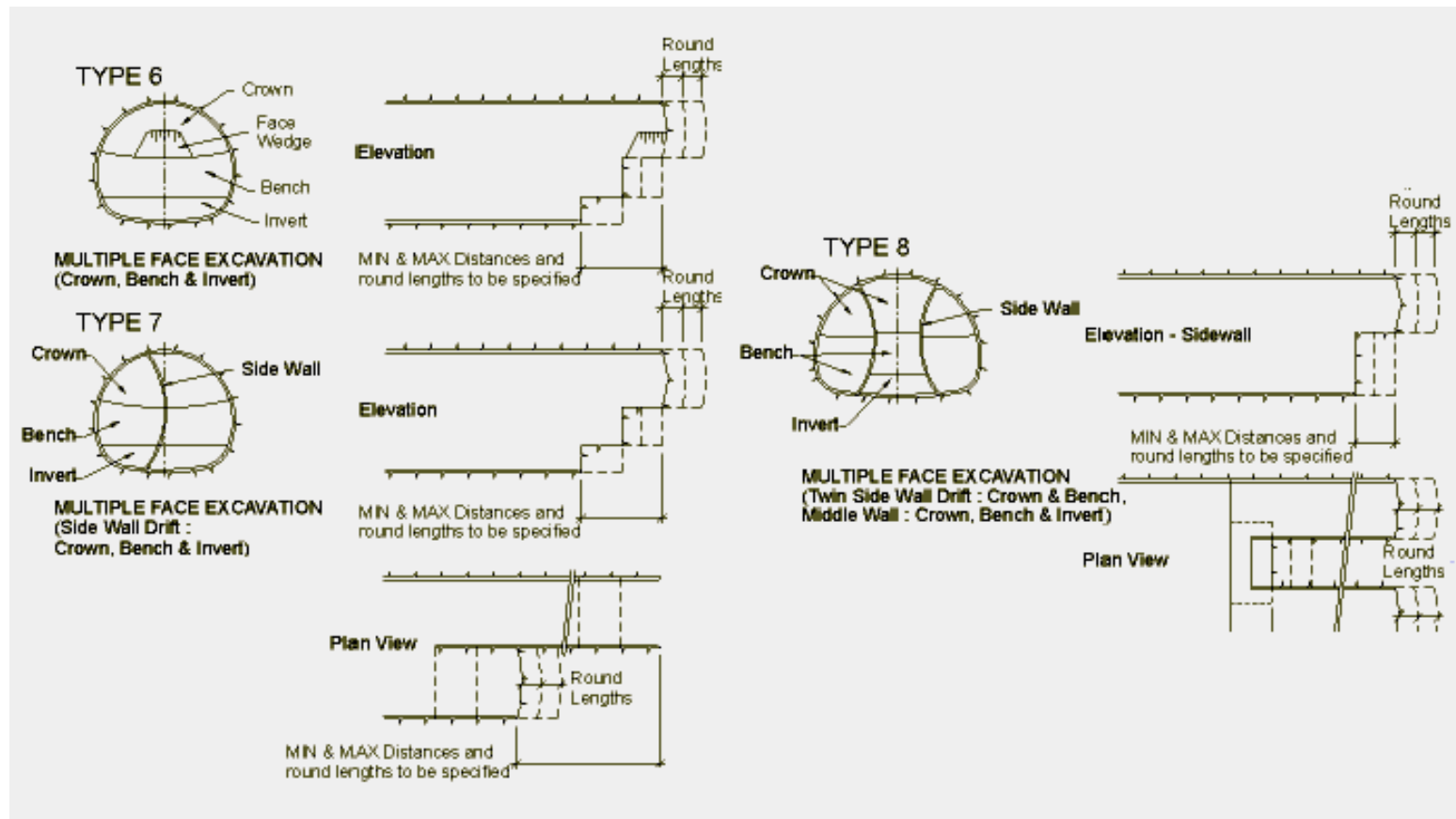
Επομένως, είναι σημαντικό να αποκτηθεί η απαραίτητη γνώση για την φύση του εδάφους ή του πετρώματος και για την συμπεριφορά αυτού κατά την διάνοιξη της σήραγγος. Κατά την διάνοιξη της σήραγγος οι συναντώμενες συνθήκες του εδάφους πρέπει να συγκρίνονται με αυτές που είχαν θεωρηθεί στην φάση του σχεδιασμού. Είναι τότε δυνατόν να αναθεωρηθεί το σύστημα εξόρυξης και υποστήριξης έτσι ώστε να βελτιωθεί η συνολική μηχανική συμπεριφορά της σήραγγας.

Οι μεταβολές αυτές πρέπει να γίνουν με βάση μόνο των δεδομένων των γεωτεχνικών μετρήσεων και με τη σύμφωνη γνώμη του μελετητή. Τέτοιες μεταβολές είναι συνήθως στην μοντέρνα πρακτική της σήραγγοποιίας, μπορούν δε να περιλαμβάνουν:

- Την μείωση του χρόνου για την εξόρυξη του δαπέδου και τελειώματος της διατομής της σήραγγας αλλάζοντας το σχεδιασμό από τον τύπο 5 στον τύπο 6 με σκοπό την ελαχιστοποίηση της επιφανειακής καθίζησης.
- Την αύξηση του ρυθμού παραγωγής με την μη-διάνοιξη μετώπων στέψης αν αυτά δεν είναι απαραίτητα όπως αλλαγή του σχεδιασμού από τον τύπο 3 στον τύπο 2.



Εικόνα 3.1. (α) Μέθοδοι σταδιακής εξόρυξης σήραγγος (NATM).



Εικόνα 3.1. (B) Μέθοδοι σταδιακής εξόρυξης σήραγγος (NATM).

Ταξινομήσεις Βραχομάζας - Γεωτεχνικές Παράμετροι Σχεδιασμού

Οι Τεχνικές Προδιαγραφές της σύμβασης κατασκευής του έργου προβλέπουν συνήθως συσχετισμό των κατηγοριών εκσκαφής και υποστύλωσης της σήραγγας με την βαθμονόμηση της βραχομάζας κατά Bieniawski (Πίν. 3.1).

Πίνακας 3.1: Αντιστοιχία Διατομών Υποστύλωσης / Κατάταξης Βραχομάζας

Βαθμονόμηση Bieniawski Τμές RMR	80	60	40	20	
Βαθμονόμηση Bieniawski Κατηγορίες Πετρώματος	I	II	III	IV	V
Διατομές Υποστύλωσης	I		II	IIIa	IIIb

Ετσι, και οι παράμετροι σχεδιασμού των μέτρων προσωρινής υποστύλωσης συσχετίζονται με την ποιότητα της βραχομάζας, συνυπολογίζοντας τα εργαστηριακά αποτελέσματα, τη συνολική εκτίμηση της ποιότητας της βραχομάζας και την μέχρι τώρα εμπειρία σε παρόμοιους σχηματισμούς (Πίν. 3.2).

Πίνακας 3.2: Κατηγορίες διατομών και αντίστοιχες γεωτεχνικές παράμετροι σχεδιασμού

Ιδιότητες	Κατηγορία διατομών υποστύλωσης			
	I	II	IIIa	IIIb
E (MPa)	10000	8000	3000	1500
N	0,2	0,2	0,2	0,2
c (MPa)	0,5	0,3	0,2	0,15
φ (°)	48	40	35	30
Γ (KN/m ³)	25	25	25	25

Πεδίο Αρχικών Τάσεων

Από όλες τις ποσότητες που πρέπει να εκτιμήσει ή να μετρήσει ο γεωτεχνικός μηχανικός που μελετά ένα πρόβλημα σχεδιασμού και ευστάθειας υπογείου έργου το επί-τόπου πεδίο των προϋπαρχουσών τάσεων είναι το πιο δύσκολο. Η κατακόρυφη τάση μπορεί να προσεγγισθεί σε ανεκτό επίπεδο ακρίβειας με το γινόμενο του βάθους κάτω από την επιφάνεια επί το μοναδιαίο βάρος της βραχομάζας. Από την άλλη μεριά σύμφωνα με την παλαιά αρχή η οριζόντια τάση είναι αποτέλεσμα του περιορισμού της βραχομάζας λόγω του φαινομένου Poisson. Ετσι η κατακόρυφη και οριζόντια επί-τόπου τάση σ_v και σ_h , αντίστοιχα, δίνεται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \gamma H, \\ \sigma_h &= \frac{\nu}{1-\nu} \gamma H \end{aligned} \quad (3.2)$$

όπου H είναι το ύψος του υπερκειμένου πετρώματος, γ είναι το μοναδιαίο βάρος του πετρώματος και ν είναι ο λόγος Poisson του πετρώματος.

Το Σχ. 3.1 που έχει ληφθεί από τους Hoek & Brown (1980) παρουσιάζει τις μετρηθείσες τιμές της κατακόρυφης τάσης συναρτήσει του βάθους σε διαφορετικές περιοχές του κόσμου. Η γραμμική εξίσωση που προσεγγίζει καλύτερα τις μετρήσεις είναι η εξής

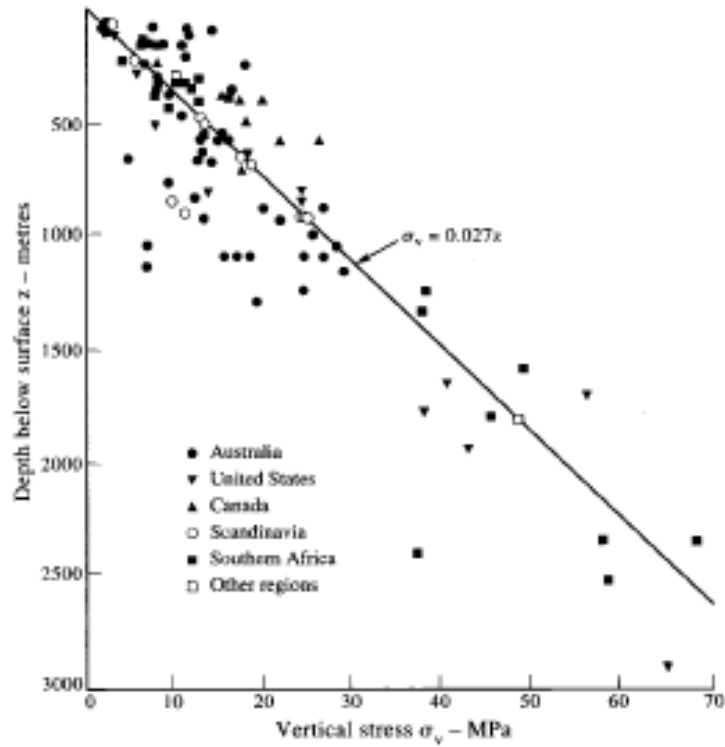
$$\sigma_v = 0.027 H \quad (3.3)$$

όπου η σ_v εκφράζεται σε MPa και το βάθος H σε m. Σύμφωνα με την πρώτη εκ των σχέσεων (3.2) η εξίσωση (3.3) δείχνει ότι το μέσο μοναδιαίο βάρος του πετρώματος στο οποίο έγιναν οι μετρήσεις είναι περίπου 0.027 MN/m^3 . Αυτή η τιμή του μοναδιαίου βάρους αντιστοιχεί σε πυριτικά πετρώματα τα οποία αποτελούν και το κύριο συστατικό των πετρωμάτων.

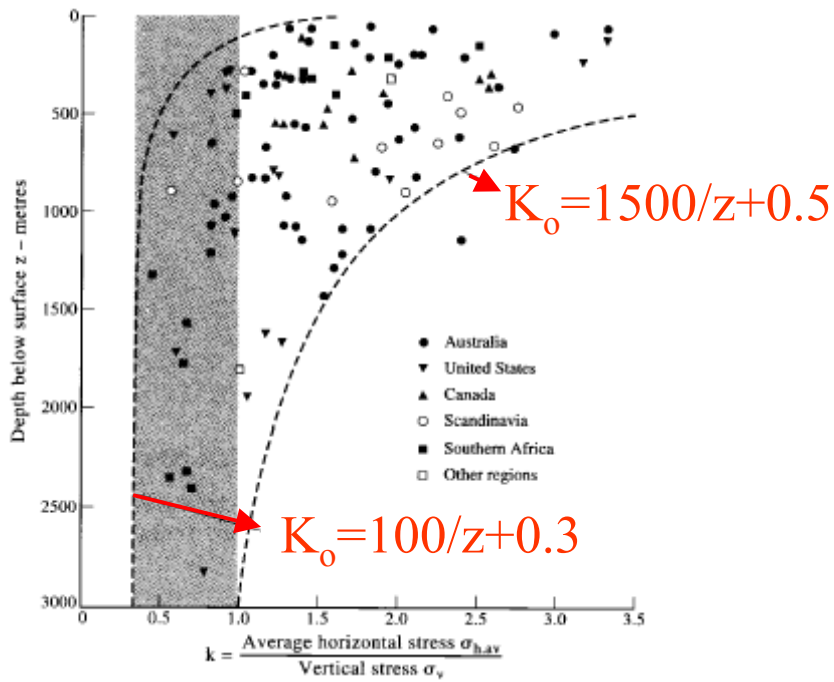
Η μέση οριζόντια τάση σ_h σε ορισμένο βάθος H από την επιφάνεια εκφράζεται συνήθως ως συνάρτηση της μέσης κατακόρυφης τάσης σ_v . Ο λόγος της οριζόντιας προς την κατακόρυφη τάση – ο οποίος στην εδαφομηχανική αναφέρεται και ως συντελεστής «πίεσης της γής σε ισορροπία» ή συντελεστής «πλευρικής ώθησης» – ορίζεται ως εξής

$$k = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \quad (3.4)$$

Το Σχ. 3.2 παρουσιάζει τις τιμές του συντελεστή k σε συνάρτηση με το βάθος z από την επιφάνεια που αντιστοιχούν στην μετρηθείσα κατακόρυφη τάση του Σχ. 3.1. Το διάγραμμα αυτό δείχνει ότι οι επί τόπου τιμές του k περιορίζονται από τις δύο καμπύλες που φαίνονται στο ίδιο διάγραμμα. Η μικρότερη τιμή της σ_h είναι $\approx 0.5\sigma_v$ ενώ η μεγαλύτερη είναι $\approx 3.5\sigma_v$. Αν οι διαστάσεις της διατομής μιας σήραγγος είναι μικρές συγκριτικά με το βάθος της τότε οι επί τόπου τάσεις του μακρινού πεδίου σ_v , σ_h μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι σταθερές κατά την έννοια της διατομής της σήραγγος.



Σχ. 3.1. Μετρηθείσες τιμές της κατακόρυφης τάσης σ_z ως συνάρτηση του βάθους z σε διαφορετικές περιοχές της Γής (Hoek and Brown, 1980).

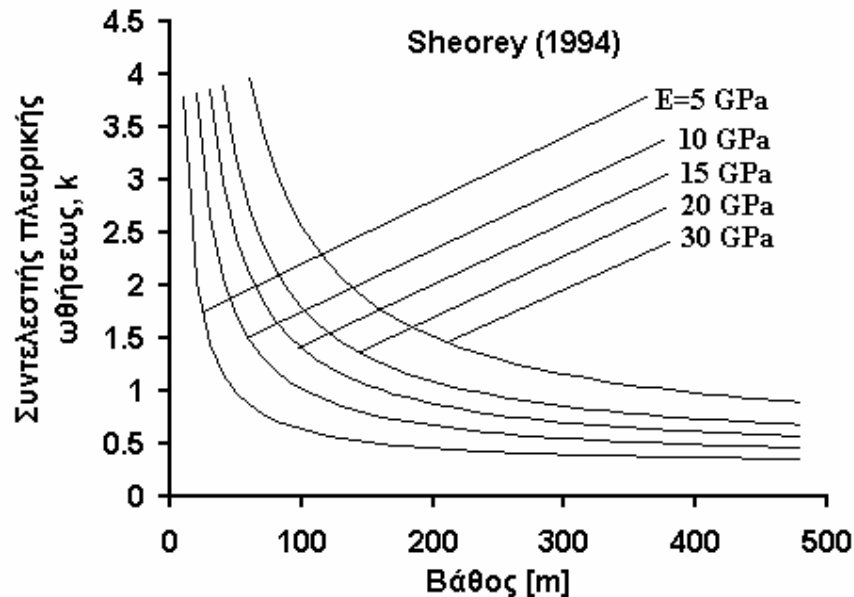


Σχ. 3.2. Μετρηθείς λόγος οριζόντιας προς κατακόρυφης επί τόπου τάσης ως συνάρτηση του βάθους z σε διαφορετικές περιοχές της Γής (Hoek and Brown, 1980).

Ο Sheorey (1994) πρότεινε θεωρητικό μοντέλο για την σχέση του συντελεστή πλευρικής ώθησης με το βάθος από την επιφάνεια. Το μοντέλο της Γης είναι στατικό και θερμοελαστικό και θεωρεί την καμπυλότητα του στερεού φλοιού μέσω της θεωρίας κελυφών και την μεταβολή των ελαστικών σταθερών, της πυκνότητας και των συντελεστών θερμικής διάγκωσης στον φλοιό και στον μανδύα. Το υπόψη προσεγγιστικό μοντέλο προβλέπει την ακόλουθη σχέση του συντελεστή k με το μέτρο ελαστικότητας E του στερεού φλοιού και το βάθος H από την επιφάνεια

$$k = 0.25 + 7E \left(0.001 + \frac{1}{H} \right) \quad (3.5)$$

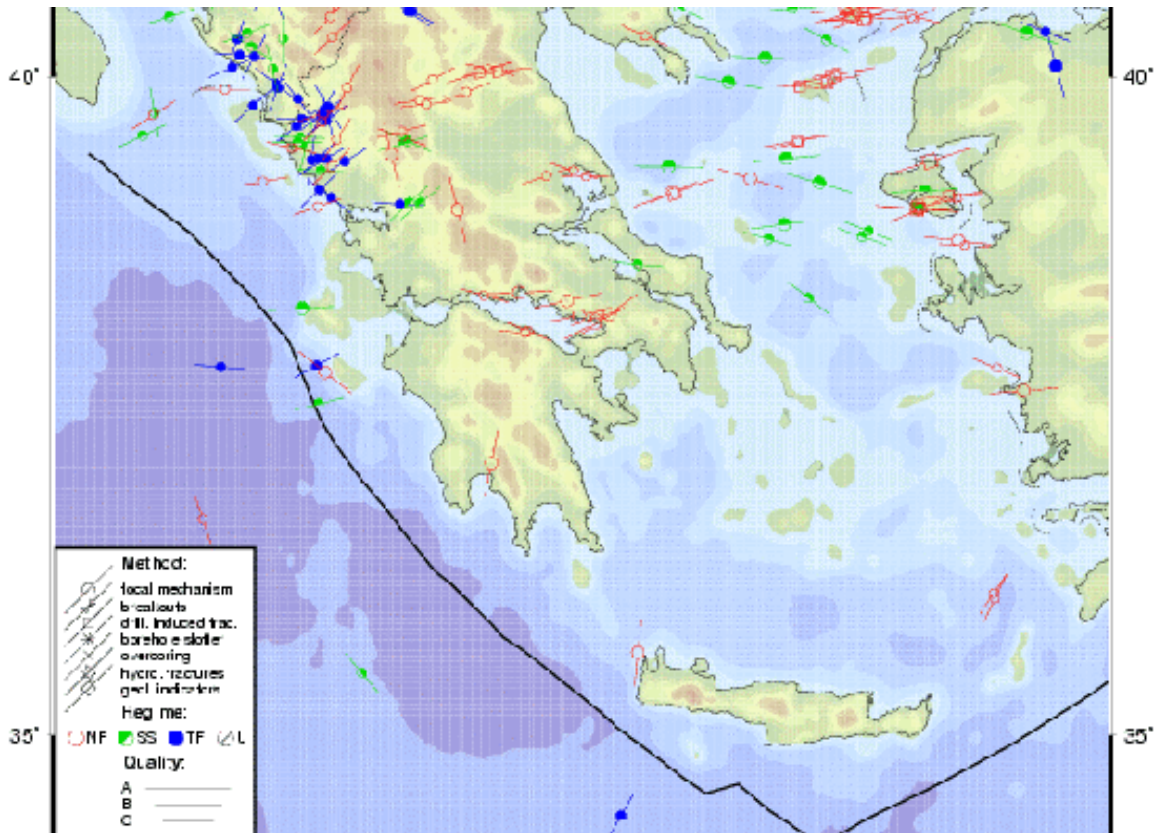
Στο διάγραμμα του Σχ. 3.3 φαίνονται οι καμπύλες της μεταβολής του k συναρτήσει του βάθους για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας. Παραδείγματος χάριν, για εύρος τιμών του μέτρου Ελαστικότητας $E = 10 \div 1.5$ GPa, από το διάγραμμα αυτό ή από τη παραπάνω σχέση (3.5) για βάθος $H=70$ m μπορεί να βρεθεί ότι $k = 0.4 \div 1.3$.



Σχ. 3.3. Λόγος της οριζόντιας προς την κατακόρυφη μέσης επί τόπου τάσης ως συνάρτηση του βάθους z κάτω από την επιφάνεια (Sheorey, 1994).

Μπορεί να παρατηρηθεί ότι οι θεωρητικές καμπύλες του Σχ. 3.3 είναι παρόμοιες με τις μετρηθείσες τιμές του k οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχ. 3.2, επομένως εμμέσως το μοντέλο του Sheorey φαίνεται ότι είναι ρεαλιστικό – χωρίς βεβαίως αυτό να σημαίνει ότι είναι και σωστό.

Τέλος οι σχέσεις των κυρίων τάσεων στον Ελληνικό χώρο που προέκυψαν από ανάδρομες αναλύσεις σεισμολογικών παρατηρήσεων φαίνονται στην Εικ. 3.2.



Εικόνα 3.2. Χάρτης επί τόπου τάσεων του Ελληνικού χώρου που έχει προκύψει από σεισμολογικές αναλύσεις, επί τόπου δοκιμές υδραυλικής θραύσης κ.λπ.

Αναλυτικές Λύσεις Σηράγγων σε Ελαστικά Γεωϋλικά

2.1 Βασικές Σχέσεις

Οι τάσεις και οι μετατοπίσεις σε Καρτεσιανό σύστημα $O(x,y)$ με απουσία καθολικών δυνάμεων μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει δύο μιγαδικών αναλυτικών συναρτήσεων⁹ $\phi(z), \psi(z)$ της μιγαδικής μεταβλητής $z = x + iy$ με τις ακόλουθες σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y + \sigma_x &= 2[\phi'(z) + \bar{\phi}'(\bar{z})] = 4\text{Re}\phi'(z) \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ 2G(u_x + iu_y) &= \kappa\phi(z) - z\bar{\phi}'(\bar{z}) - \bar{\psi}(\bar{z}) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

⁹ Μια συνάρτηση μιγαδικής μεταβλητής $z=x+iy$ είναι αναλυτική όταν μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά θετικών δυνάμεων της $(z - z_0)$ πλησίον κάθε σημείου $z_0 = x_0 + iy_0$ αυτής της περιοχής (Goursat, E. (1927). *Cours d'analyse mathématique*. Vol. III, 3-me ed., Paris, III, 114)

όπου ο τόνος υποδηλώνει παραγωγή (δηλ. $\phi' \equiv d\phi / dz$), η υπερυψωμένη μπάρα δηλώνει συζυγή μιγαδική ποσότητα, η ποσότητα κ συμβολίζει την σταθερά του Muskhelishvili με $\kappa = 3 - 4\nu$ για συνθήκη επιπέδου παραμόρφωσης και $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ για συνθήκη γενικευμένης επίπεδης τάσης, $G = E / 2(1 + \nu)$ είναι το μέτρο διάτμησης, και E, ν είναι το μέτρο του Young και ο λόγος Poisson, αντίστοιχα, και $\text{Re}(\cdot)$ συμβολίζει το πραγματικό μέρος της ποσότητας που περικλείει. Μαζί με τις συναρτήσεις ϕ, ψ μπορούν να ορισθούν ως εξής και οι πρώτες παράγωγοι των ως προς z που συμβολίζονται με Φ, Ψ

$$\Phi(z) = \phi'(z), \quad \Psi(z) = \psi'(z) \quad (3.7)$$

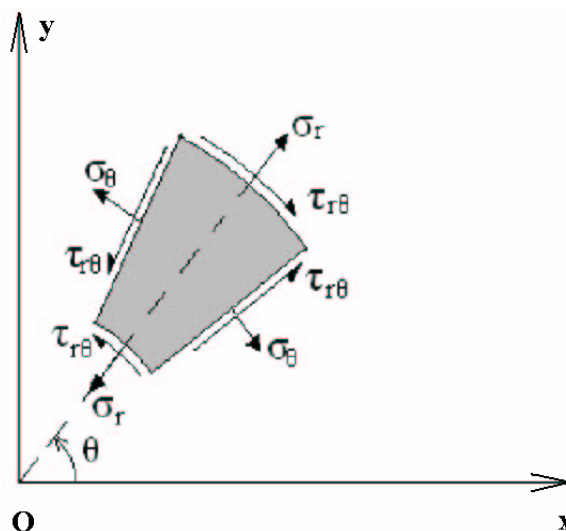
Επίσης εισάγουμε τις πολικές συντεταγμένες $O(r, \theta)$ (Σχ. 3.4) με τη σχέση

$$z = x + iy = re^{i\theta} \quad (3.8)$$

Σε πολικές συντεταγμένες οι τάσεις και οι μετατοπίσεις μπορούν να γραφούν με τις κάτωθι σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r + \sigma_\theta &= 2[\phi'(z) + \bar{\phi}'(\bar{z})] = 4\text{Re}\phi'(z), \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} &= 2e^{2i\theta}[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)], \\ \sigma_r - i\tau_{r\theta} &= \Phi(z) + \bar{\Phi}(\bar{z}) - e^{2i\theta}[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)] \\ 2G(u_r + iu_\theta) &= e^{-i\theta}[\kappa\phi(z) - z\bar{\phi}'(\bar{z}) - \bar{\psi}(\bar{z})] \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

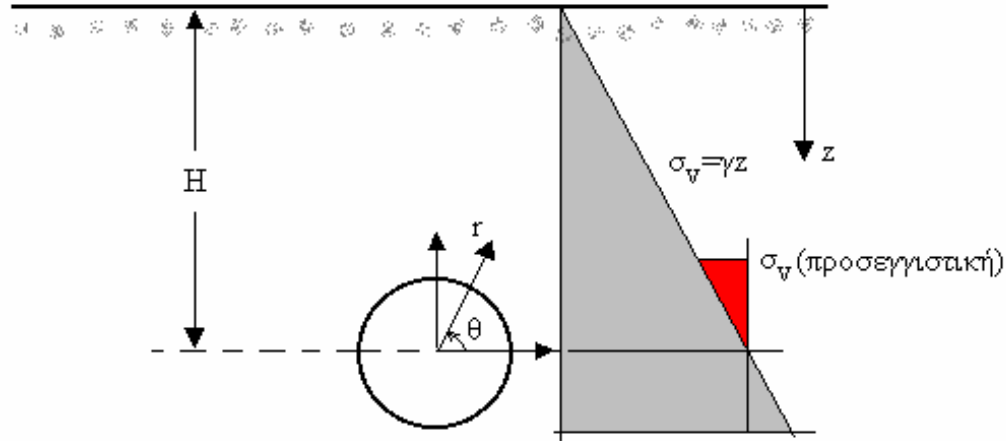
όπου $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ οι συνιστώσες του τανυστή τάσης σε πολικές συντεταγμένες (Σχ. 3.5) και u_r, u_θ οι συνιστώσες του διανύσματος της μετατόπισης κατά την ακτινική και την εφαπτομενική διεύθυνση, αντίστοιχα.



Σχ. 3.4

Τάσεις και Μετατοπίσεις λόγω του επί τόπου Γεωστατικού Πεδίου Τάσεων

Ας θεωρήσουμε υπόγεια εκσκαφή σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους (Σχ. 3.5). Σε αντίθεση με την μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων στην Μηχανική των Στερεών Σωμάτων, κατά την Γεωμηχανική προσέγγιση η εντατικοπαραμορφωσιακή ανάλυση των υπογείων εκσκαφών πρέπει να λάβει υπόψη την προϋπάρχον λιθοστατικό εντατικό πεδίο στο βάθος H όπου προβλέπεται η όρυξη της εκσκαφής.



Σχ. 3.5

Οι λύσεις των μιγαδικών δυναμικών για ομοιόμορφο εντατικό πεδίο σε άρρηκτο γεωυλικό έχουν ως εξής

$$\left. \begin{aligned} \phi(z) &= \Gamma z, & \psi(z) &= \Gamma' z, \\ \Phi(z) &= \Gamma, & \Psi(z) &= \Gamma', \\ \Gamma &= \frac{1}{4}(\sigma_h + \sigma_v), & \Gamma' &= -\frac{1}{2}(\sigma_h - \sigma_v) \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

όπου σ_h και $\sigma_v = \gamma H$ είναι οι κύριες τάσεις στο άπειρο. Από τις σχέσεις (3.8) οι τάσεις και οι μετατοπίσεις σε πολικές συντεταγμένες μπορούν να βρεθούν από τις σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \text{Re}\{\Phi(z) + \bar{\Phi}(\bar{z}) - e^{2i\theta}[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)]\} \\ \sigma_\theta &= \text{Re}\{\Phi(z) + \bar{\Phi}(\bar{z}) + e^{2i\theta}[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)]\} \\ \tau_{r\theta} &= -\text{Im}\{\Phi(z) + \bar{\Phi}(\bar{z}) - e^{2i\theta}[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)]\} \end{aligned} \right\} \quad (3.11\alpha)$$

και

$$\left. \begin{aligned} 2Gu_r &= \text{Re}\left\{e^{-i\theta}[\kappa\phi(z) - z\bar{\phi}'(\bar{z}) - \bar{\psi}(\bar{z})]\right\} \\ 2Gu_\theta &= \text{Im}\left\{e^{-i\theta}[\kappa\phi(z) - z\bar{\phi}'(\bar{z}) - \bar{\psi}(\bar{z})]\right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.11\beta)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των συναρτήσεων Φ και Ψ όπως δίνονται από τις σχέσεις (3.10) βρίσκουμε από τις (3.11α) τις παρακάτω τάσεις προκαλούνται από το επί τόπου λιθοστατικό εντατικό πεδίο

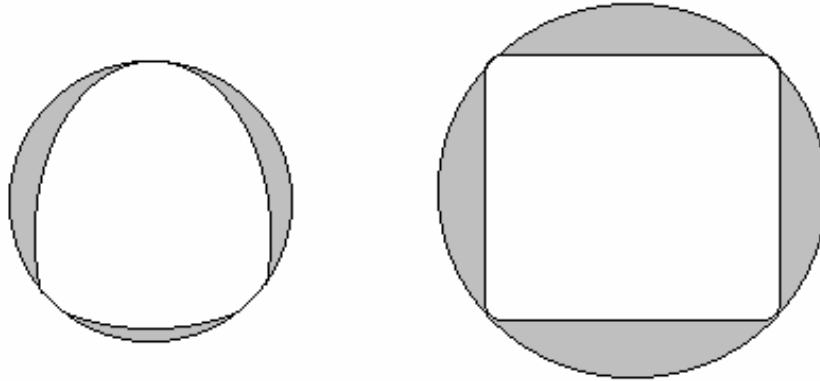
$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2} \sigma_v [1 + k - (1 - k) \cos 2\theta] \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2} \sigma_v [1 + k + (1 - k) \cos 2\theta] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2} \sigma_v (1 - k) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Οι μετατοπίσεις σε συνθήκες επιπέδου παραμόρφωσης μπορούν να βρεθούν ως εξής

$$\left. \begin{aligned} 2Gu_r &= \sigma_v (1 + k)(1 - \nu) r - \frac{1}{2} \sigma_v (1 - k) r \cos 2\theta \\ 2Gu_\theta &= \frac{1}{2} \sigma_v (1 - k) r \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Περίπτωση 1η: Κυκλική σήραγγα σε Διαξονική Γεωστατική Φόρτιση στο Άπειρο

Η περίπτωση της κυκλικής σήραγγος που διανοίγεται με μηχανήματα εξόρυξης ολομετώπου κοπής (full-facers) μπορεί να αποτελεί καλή προσέγγιση για την περίπτωση σιράγγων με παραβολική οροφή και δάπεδο ή τετραγωνικούς θαλάμους (Σχ. 3.6).



Σχ. 3.6. Προσέγγιση (α) σιράγγων και (β) τετραγωνικών θαλάμων ή στοών με κυκλικά ανοίγματα.

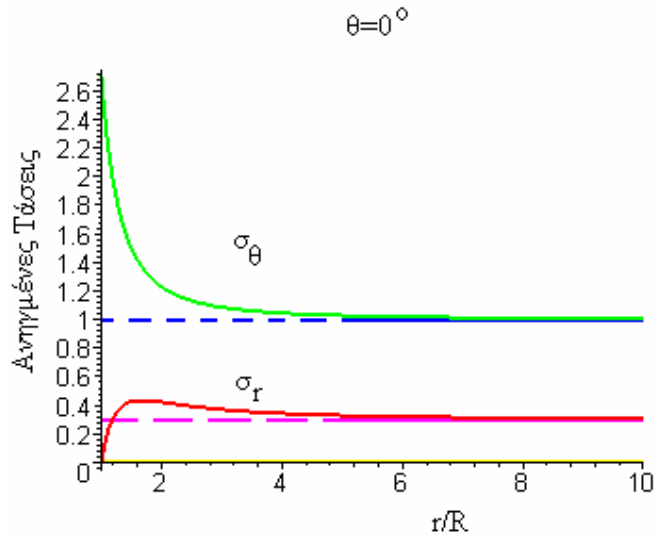
Η λύση του προβλήματος της κυκλικής σήραγγος με τη μορφή των μιγαδικών δυναμικών είναι η ακόλουθη

$$\Phi(z) = \frac{\sigma_v(1+k)}{4} + \frac{\sigma_v(1+k)}{2} \frac{R^2}{z^2},$$

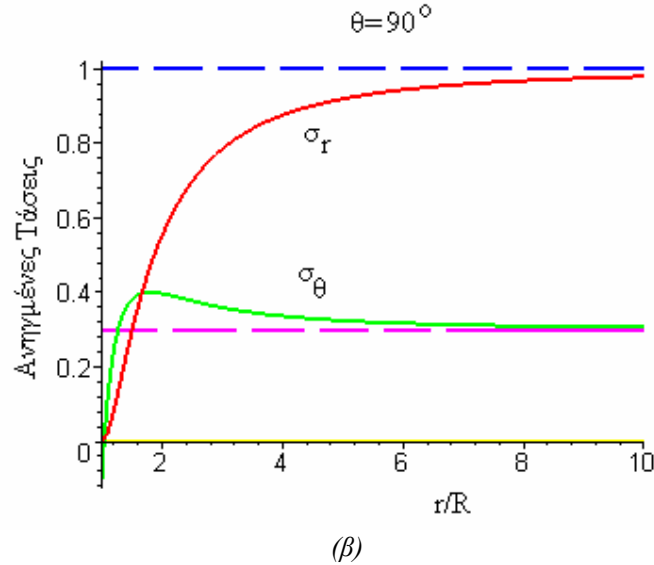
$$\Psi(z) = \frac{\sigma_v(1-k)}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{z^4}\right) + \frac{\sigma_v(1+k)}{2} \frac{R^2}{z^2} \quad (3.14)$$

Οι τάσεις σε πολικές συντεταγμένες μπορούν να βρεθούν από τις σχέσεις (3.11) ως εξής

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2} \sigma_v(1+k) \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2} \sigma_v(1-k) \left(1 - \frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2} \sigma_v(1+k) \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \sigma_v(1-k) \left(1 - \frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2} \sigma_v(1-k) \left(1 + \frac{2R^2}{r^2} - \frac{3R^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$



(a)



Σχ. 3.7

Οι μετατοπίσεις σε συνθήκες επιπέδου παραμόρφωσης μπορούν να βρεθούν από τις (3.11β) και (3.14) (αφού πριν ολοκληρώσουμε για να βρούμε τις μιγαδικές συναρτήσεις ϕ και ψ) ως εξής

$$\left. \begin{aligned} 2Gu_r &= \frac{1}{4}\sigma_v(1+k) \left[(\kappa-1)r + \frac{2R^2}{r} \right] - \frac{1}{2r}\sigma_v(1-k) \left[R^2(\kappa+1) + r^2 - \frac{R^4}{r^2} \right] \cos 2\theta \\ 2Gu_\theta &= \frac{1}{2r}\sigma_v(1-k) \left[R^2(\kappa-1) + r^2 + \frac{R^4}{r^2} \right] \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Οι μετατοπίσεις που δίνονται από τις (3.16) πρέπει να διορθωθούν έτσι ώστε να ληφθεί υπόψη η προφόρτιση της εδαφοβραχόμαζας πριν την εξόρυξη της (Σχ. 3.8). Πριν την διάνοιξη της σήραγγας οι τάσεις και οι μετατοπίσεις δίνονται από τις σχέσεις (3.15) και (3.16). Όταν διανοιχθεί η σήραγγα οι ακτινικές και διατμητικές τάσεις στην περιφέρεια της σήραγγας εκτονώνονται σταδιακά. Αυτή η σταδιακή εκτόνωση των τάσεων η οποία αποσβέννυται γρήγορα μακριά από τη σήραγγα είναι που δημιουργεί τις μετατοπίσεις. Οι συνοριακές συνθήκες σ' αυτήν την περίπτωση δίνονται από τις σχέσεις

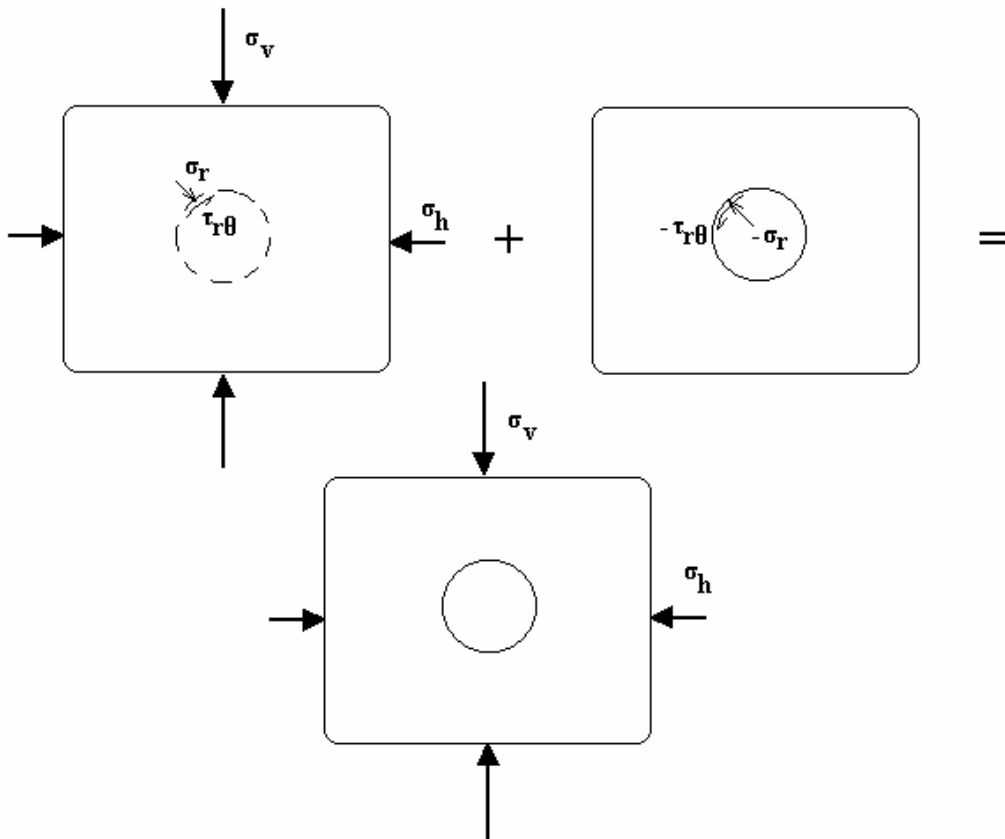
$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r &= -\frac{1}{2}\sigma_v[1+k-(1-k)\cos 2\theta], & \Delta\tau_{r\theta} &= -\frac{1}{2}\sigma_v(1-k)\sin 2\theta & r &= R \\ \Delta\sigma_r &= \Delta\sigma_\theta = \Delta\tau_{r\theta} = 0 & & & r &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.17\alpha)$$

Καταυτόν τον τρόπο μπορούν να βρεθούν οι διορθωμένες μετατοπίσεις της κυκλικής σήραγγας σε προφορτισμένη εδαφοβραχόμαζα ως εξής

$$\left. \begin{aligned} 2G\Delta u_r &= \frac{1}{2}\sigma_v(1+k)\left[\frac{R^2}{r}\right] - \frac{R^2}{2r}\sigma_v(1-k)\left[4(1-\nu) - \frac{R^2}{r^2}\right]\cos 2\theta \\ 2G\Delta u_\theta &= \frac{R^2}{2r}\sigma_v(1-k)\left[2(1-2\nu) + \frac{R^2}{r^2}\right]\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.17\beta)$$

Οι τάσεις παραμένουν ίδιες όπως στην περίπτωση της σήραγγας σε μη-προφορτισμένη εδαφοβραχώμαζα και δίνονται από τις σχέσεις (3.15)

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_r &= \frac{1}{2}\sigma_v(1+k)\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}\sigma_v(1-k)\left(1 - \frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \\ \Delta\sigma_\theta &= \frac{1}{2}\sigma_v(1+k)\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}\sigma_v(1-k)\left(1 - \frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \\ \Delta\tau_{r\theta} &= \frac{1}{2}\sigma_v(1-k)\left(1 + \frac{2R^2}{r^2} - \frac{3R^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.17\gamma)$$



Σχ. 3.8

Στην περίπτωση ισότροπου γεωστατικού πεδίου τάσεων $k=1$ οι τάσεις έχουν την μορφή

$$\sigma_r = \sigma_\infty \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right), \quad \sigma_\theta = \sigma_\infty \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right), \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (3.18\alpha)$$

Οι μετατοπίσεις επίσης μπορούν να εκφραστούν ως εξής

$$2G\Delta u_r = \sigma_\infty \frac{R^2}{r}, \quad \Delta u_\theta = 0 \quad (3.18\beta)$$

Περίπτωση 2η: Κυκλική Σήραγγα Υποβαλλόμενη σε Εσωτερική Ομοιόμορφη Πίεση

Σ' αυτήν την περίπτωση τα μιγαδικά δυναμικά έχουν την μορφή

$$\Phi(z) = 0, \quad \Psi(z) = \frac{PR^2}{z^2} \quad (3.19)$$

Οι τάσεις μπορούν να βρεθούν ως εξής

$$\sigma_r = -\frac{PR^2}{r^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{PR^2}{r^2}, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (3.20)$$

Ολοκληρώνοντας τα μιγαδικά δυναμικά λαμβάνουμε

$$\phi(z) = 0, \quad \psi(z) = -\frac{PR^2}{z} \quad (3.21)$$

Οι μετατοπίσεις δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις

$$u_r = \frac{PR^2}{2Gr^2}, \quad u_\theta = 0 \quad (3.22)$$

Περίπτωση 3η: Κυκλική σήραγγα υποβαλλόμενη σε ισότροπη φόρτιση στο άπειρο και εσωτερική πίεση

$$\sigma_r = \sigma_\infty - (\sigma_\infty + P) \left(\frac{R^2}{r^2}\right), \quad \sigma_\theta = \sigma_\infty + (\sigma_\infty + P) \left(\frac{R^2}{r^2}\right), \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (3.23)$$

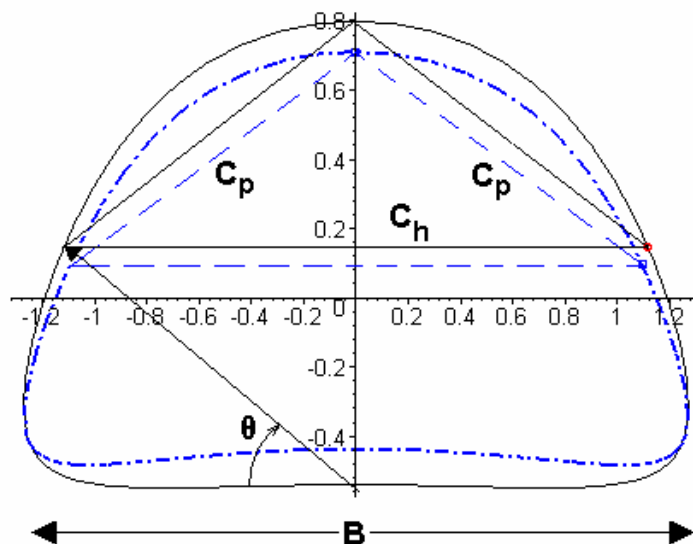
$$u_r = \frac{(\sigma_\infty + P) R^2}{2Gr}, \quad u_\theta = 0 \quad (3.24)$$

Μετρήσεις των Συγκλίσεων σε Σήραγγες

Η ενόργανη παρακολούθηση σιηράγγων, θαλάμων κ.λπ. κατά την κατασκευή των έχει αποδειχθεί ότι είναι αναγκαία για την επιλογή των καταλληλότερων μέτρων υποστήριξης με σκοπό την ευστάθεια αυτών κυρίως πλησίον του μετώπου και συνεπώς την ασφάλεια και την οικονομικότητα του υπόψη έργου. Το πρόβλημα του σχεδιασμού υπογείων εκσκαφών είναι κατ' ουσίαν τετραδιάστατο (κυρίως πλησίον του μετώπου) εφόσον συνίσταται στην χρονική εξάρτηση της φθοράς του πετρώματος γύρω απ' το μέτωπο εξαιτίας της εκτόνωσης των τάσεων. Η πιό εύκολη επί τόπου μέτρηση είναι αυτή της σύγκλισης των τοιχωμάτων μιας εκσκαφής. Σκοπός αυτής της μέτρησης είναι ο προσδιορισμός της μεταβολής της απόστασης αντιδιαμετρικών σημείων μιας εκσκαφής (Σχ. 3.9).

$$C(t) = D_0 - D(t) \quad (3.25)$$

όπου $C(t)$ είναι η σύγκλιση τη χρονική στιγμή t μεταξύ δύο αντιδιαμετρικών σημείων – λ.χ. (1,2) – D_0 είναι η αρχική μέτρηση της απόστασης των ίδιων σημείων και $D(t)$ είναι η μέτρηση τη χρονική στιγμή t της απόστασης των δύο σημείων. Κατά τη μέτρηση των συγκλίσεων αυτές θεωρούνται θετικές όταν τα αντιδιαμετρικά σημεία πλησιάζουν το ένα προς το άλλο και αρνητικές όταν απομακρύνονται. Τα πλέον συνηθισμένα όργανα μέτρησης των συγκλίσεων αποτελούνται από μετροταινία, δυνάμομετρο ώστε να είναι τανυσμένη η μετροταινία σε σταθερή τιμή και εκτασιόμετρο τύπου ωρολογίου. Ποιό προηγμένες τεχνικές μέτρησης περιλαμβάνουν μέτρηση των συγκλίσεων με ακτίνες laser. Οι μεταβολές των συγκλίσεων (οι απόλυτες τιμές δεν μας ενδιαφέρουν) μπορούν να μετρηθούν κατά την διάρκεια μεγάλων χρονικών περιόδων με ακρίβεια 10^{-5} , δηλ. 0.1mm σε απόσταση 10m.

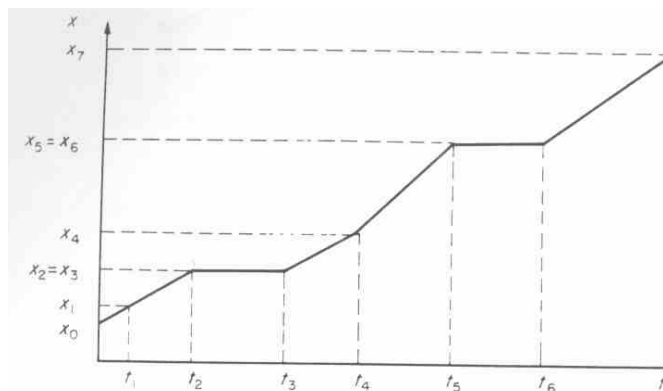


Σχ. 3.9. Θέσεις μετρήσεων των συγκλίσεων (με μετροταινία ή laser) αντιδιαμετρικών σημείων μιας σήραγγας ημι-κυκλικής διατομής.

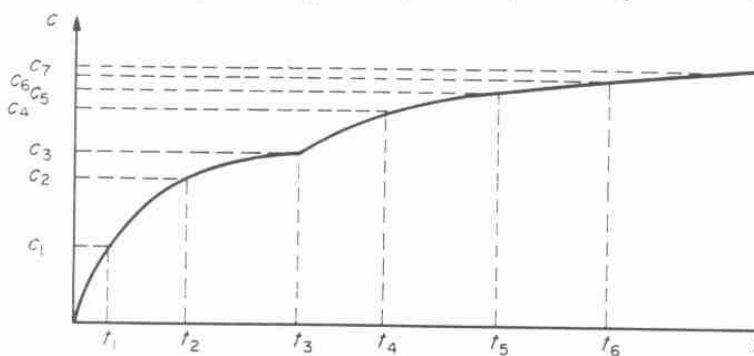
Η σύγκλιση μιας σήραγγας μπορεί να οφείλεται σε δύο αιτίες:

- Στην προχώρηση του μετώπου
- Στην χρονικά εξηρητημένη μηχανική συμπεριφορά της βραχομάζας

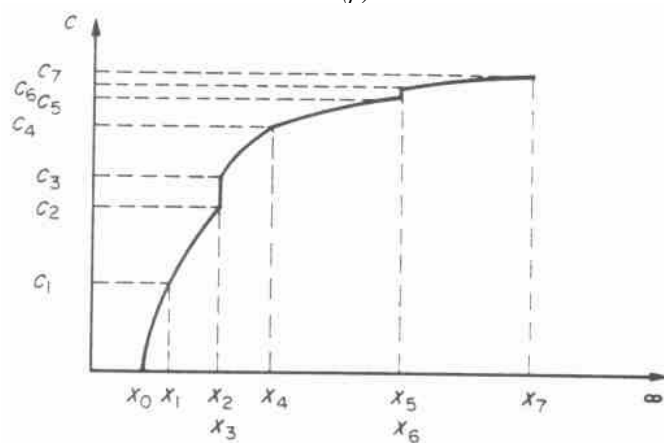
Για την πλήρη ανάλυση των συγκλίσεων μιας σήραγγας στην απλή περίπτωση της ολομετώπου εκσκαφής αυτής είναι χρήσιμο να κατασκευασθούν τα ακόλουθα διαγράμματα (βλ. Σχ. 3.10): (α) την απόσταση x του μετώπου από το σταθμό μέτρησης συναρτήσει του χρόνου t , (β) την σύγκλιση C συναρτήσει του χρόνου t , και (γ) την σύγκλιση C συναρτήσει της απόστασης από το μέτωπο x .



(α)



(β)



(γ)

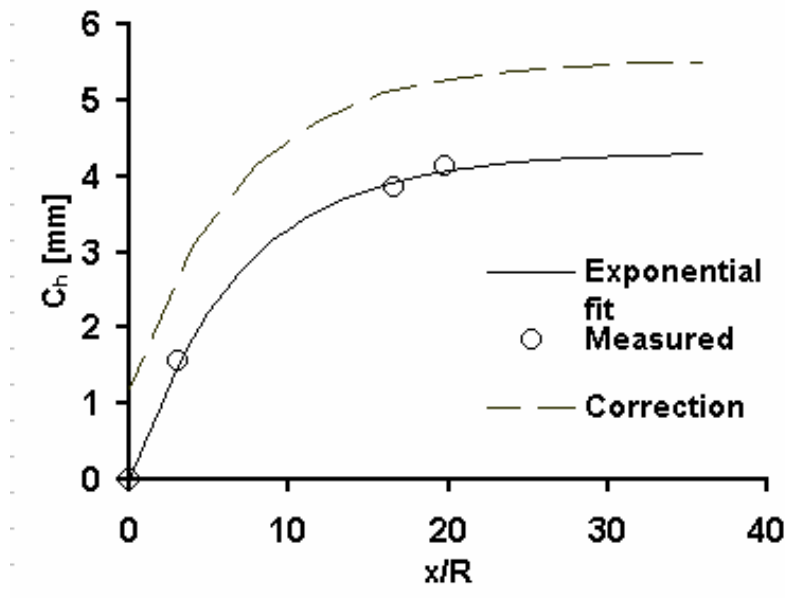
Σχ. 3.10. Διαγράμματα για την πλήρη ανάλυση των συγκλίσεων μιας σήραγγας: (α) απόσταση του σταθμού μέτρησης από το μέτωπο συναρτήσει του χρόνου t , (β) της σύγκλισης συναρτήσει του χρόνου, (γ) της σύγκλισης συναρτήσει της απόστασης από το μέτωπο (Panet, 1997).

Επειδή η μεταβολή της C με την απόσταση x από το μέτωπο (λ.χ. Σ. 3.11γ) έχει μεγάλη κλίση για μικρές τιμές του x οι σταθμοί μέτρησης πρέπει να τοποθετούνται όσο το δυνατό πλησιέστερα στο μέτωπο.

Η σύγκλιση μπορεί να εκφρασθεί ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο με εμπειρικές σχέσεις, οι οποίες έχουν προκύψει από τρισδιάστατες αναλύσεις και επί τόπου μετρήσεις, όπως αυτές που προτείνουν οι M. Panet and A. Guenot (1982) και ο Chern et al (1998). Η εκτίμηση της μέγιστης σύγκλισης μιας σήραγγας μπορεί να βρεθεί από την καλύτερη προσαρμογή των επί τόπου μετρήσεων στην ακόλουθη εκθετική σχέση (Panet and Guenot, 1982)

$$C(x) = C_{\infty x} \left[1 - e^{-\frac{x}{R}} \right] \quad (3.26)$$

όπου $C(x)$ είναι η σύγκλιση σε απόσταση x από το μέτωπο της σήραγγας, $C_{\infty x}$ είναι η σύγκλιση των τοιχώματων μακριά από το μέτωπο και R είναι η ακτίνα της σήραγγας. Εφόσον κατά την χρονική στιγμή $t = 0$, η απόσταση από την διατομή μέτρησης μέχρι το μέτωπο είναι x_0 , τότε η σύγκλιση που πραγματικά μετράται $C(x) - C(x_0)$. Αυτό το γεγονός πρέπει να ληφθεί υπόψη για την εκτίμηση της $C_{\infty x}$. Τέτοιου τύπου διόρθωση φαίνεται στο Σχ. 3.11.

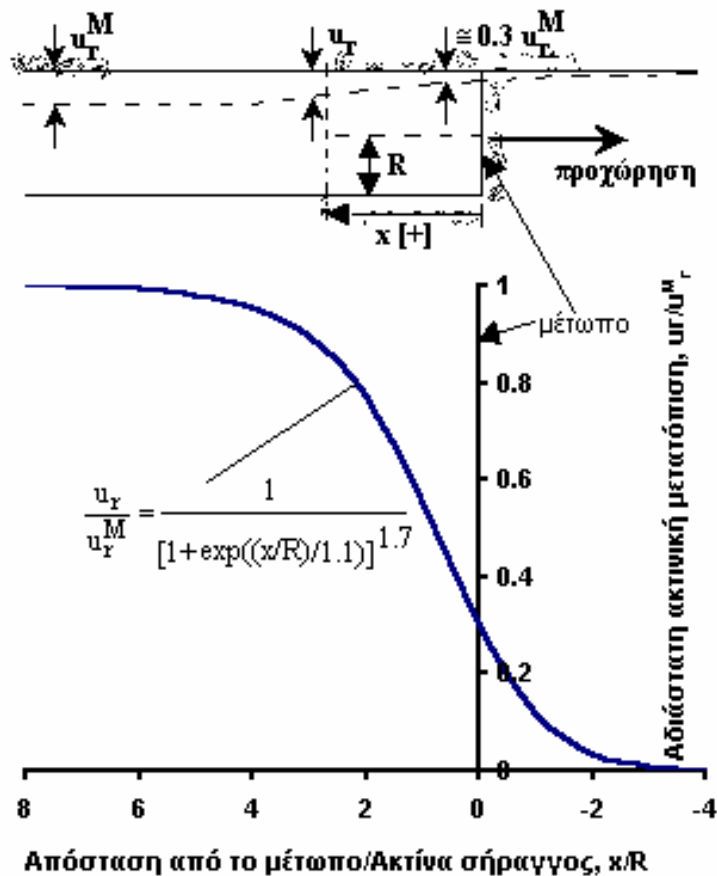


Σχ. 3.11. Μετρηθείσα οριζόντια σύγκλιση στο σταθμό 10,150 km της σήραγγας των Τεμπών και διόρθωση αυτής που λαμβάνει υπόψη την καθυστέρηση τοποθέτησης του συγκλισιομέτρου.

Οι Chern et al. (1998) πρότειναν την ακόλουθη εμπειρική σχέση βάσει τρισδιάστατων αριθμητικών αναλύσεων και μετρήσεων των συγκλίσεων σε παράλληλη σήραγγα με το μέτωπο κατά την προχώρηση αυτού (Σχ. 3.12)

$$\lambda = \frac{u_r}{u_r^M} = \frac{1}{\left[1 + e^{-((x/R)/1.1)}\right]^{1.7}} \quad (3.27)$$

όπου x είναι η απόσταση από το μέτωπο και R είναι η ακτίνα καμπυλότητας της σήραγγος στη θέση μέτρησης. Ο συντελεστής λ κυμαίνεται από 0 έως 1. Μπορεί να παρατηρηθεί από το παρακάτω σχήμα ότι για $x=0$ έχουμε $\lambda=0.28$.



Σχ. 3.12. Σύγκλιση της σήραγγας ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο, με βάση τρισδιάστατη προσομοίωση της εκσκαφής της σήραγγας και επί τόπου μετρήσεις (Chern et al, 1998).

Ανάλυση Αλληλεπίδρασης Βραχομάζας και Υποστύλωσης

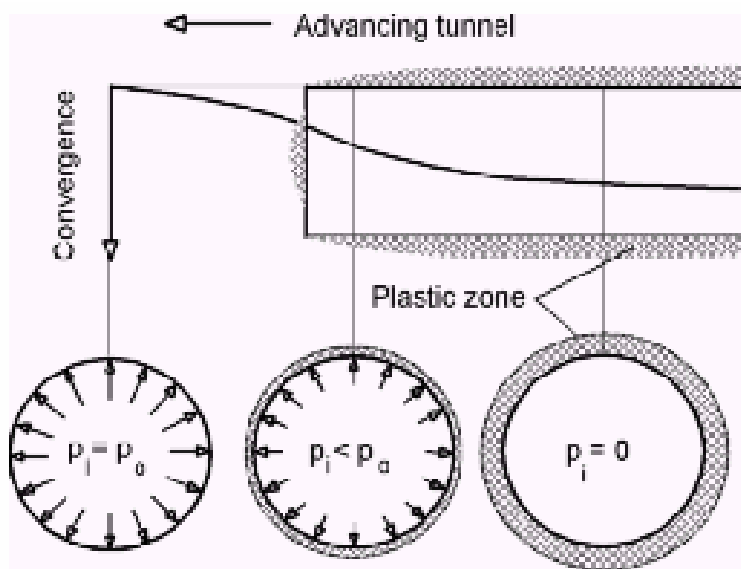
Ο βέλτιστος σχεδιασμός ενός συστήματος προσωρινής υποστύλωσης εξαρτάται όχι μόνο από τα προτεινόμενα μέτρα υποστύλωσης αλλά και από το χρόνο εφαρμογής τους. Ένας σημαντικός παράγοντας στον σχεδιασμό της υποστήριξης είναι η μεταβολή του φορτίου της σήραγγας (χαλάρωση) που λαμβάνει χώρα πριν την υποστήριξη κατά την προχώρηση αυτής η οποία συνοδεύεται από ανάλογες παραμορφώσεις της βραχομάζας και η οποία εξαρτάται από την απόσταση πίσω από το μέτωπο στην οποία τοποθετείται η υποστήριξη (Σχ. 3.8).

Επιτρέποντας έτσι κάποιο ελεγχόμενο ποσοστό παραμορφώσεων της σήραγγας, το σύστημα υποστύλωσης θα παραλάβει πιέσεις σημαντικά χαμηλότερες εκείνων που αναπτύσσονται αμέσως μετά την εκσκαφή. Από την άλλη πλευρά η ανοχή μεγάλων παραμορφώσεων επιφέρει μείωση των μηχανικών χαρακτηριστικών της βραχομάζας και είναι πιθανόν να δημιουργήσει μακροχρόνια δυσμενείς συνθήκες φορτίσεων.

Επομένως, ο κύριος στόχος του συστήματος αρχικής (προσωρινής) υποστύλωσης θα πρέπει να είναι η ενεργοποίηση και διατήρηση της εγγενούς μηχανικής αντοχής της περιβάλλουσας βραχομάζας, ώστε να αξιοποιηθεί κατά το μέγιστο δυνατόν το δυναμικό αυτοϋποστηρίξεως της. Αυτό επιτυγχάνεται με χρονικά κατάλληλη τοποθέτηση ενός συστήματος υποστύλωσης κατάλληλης δυσκαμψίας και επαρκούς φέρουσας ικανότητας. Αυτή είναι και η ειδοποιός διαφορά της Νέας Αυστριακής Μεθόδου συγκριτικά με άλλες μεθόδους εξόρυξης, δηλαδή η χρησιμοποίηση εκτοξευόμενου σκυροδέματος ως αρχική υποστήριξη αντί για προκατασκευασμένους δακτυλίου σκυροδέματος ή χυτοσιδήρου.

Αξονοσυμμετρική Σήραγγα σε Ελαστικό Γεωϊλικό

Η αλληλεπίδραση βραχομάζας – υποστύλωσης μπορεί να μελετηθεί εύκολα όταν η γεωμετρία της σήραγγας είναι κυκλική και υποβάλλεται σε ισότροπη φόρτιση μακρυνού πεδίου p_0 , δηλαδή έχουμε αξονοσυμμετρικές συνθήκες με συνέπεια το πρόβλημα να καθίσταται πρακτικά μονοδιάστατο.



Σχ.3.13. Βαθμιαία εκτόνωση των γεωστατικών τάσεων ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο.

Η εκτόνωση των γεωστατικών φορτίων μπορεί να εκφραστεί με την βαθμιαία μείωση του αρχικού εντατικού πεδίου κατά μήκος της περιμέτρου της σήραγγας (επιφανειακές τάσεις) (Σχ. 3.13)

$$p_i = (1 - \lambda) p_0 \quad (3.28)$$

όπου p_0 είναι το αρχικό εντατικό πεδίο σε σημείο της περιφέρειας της σήραγγας και λ ο «συντελεστής εκτόνωσης» που μπορεί να βρεθεί από τη σχέση (3.27) και κυμαίνεται από την τιμή 0 έως την τιμή 1. Αν δεν έχει τοποθετηθεί υποστήριξη τότε η ακτινική μετατόπιση πολύ μακριά από τη μέτωπο δίνεται από τη σχέση

$$u_R(\infty) = \frac{p_0 R}{2G} \quad (3.29)$$

όπου G είναι το μέτρο διάτμησης του γεωυλικού.

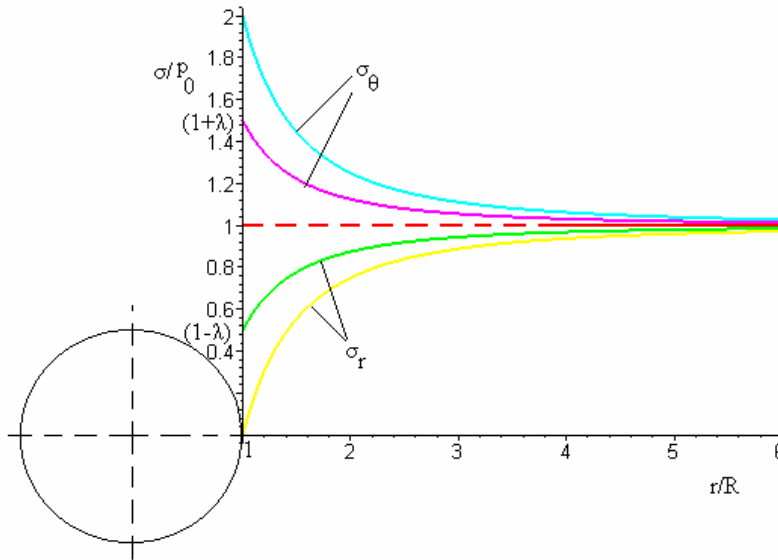
Σε πολικές συντεταγμένες η ακτινική τάση σ_r , η εφαπτομενική τάση σ_θ και η ακτινική μετατόπιση u_r συναρτήσει της ακτινικής θέσης r από το κέντρο της σήραγγας σε συνθήκες επιπέδου παραμόρφωσης δίδονται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \left(1 - \lambda \frac{R^2}{r^2}\right) p_0, \\ \sigma_\theta &= \left(1 + \lambda \frac{R^2}{r^2}\right) p_0, \\ u_r &= \lambda \frac{p_0 R^2}{2G r} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Επί του συνόρου της σήραγγας $r = R$ οι παραπάνω σχέσεις δίνουν

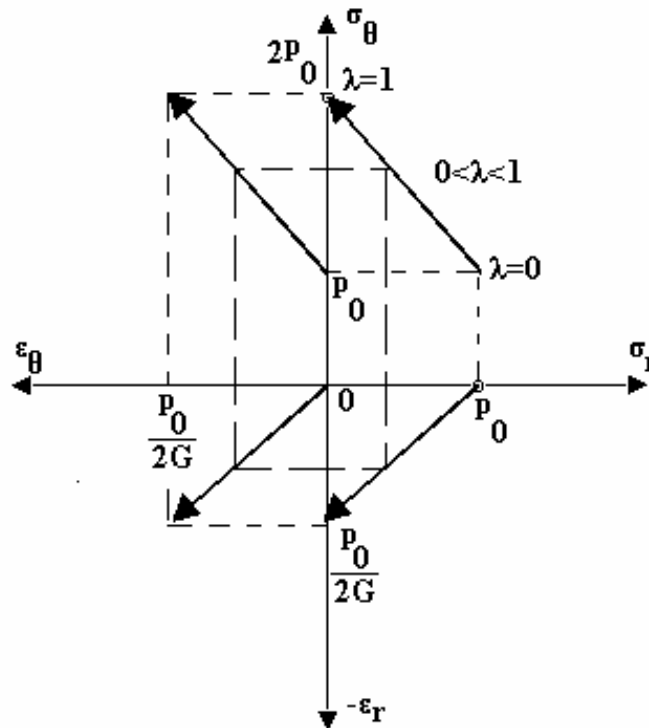
$$\begin{aligned} \sigma_r(R) &= (1 - \lambda) p_0, \\ \sigma_\theta(R) &= (1 + \lambda) p_0, \\ u_r(R) &= \lambda \frac{p_0 R}{2G} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Στο Σχ. 3.14 παρουσιάζονται οι γραφικές απεικονήσεις των ορθών τάσεων για διάφορες τιμές του συντελεστή εκτόνωσης λ .



Σχ. 3.14

Οι διαδρομές των τάσεων και των τροπών στο τοίχωμα της σήραγγος για την αξονοσυμμετρική σήραग्γα σε γραμμικό ελαστικό μέσο παρουσιάζεται στο Σχ. 3.15.



Σχ. 3.15. Οι τασικές και τροπικές διαδρομές στο τοίχωμα της σήραγγας για αξονοσυμμετρική και ελαστική κατάσταση.

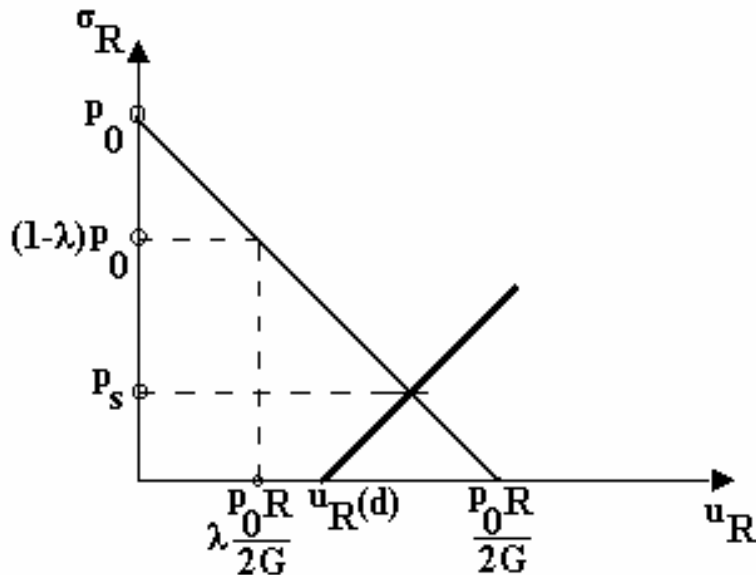
Η σχέση της σύγκλισης της σήραγγας με τις επιφανειακές τάσεις που δρουν στην περιφέρεια της καλείται “Καμπύλης Αντίδρασης Πετρώματος (Ground Reaction Curve)” ή καμπύλης σύγκλισης-εκτόνωσης της εδαφοβραχώμαζας. Όπως φαίνεται στο Σχ. 3.16 αυτή η καμπύλη λαμβάνεται αν σχεδιάσουμε την ακτινική τάση στο σύνορο της εκσκαφής σ_R συναρτήσει της u_R για κάθε τιμή του συντελεστού λ . Απ’ την άλλη πλευρά η χαρακτηριστική καμπύλη της υποστήριξης που φαίνεται στο ίδιο σχήμα μπορεί να κατασκευασθεί από την ελαστική σχέση μεταξύ της εφαρμοζόμενης πίεσης p_s και της μετατόπισης της υποστήριξης u_{sR}

$$p_s = K_s \frac{u_{sR}}{R} \quad (3.32)$$

όπου K_s είναι το μέτρο ακαμψίας της υποστύλωσης και u_{sR} δίδεται από την εξίσωση

$$u_{sR} = u_R(x) - u_R(d) \quad (3.33)$$

Η φυσική σημασία της εξίσωσης (3.33) είναι ότι η υποστύλωση τοποθετείται σε απόσταση $x=d$ από το μέτωπο (d είναι το ανυποστύλωτο μήκος της σήραγγας).



Σχ. 3.16. Καμπύλη αντίδρασης πετρώματος (λεπτή γραμμή) και χαρακτηριστική καμπύλη της υποστύλωσης (χοντρή γραμμή).

Κατά την ισορροπία η πίεση που εξασκείται από την εδαφοβραχώμαζα στην υποστύλωση (βλ. Σχ. 3.16) μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση (3.33)

$$p_s = K_s \frac{\{u_R(x) - u_R(d)\}}{R} = K_s \frac{u_R(x)}{R} - K_s \left\{ \lambda(d) \frac{p_0}{2G} \right\} \quad (3.34a)$$

και την πρώτη εκ των εξισώσεων (3.31)

$$\sigma_r(R) = p_s = (1 - \lambda(d)) p_0 = p_0 - \frac{2G}{R} u_R(x) \Rightarrow u_R(x) = \frac{R}{2G} [p_0 - p_s] \quad (3.34\beta)$$

Αντικαθιστώντας την μετατόπιση $u_R(x)$ όπως βρέθηκε από την (3.33β) στην (3.33α) βρίσκουμε

$$p_s = \frac{K_S}{K_S + 2G} [1 - \lambda(d)] p_0 \quad (3.34\gamma)$$

Τέλος, αντικαθιστώντας την έκφραση για την πίεση επί της υποστύλωσης στην (3.34β) βρίσκουμε την τελική μετατόπιση της υποστυλωμένης σήραγγας

$$u_R = \frac{2G + \lambda(d) K_S}{2G + K_S} \frac{p_0 R}{2G} \quad (3.34\delta)$$

Ανακεφαλαιώνοντας, η αλληπίδραση μεταξύ εδαφο-βραχώμαζας και μέτρων υποστύλωσης, η οποία και περιγράφεται από τις αντίστοιχες “Χαρακτηριστικές Καμπύλες Υποστύλωσης”, εξαρτάται από τις παρακάτω παραμέτρους:

- την ακαμψία των μέτρων υποστύλωσης, η οποία καθορίζει και το μέγεθος των παραμορφώσεων που επιτρέπεται να αναπτυχθούν
- την παραμορφωσιμότητα (ή ενδοτικότητα) της εδαφοβραχώμαζας
- το αρχικό επί τόπου πεδίο τάσεων
- το μέγιστο φορτίο που μπορεί να παραληφθεί από τα μέτρα υποστύλωσης
- τη μετατόπιση η οποία έχει λάβει χώρα πριν την εφαρμογή των μέτρων υποστύλωσης.

Σήραγγα σε Ελαστική Εδαφοβραχώμαζα που Υποβάλλεται σε Ανισότροπο Αρχικό Εντατικό Πεδίο

Αν το αρχικό εντατικό πεδίο είναι ανισότροπο το πρόβλημα δεν είναι πλέον αξονοσυμμετρικό. Εστω ότι ο άξονας της κυκλικής σήραγγος συμπίπτει με την μία κύρια τάση και στο επίπεδο το κάθετο στον άξονα της σήραγγος οι αρχικές επί τόπου τάσεις δίνονται από τους τύπους

$$\sigma_v^0 = \gamma H, \quad \sigma_h = k \sigma_v^0 \quad (3.34\epsilon)$$

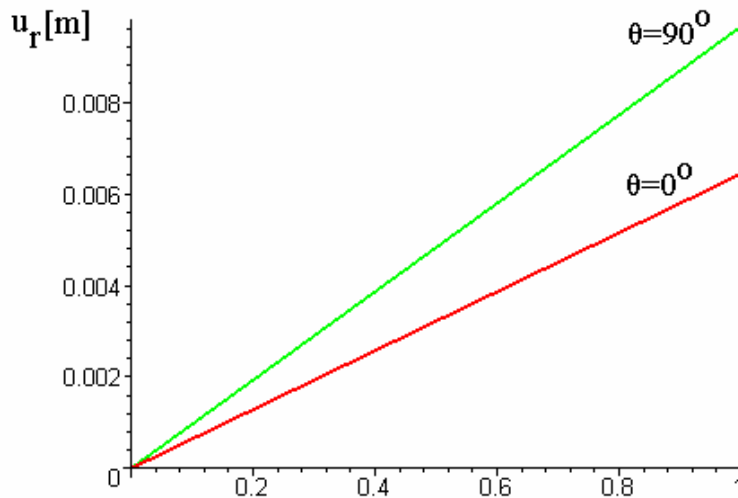
Οι μετατοπίσεις δίνονται από τις σχέσεις (3.17β) αφού θέσουμε $\sigma_v = \lambda(x) \sigma_v^0$, ήτοι

$$\left. \begin{aligned} 2G \Delta u_r &= \frac{1}{2} \lambda(x) \sigma_v^0 (1+k) \left[\frac{R^2}{r} \right] - \frac{R^2}{2r} \lambda(x) \sigma_v^0 (1-k) \left[4(1-\nu) - \frac{R^2}{r^2} \right] \cos 2\theta \\ 2G \Delta u_\theta &= \frac{R^2}{2r} \lambda(x) \sigma_v^0 (1-k) \left[2(1-2\nu) + \frac{R^2}{r^2} \right] \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.34\zeta)$$

Οι μετατοπίσεις των τοιχωμάτων της σήραγγος μπορεί να βρεθούν αν θέσουμε $r=R$

$$\left. \begin{aligned} 2G\Delta u_r &= \frac{1}{2}\lambda(x)\sigma_v^0(1+k)R - \frac{R}{2}\lambda(x)\sigma_v^0(1-k)[3-4\nu]\cos 2\theta \\ 2G\Delta u_\theta &= \frac{R}{2}\lambda(x)\sigma_v^0(1-k)[3-4\nu]\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.34\eta)$$

Στο Σχ. 3.16α παρουσιάζονται οι καμπύλες εκτόνωσης-σύγκλισης της οροφής και της παρειάς κυκλικής σήραγγος ακτίνας 5 m που βρίσκεται σε βάθος 100 m με συντελεστή πλευρικής ώθησης $k=0.8$ σε βραχώμαζα μέτρου ελαστικότητας $E = 2$ GPa και συντελεστού Poisson $\nu=0.3$.



Σχ. 3.16α. Καμπύλη αντίδρασης εδαφοβραχώμαζας στην οροφή ($\theta=90^\circ$) και στην ερυθρά κυκλικής σήραγγας ($\theta=0^\circ$).

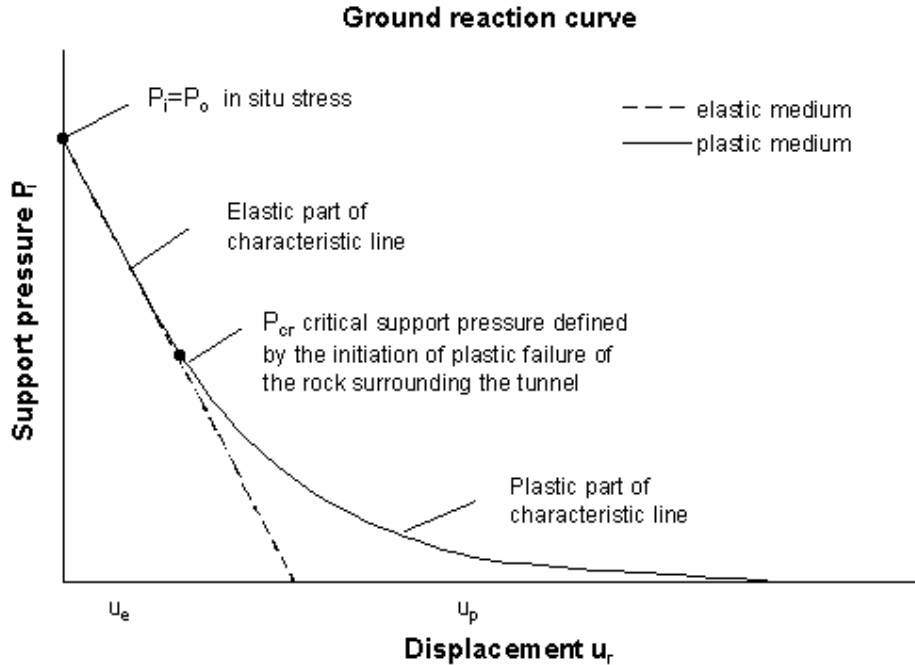
Οι μετατοπίσεις στα σημεία αυτά για $\lambda(x)=0.8$ μπορούν να βρεθούν $\Delta u_r(\theta = 0) = 5.148$ mm και $\Delta u_r(\theta = \pi/2) = 7.722$ mm.

Αξονοσυμμετρική Σήραγγα σε Ελαστοπλαστικό Γεωϋλικό και σε Ισότροπο Γεωστατικό Πεδίο

Από τη σχέση (3.24)

$$u_r(r = R) = u_R = \frac{\sigma_\infty R}{2G} \left(1 + \frac{P}{\sigma_\infty} \right) \quad (3.35\alpha)$$

βλέπουμε πως το τοίχωμα της σήραγγας συγκλίνει εντός αυτής αν ελατωθεί η πίεση υποστήριξης από $-P$ σε μηδέν. Αυτή η σχέση εφαρμόζεται σε γραμμικώς ελαστικό γεωϋλικό. Αν η μετατόπιση u_R στο τοίχωμα της σήραγγος ξεπεράσει μία κρίσιμη μετατόπιση χαρακτηριστική της βραχομάζας αυτή μπορεί να αστοχήσει με τη μορφή πλαστικής διαρροής. Τότε η χαρακτηριστική καμπύλη της βραχομάζας δεν θα συνεχίσει σε ευθεία διαδρομή όπως στο Σχ. 3.16 αλλά θα είναι καμπύλη όπως φαίνεται στο Σχ. 3.17.

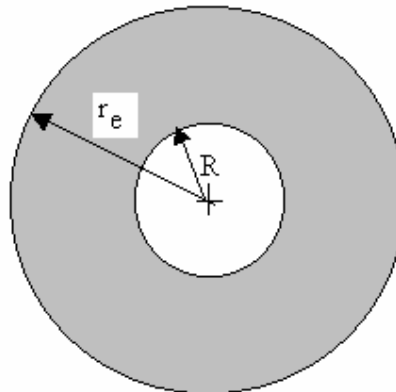


Σχ. 3.17. Καμπύλη Αντίδρασης Πετρώματος που επιδεικνύει ελαστοπλαστική μηχανική συμπεριφορά.

Από τις σχέσεις (3.23) φαίνεται ότι όσο η πίεση υποστήριξης p μειώνεται τότε η διαφορά των κυρίων τάσεων αυξάνεται, δηλαδή

$$\sigma_{\theta} - \sigma_r = 2(\sigma_{\infty} - p) \frac{R^2}{r^2}, \quad p = -P \quad (3.35\beta)$$

Όταν η διαφορά αυτή υπερβεί την οριακή αντοχή της εδαφοβραχώμαζας που δίνεται από κατάλληλο κριτήριο αστοχίας τότε αυτή παύει να συμπεριφέρεται με ελαστικό τρόπο και παρατηρείται πλαστική διαρροή πλησίον του συνόρου της σήραγγας (Σ.χ. 3.18).

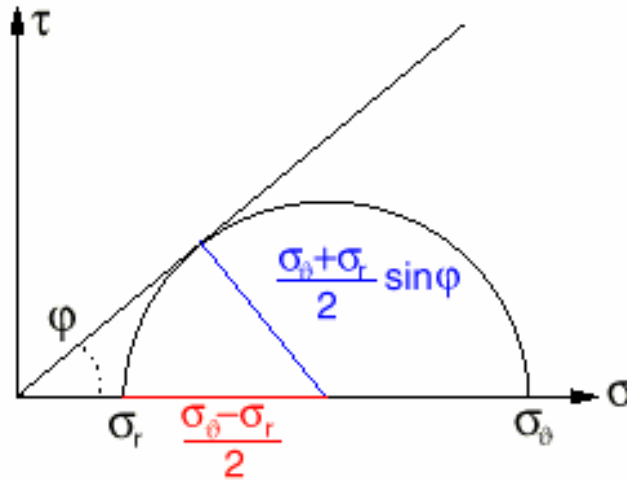


Σχ. 3.18. Πλαστική περιοχή ακτίνας r_e γύρω από αξονοσυμμετρική σήραγγα.

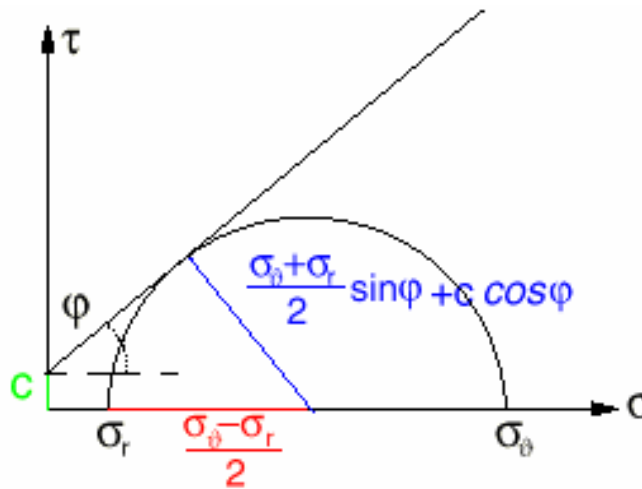
Για εδαφοβραχώμαζα που υπακούει το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb η κρίσιμη τιμή της διαφοράς των κυριών τάσεων (οριακή συνθήκη) για υλικό (α) χωρίς συνοχή (Σχ. 3.19α) και (β) συνοχή (Σχ. 3.19β) δίνεται αντίστοιχα από τις σχέσεις

$$(α) \sigma_{\theta} - \sigma_r \leq (\sigma_{\theta} + \sigma_r) \sin \varphi \quad (3.36α)$$

$$(β) \sigma_{\theta} - \sigma_r \leq (\sigma_{\theta} + \sigma_r) \sin \varphi + 2c \cos \varphi \quad (3.36β)$$



(α)



(β)

Σχ. 3.19 α,β

(α) Περίπτωση Γεωϋλικού χωρίς Συνοχή ($c=0$)

Σ' αυτήν την περίπτωση η εφαπτομενική τάση στην πλαστική περιοχή δίνεται από τη σχέση

$$\sigma_{\theta} = K_p \cdot \sigma_r \quad (3.37)$$

όπου ορίζεται ο «συντελεστής παθητικής ώθησης»

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (3.38)$$

Οι τάσεις στην πλαστική περιοχή εκτός από την οριακή συνθήκη (3.37) πρέπει να ικανοποιούν και την συνθήκη ισορροπίας σε αξονοσυμμετρικές συνθήκες

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (3.39)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της εφαπτομενικής τάσης όπως δίνεται από την (3.37) στην (3.39) λαμβάνουμε

$$\frac{d\sigma_r}{\sigma_r} = (K_p - 1) \frac{dr}{r} \quad (3.40)$$

Η λύση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης είναι η ακόλουθη

$$\ln \sigma_r = (K_p - 1) \ln r + \ln A \quad (3.41)$$

Απλοποιώντας μπορούμε να βρούμε την ακόλουθη έκφραση για την ακτινική τάση

$$\sigma_r = A r^{(K_p - 1)} \quad (3.42)$$

Εφαρμόζοντας την συνοριακή συνθήκη $\sigma_r = -P$ στην περιφέρεια της σήραγγος $r = R$ προκύπτουν οι τελικές εκφράσεις της ακτινικής και της εφαπτομενικής τάσεως στην πλαστική περιοχή

$$\sigma_r = -P \left[\frac{r}{R} \right]^{(K_p - 1)}, \quad \sigma_\theta = -K_p P \left[\frac{r}{R} \right]^{(K_p - 1)}, \quad R \leq r \leq r_e \quad (3.43)$$

Στην ελαστική περιοχή ισχύουν οι σχέσεις

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_\infty - (\sigma_\infty - \sigma_e) \frac{r_e^2}{r^2}, \\ \sigma_\theta &= \sigma_\infty + (\sigma_\infty - \sigma_e) \frac{r_e^2}{r^2}, \quad r_e \leq r < \infty \end{aligned} \quad (3.44)$$

Εφαρμόζοντας την συνθήκη συνέχειας των τάσεων στην απόσταση $r = r_e$ λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_e, \quad \sigma_\theta = 2\sigma_\infty - \sigma_e, \\ \sigma_\theta &= K_p \cdot \sigma_r \Rightarrow 2\sigma_\infty - \sigma_e = K_p \cdot \sigma_r = K_p \cdot \sigma_e \Rightarrow \\ \sigma_e &= \frac{2}{K_p + 1} \sigma_\infty \end{aligned} \quad (3.45)$$

Εκ της σχέσεως (3.43) και της παραπάνω σχέσης προκύπτει

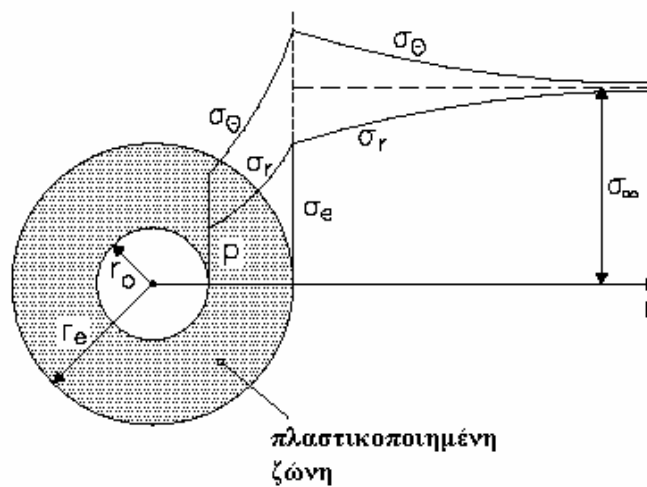
$$\sigma_r = -P \left[\frac{r_e}{R} \right]^{(K_p - 1)} = \sigma_e \quad (3.46)$$

Τελικώς από την (3.46) και την τελευταία εκ των (3.45) προκύπτει η ακτίνα της πλαστικής ζώνης

$$r_e = -R \left(\frac{2}{K_p + 1} \frac{\sigma_\infty}{P} \right)^{\frac{1}{K_p - 1}} \quad (3.47)$$

Άσκηση 1: Ποιά είναι η πίεση επί της σήραγγας ($-P$) έτσι ώστε να μηδενισθεί το πάχος της ζώνης πλαστικότητας ;

Στο Σχ. 3.20 παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων στην πλαστική και ελαστική περιοχή πέριξ της αξονοσυμμετρικής σήραγγας.



Σχ. 3.20

Άσκηση 2: Να βρεθούν οι τάσεις για την περίπτωση που το γεωϊλικό παρουσιάζει συνοχή, ήτοι

$$\sigma_\theta = K_p \cdot \sigma_r + \frac{2 \cdot c \cdot \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (3.48)$$

Υπολογισμός της Καμπύλης Εκτόνωσης-Χαλάρωσης της Ελαστοπλαστικής Εδαφοβραχόμαζας

Καταρχήν υπολογίζουμε τις τροπές στην πλαστική περιοχή υποθέτοντας ότι το γεωϊλικό συμπεριφέρεται ως άκαμπτο-τελείως πλαστικό υλικό στην πλαστική περιοχή (Σχ. 3.21).



Σχ. 3.21

Ισχύουν οι κάτωθι σχέσεις των τροπών συναρτήσει της ακτινικής συνιστώσας της μετατόπισης u

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (3.49)$$

Επίσης ισχύει η παρακάτω σχέση που αποδίδει την ογκική τροπή

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta \quad (3.50)$$

Κατόπιν κάνουμε την παρακάτω καταστατική παραδοχή που συνδέει την ογκική τροπή με την ακτινική τροπή

$$\varepsilon_v = b\varepsilon_r \quad (3.51)$$

όπου b είναι σταθερά του υλικού που περιγράφει την διαστολικότητα του γεωυλικού. Από τις (3.50) και (3.51) λαμβάνουμε

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = b \frac{du}{dr} \quad (3.52)$$

Η λύση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης είναι η εξής

$$u = \frac{A}{r^{1-b}} \quad (3.53)$$

Η σταθερά A προκύπτει από την συνθήκη συνέχειας των μετατοπίσεων

$$u = u_e \text{ σε απόσταση } r = r_e \quad (3.54)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την σχέση που δίνει την ελαστική μετατόπιση παίρνουμε

$$\frac{(\sigma_{\infty} + \sigma_e) r_e}{2G} = \frac{A}{r_e^{1-b}} \quad (3.55)$$

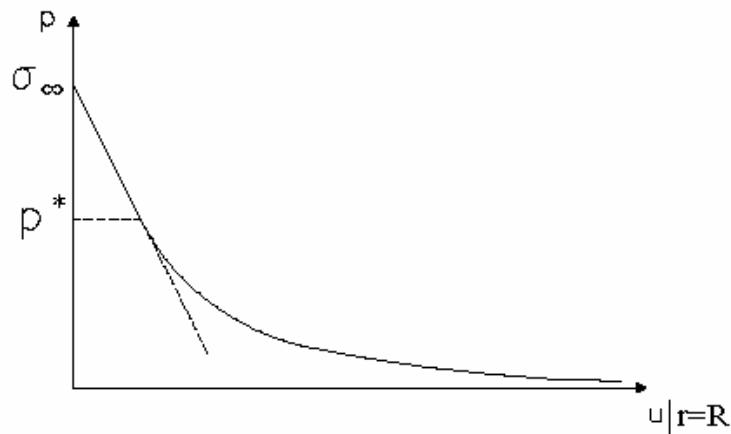
Λύνοντας ως προς A και αντικαθιστώντας στην (3.53) βρίσκουμε την ακτινική μετατόπιση στην πλαστική περιοχή

$$u = \frac{\sigma_{\infty} r_e}{2G} \left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_{\infty}} \right) \left(\frac{r_e}{r} \right)^{\frac{1}{1-b}} \quad (3.56)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των σ_e , r_e βρίσκουμε την τελική έκφραση της μετατόπισης στο σύνορο της σήραγγας

$$u_R = \sin \varphi \frac{\sigma_{\infty} R}{2G} \left(\frac{2}{K_p + 1} \frac{\sigma_{\infty}}{p} \right)^{\frac{2-b}{(K_p - 1)(1-b)}} \quad (3.57)$$

Η παραπάνω σχέση εφαρμόζεται όταν η πίεση επί των τοιχωμάτων της σήραγγας είναι μικρότερη από p^* όπως φαίνεται στο Σχ. 3.22 γιατί όταν είναι μεγαλύτερη ισχύει η ελαστική σχέση (3.31)₃.



Σχ. 3.22

Μεθοδολογία Αναλύσεων Ευστάθειας Σήραγγας που Κατασκευάζεται με τη Νέα Αυστριακή Μέθοδο (NATM)

Για την κατά το δυνατόν πληρέστερη διερεύνηση των συνθηκών ευστάθειας μιας σήραγγας ακολουθείται η εξής μεθοδολογία:

- Ανάλυση ευστάθειας χωρίς μέτρα υποστύλωσης με ταυτόχρονο υπολογισμό της Καμπύλης Αντίδρασης Πετρώματος (Ανάλυση με Πεπερασμένες Στοιχεία ή Διαφορές για όλες τις κατηγορίες πετρώματος και τις αντίστοιχες διατομές).
- Έλεγχος της επάρκειας των προτεινόμενων μέτρων υποστύλωσης με τη μέθοδο των ακαμψιών (Αναλυτικές σχέσεις για τα προτεινόμενα μέτρα υποστύλωσης για τις παραπάνω κατηγορίες).
- Ανάλυση ευστάθειας με μέτρα υποστύλωσης - Προσομοίωση πολυσταδιακής εκσκαφής και υποστύλωσης (Ανάλυση με Πεπερασμένες Στοιχεία ή Διαφορές για όλες τις κατηγορίες πετρώματος και τις αντίστοιχες διατομές.).
- Έλεγχος ασφάλειας έναντι ολίσθησης σφηνών.

Περιγραφή Υπολογιστικής Μεθόδου Πεπερασμένων Διαφορών

Για τον υπολογισμό των τάσεων και των μετατοπίσεων της βραχομάζας κατά την διάνοιξη της σήραγγας καθώς και των φορτίων που πρέπει να παραληφθούν από τα μέτρα υποστύλωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών (Finite Differences Method, FDM).

Κατά τη μέθοδο αυτή η βραχομάζα προσομοιώνεται με τη βοήθεια δισδιάστατων επίπεδων στοιχείων τα οποία μορφώνουν ένα πλέγμα. Κάθε στοιχείο συμπεριφέρεται με τον προκαθορισμένο νόμο τάσεων-παραμορφώσεων και τις εφαρμοζόμενες δυνάμεις ή συνοριακές συνθήκες. Η εκσκαφή προσομοιώνεται με την αφαίρεση ή την χαλάρωση των στοιχείων εκείνων του πλέγματος που καταλαμβάνουν το χώρο της διατομής της. Σε κάθε κόμβο επιλύονται οι εξισώσεις κίνησης χρησιμοποιώντας την έννοια των διαδοχικών βημάτων για την προσέγγιση της τελικής λύσεως. Σε κάθε φάση εκσκαφής το πρόγραμμα χρησιμοποιεί για την επίλυση κατάλληλη επαναληπτική μέθοδο, θεωρώντας ως δεδομένα τα αποτελέσματα της προηγούμενης επίλυσης και τις μηχανικές-γεωμετρικές ιδιότητες του φορέα. Η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται, μέχρις ότου το μέγεθος της “ανισορροπίας” εξωτερικών και εσωτερικών δυνάμεων γίνει μικρότερο από κάποιο προκαθορισμένο κλάσμα της αρχικής “ανισορροπίας”. Για κάθε φάση εκσκαφής, η αρχική “ανισορροπία” δημιουργείται λόγω των χαλαρώσεων ή αφαιρέσεων (εκσκαφών) τμημάτων της σήραγγας. Τονίζεται επίσης ότι η επίλυση γίνεται ταυτόχρονα για το έδαφος και τα μέτρα υποστήριξης και επομένως τα μέτρα υποστήριξης συνεισφέρουν στη συμπεριφορά του βράχου.

Τέτοιο πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών είναι το πρόγραμμα $FLAC^{2D}$ που αναπτύχθηκε από τον Dr. Peter Cundall και την Itasca Consulting Group, Inc. στην Minnesota, 1986.

Ορισμός Αριθμητικού Ομοιώματος $FLAC$ – Παραδοχές

Κατά την ανάλυση η βραχομάζα θεωρείται ως ομοιογενές – ισότροπο - συνεχές – ελαστοπλαστικό (Mohr-Coulomb) μέσο. Η ανάλυση μπορεί να γίνει για διάφορες κα-

τηγορίες βραχομάζας, με τις αντίστοιχες παραμέτρους αντοχής και παραμορφωσιμότητας, και για διάφορες κατηγορίες διατομών.

Στην περίπτωση που το βάθος της εκσκαφής είναι πολύ μεγαλύτερο από το μέγεθος της σήραγγας τότε είναι ρεαλιστικό η φόρτιση του επί τόπου πετρώματος προσομοιώνεται με διαξονικό πεδίο τάσεων στο άπειρο (μακριά από τη σήραγγα). Σημειώνεται εδώ ότι η επίλυση προβλημάτων σήραγγων αποτελεί ιδανικό πεδίο εφαρμογής της επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain analysis) όπου $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz} \neq 0$ και $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy} \neq 0, \varepsilon_{zz} = 0$. Η εκτός επιπέδου τάση σ_{zz} προσεγγίζεται από την σχέση

$$\sigma_{zz} \cong \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (3.58)$$

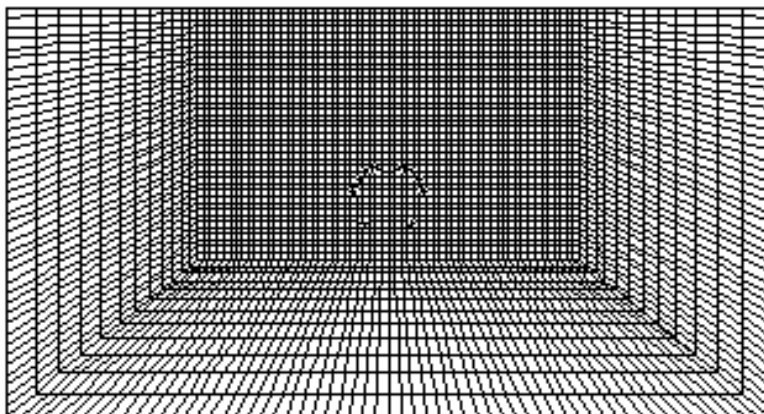
Για κάθε μια από τις αναλυτικές περιπτώσεις εφαρμόστηκαν τάσεις πεδίου που αντιστοιχούν σε $k = 0.6$ και 1.2 .

Τα μέτρα υποστύλωσης προσομοιώνονται με μοντέλα δομικών στοιχείων. Το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα εισάγεται στο μοντέλο με ραβδωτά στοιχεία (beam elements) ενώ τα αγκύρια προσομοιώνονται με στοιχεία καλωδίων (cable elements). Η συνεργασία βράχου και μέτρων υποστύλωσης επιτυγχάνεται μέσω κοινών κόμβων οι οποίοι μεταφέρουν δυνάμεις αλλά όχι ροπές.

Οι διαστάσεις του ομοιώματος (Σχ. 3.12') είναι 60m (ύψος) x 190m (πλάτος) που διασφαλίζει έναντι οποιασδήποτε επιδράσεως των ορίων. Η διακριτοποίηση του ομοιώματος περιλαμβάνει στοιχεία πλευράς 1m στις ζώνες υπολογιστικού ενδιαφέροντος.

Τα βήματα που ακολουθούνται στην κατάσταση και ανάλυση του προβλήματος, επιγραμματικά αναφέρονται στη συνέχεια.

- Εισαγωγή γεωμετρίας, συνδεσμολογίας στοιχείων και οριακών συνθηκών προσομοιώματος
- Εισαγωγή ιδιοτήτων υλικών και διατομών στοιχείων υποστύλωσης
- Προσομοίωση της εκσκαφής ή των φάσεων εκσκαφής σε βήματα, όπου η κάθε φάση επίλυσης στηρίζεται στα αποτελέσματα (τάσεις-παραμορφώσεις) της προηγούμενης επίλυσης (φάσης εκσκαφής).
- Επιλεκτική εξαγωγή αποτελεσμάτων (εντατικών μεγεθών, παραμορφώσεων, μετατοπίσεων κ.λ.π.) - Διαγράμματα εντατικών μεγεθών και παραμορφώσεων φορέα.



Σχ. 3.12'. Γεωμετρικό μοντέλο επίλυσης Πεπερασμένων Διαφορών (FLAC^{2D})

Παράδειγμα: Τα δεδομένα των φυσικών και μηχανικών ιδιοτήτων βραχομάζας (ισοδύναμο συνεχές μέσο) που εφαρμόστηκαν στις αναλύσεις έχουν ήδη δοθεί στον Πίν. 3.2 και επαναλαμβάνονται εδώ:

Πίν. 3.3'

Ιδιότητες	Κατηγορία			
	I	II	IIIa	IIIb
E (MPa)	10000	8000	3000	1500
ν	0,2	0,2	0,2	0,2
c (MPa)	0,5	0,3	0,2	0,15
ϕ (°)	48	40	35	30
γ (MPa/m)	0.025	0.025	0.025	0.025

Επίσης οι ιδιότητες των των διαφόρων στοιχείων υποστύλωσης που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση FLAC είναι οι παρακάτω:

- Πλήρως τσιμεντωμένοι ράβδοι αγκύρωσης:

$K_b = 8000 \text{ MN/m/m}$ (Ακαμψία αγκυρίου)

$S_b = 0,02 \text{ MN/m}$ (Φέρουσα ικανότητα επαφής βράχου/αγκυρίου)

$Y = 0,1 \text{ MN/m}$ (Οριο διαρροής)

(Οι παραπάνω τιμές εισάγονται στο FLAC αφού διαιρεθούν με την απόσταση επανάληψης κατά μήκος του άξονα της σήραγγας)

Οι τιμές αυτές προέκυψαν ως εξής:

Το $K_{\text{bond}} = K_b$ το οποίο αναφέρεται στην βιβλιογραφία σε αγγλικούς όρους ως “grout shear stiffness” και αποδόθηκε ως “ακαμψία αγκυρίου” προσδιορίστηκε από τη σχέση (FLAC Manual –Chapter: Theory and Background, 5-34)

$$K_b = \frac{2\pi G}{10 \ln \left(1 + \frac{2t}{D} \right)} \quad (3.59)$$

όπου G : μέτρο διάτμησης του ενέματος (για λόγο τσιμέντου:νερού 4:10 $\Rightarrow G = 5 \text{ GPa}$), D : διάμετρος στελέχους=25 mm και t : πάχος δακτυλίου=6 mm. Με τα παραπάνω δεδομένα προκύπτει $K_b = 8000 \text{ MN/m/m}$. Το $S_{\text{bond}} = S_b$ το οποίο αναφέρεται στην βιβλιογραφία σε αγγλικούς όρους ως “intrinsic shear strength” και αποδόθηκε ως “Φέρουσα ικανότητα επαφής βράχου / αγκυρίου” δίνεται από τη σχέση (FLAC Manual –Chapter: Theory and Background, 5-34)

$$S_b = \pi(D + 2t) \tau_{\text{peak}} \quad (3.60)$$

όπου τ_1 η διατμητική αντοχή του ασθενέστερου μεταξύ του πετρώματος και του ενέματος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση πρόκειται για την αντοχή του πετρώματος, δηλαδή $\tau_1 = 0,2 \text{ MPa}$. Με τα παραπάνω δεδομένα προκύπτει $S_b = 0,02 \text{ MN/m}$.

- *Εκτοξευόμενο σκυρόδεμα:*

$$E = 18000 \text{ MPa (ινοπλισμένο)}$$

$$\nu = 0,25$$

Η τιμή του μέτρου Ελαστικότητας του ισοδύναμου υλικού (εκτοξευόμενο σκυρόδεμα + ίνες) προέκυψε από την τιμή του μέτρου Ελαστικότητας που προτείνουν οι E. Hoek & E. T. Brown για εκτοξευόμενο σκυρόδεμα 24 ωρών, $E_{24\omega\rho\acute{\omega}\nu}=16000$ MPa προσαυξημένο κατά 12,5%. Το σύστημα μορφογάλυβα – εκτοξευόμενου σκυροδέματος για την κατηγορία IIIb αντιμετωπίζεται με τη λογική των σύμικτων διατομών

$$E = \frac{F_{\text{shot}} \cdot E_{\text{shot}} + F_{\text{HEB}} \cdot E_{\text{HEB}}}{F_{\text{shot}} + F_{\text{HEB}}} = \frac{(0,25 - 0,0043) \cdot 18 + 0,0043 \cdot 200}{0,25} \approx 20 \text{ GPa} \quad (3.61)$$

Ευστάθεια Σήραγγας Χωρίς Μέτρα Υποστώλωσης - Αποτελέσματα Αναλύσεων FLAC

Στη φάση αυτή της ανάλυσης μελετήθηκε η ευστάθεια της σήραγγας με ανυποστήρικτη διατομή (για το σύνολο της πεταλοειδούς διατομής) και κατασκευάστηκε η Καμπύλη Αντίδρασης Πετρώματος για τις κατηγορίες I, II, IIIa και IIIb. Συγκεκριμένα μειώνοντας σταδιακά τις επιφανειακές τάσεις (με βήμα $\lambda=20\%$) για το σύνολο της διατομής της πεταλοειδούς σήραγγας και καταγράφοντας τις αντίστοιχες συγκλίσεις κατασκευάστηκαν οι καμπύλες αντίδρασης του πετρώματος για ελαστικό και ελαστοπλαστικό μέσο.

Εγινε παραμετρική ανάλυση για $k_0 = 0,6 - 1,2$ και υπολογίστηκαν για κάθε κατηγορία τα μεγέθη P_{cr} (κρίσιμη τάση όπου έχουμε μετάβαση από την ελαστική στην πλαστική περιοχή), $u_{y \max}$ και $u_{x \max}$ (μέγιστη κατακόρυφη και οριζόντια μετατόπιση), u_e (ελαστική μετατόπιση που αντιστοιχεί στην έναρξη της πλαστικοποίησης της βραχομάζας) και r_p (ακτίνα πλαστικοποιημένης ζώνης του πετρώματος για ανυποστήρικτη διατομή).

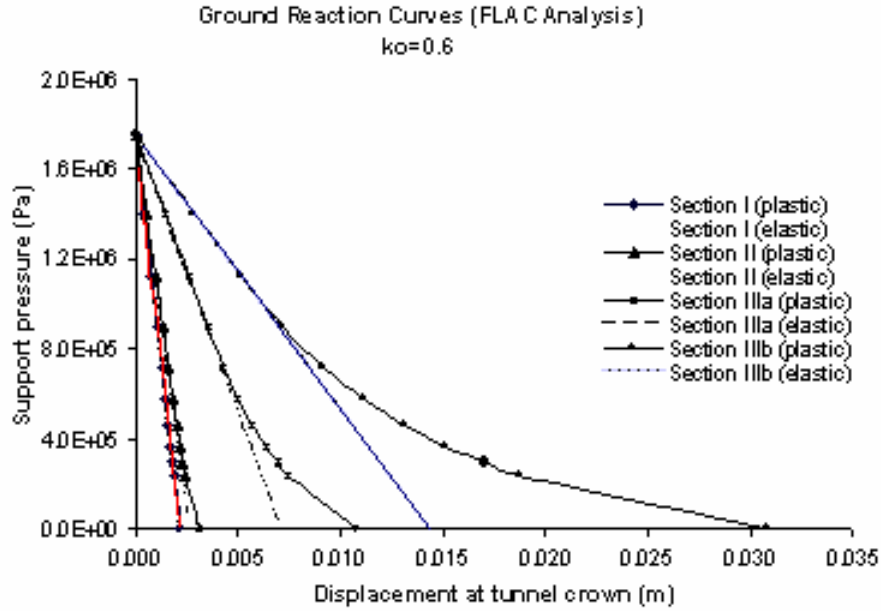
Τα αποτελέσματα των αναλύσεων παρουσιάζονται με τη μορφή γραφικών στο Παράρτημα Α. Τα κύρια αριθμητικά αποτελέσματα δίδονται στον Πίνακα 3.4' και οι χαρακτηριστικές καμπύλες αντίδρασης πετρώματος δίνονται στα Σχ. 3.13' και 3.14', για $k_0 = 0,6$ και 1,2, αντίστοιχα. Τέλος, στα Σχ. 3.15' και 3.16' παρουσιάζεται η σύγκλιση ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο με βάση την προσέγγιση της σχέσης (3.27) για τις κατηγορίες I, II, IIIa και IIIb και για $k_0 = 0,6$ και 1,2.

Πίνακας 3.4' Αποτελέσματα αναλύσεων FLAC για σήραγγα χωρίς μέτρα υποστήριξης και για διάφορες κατηγορίες

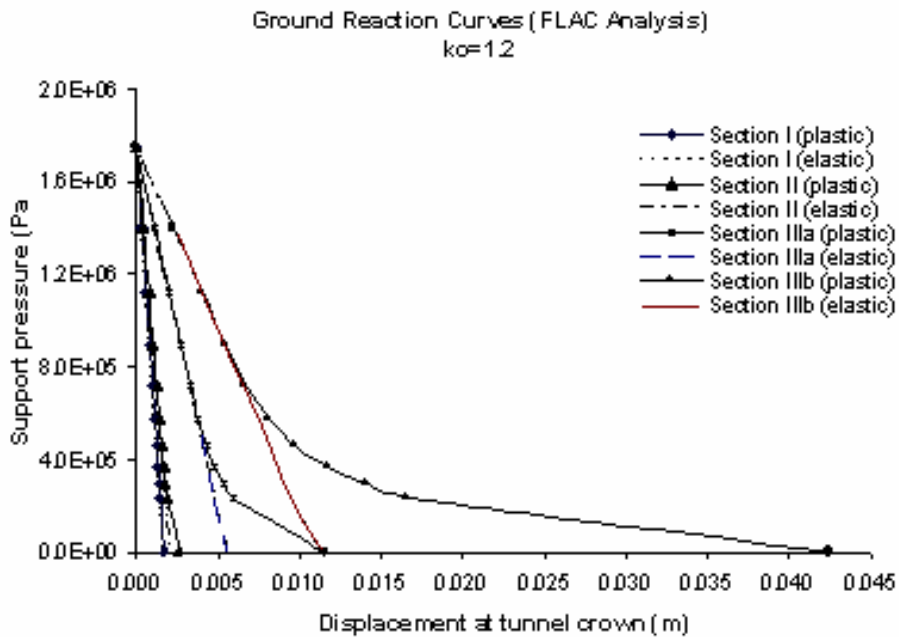
Κατηγορία	Συντελεστής	Αποτελέσματα Ανάλυσης				
		u_y (max) mm	u_x (max) mm	P_{cr} MPa	u_e mm	r_p m
I	0,6	2,2	0,5	-	-	-
	1,2	1,7	1,8	-	-	-
II	0,6	3,1	1	0,2	1,8	~1,5 τοιχώματα ~1 οροφή
	1,2	2,7	2,5	0,2	1,8	~1 τοιχώματα
IIIa	0,6	10,8	5,9	0,72	4,2	~4,0 τοιχώματα ~3 οροφή
	1,2	11,4	10,4	0,46	4,2	~2 τοιχώματα ~3 οροφή
IIIb	0,6	31,3	24,8	0,9	7,0	~6 τοιχώματα ~7 οροφή
	1,2	41,8	34,3	0,7	6,6	~5 τοιχώματα

Από τις αναλύσεις FLAC για ανυποστήρικτη διατομή προέκυψαν τα ακόλουθα:

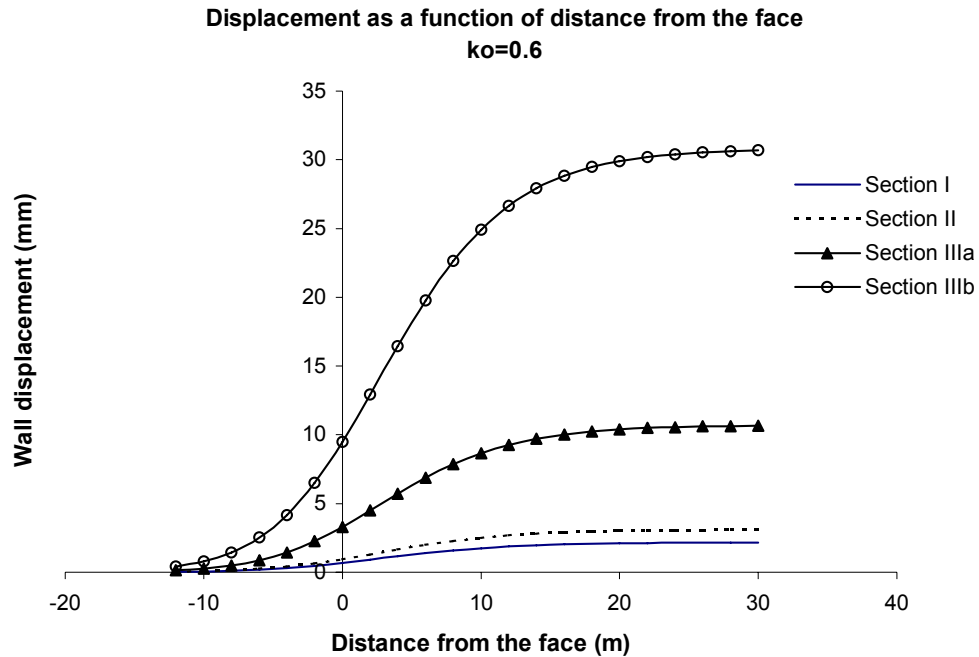
- Η ευστάθεια της σήραγγας σε κατηγορία διατομής I, προβλέπεται ως ικανοποιητική. Τα μεγέθη των συγκλίσεων είναι χαμηλά.
- Η ευστάθεια της σήραγγας σε κατηγορία διατομής II, προβλέπεται ως μέτρια καθώς τα μεγέθη των συγκλίσεων παραμένουν χαμηλά αλλά έχουμε περιορισμένη εμφάνιση πλαστικοποιημένης ζώνης.
- Η ευστάθεια της σήραγγας σε κατηγορίες διατομής IIIa, προβλέπεται ότι θα είναι οριακή ως κρίσιμη. Η εκτίμηση προκύπτει από την δημιουργία εκτεταμένης πλαστικής ζώνης και τις μετρίου μεγέθους συγκλίσεις.
- Η ευστάθεια της σήραγγας σε κατηγορίες διατομής IIIb, προβλέπεται ότι θα είναι κρίσιμη. Η εκτίμηση προκύπτει από την δημιουργία πολύ εκτεταμένης πλαστικής ζώνης και τις σημαντικές συγκλίσεις.
- Η τιμή του k_o δεν έχει σημασία στις κατηγορίες I και II, έχει μικρή επίδραση στη συμπεριφορά στην κατηγορία IIIa και μέτρια στην κατηγορία IIIb, με δυσμενέστερη για υψηλό k_o .



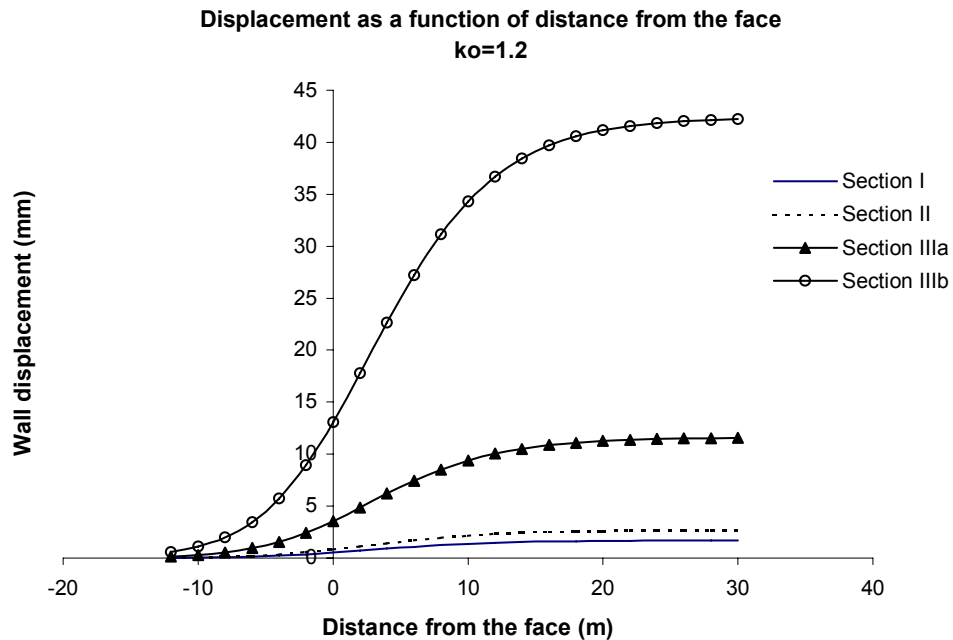
Σχ. 3.13'. Καμπύλη Αντίδρασης Πετρώματος για ελαστικό και ελαστοπλαστικό μέσο (περίπτωση ανυποστούλωσης διατομής, για τις κατηγορίες διατομών I, II, IIIa, IIIb και για $k_0 = 0,6$)



Σχ. 3.14'. Καμπύλη Αντίδρασης Πετρώματος για ελαστικό και ελαστοπλαστικό μέσο για τις κατηγορίες διατομών I, II, IIIa, IIIb και για $k_0 = 1,2$)



Σχ. 3.15'. Σύγκλιση ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο για τις κατηγορίες I, II, IIIa, IIIb (σύμφωνα με τη σχέση (3)) και για $k_o = 0,6$



Σχ. 3.16'. Σύγκλιση ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο για τις κατηγορίες I, II, IIIa, IIIb (σύμφωνα με τη σχέση (3)) και για $k_o = 1,2$

Κριτήρια Επιλογής και Ελέγχου Επάρκειας

Ως κριτήρια επιλογής των συστημάτων υποστύλωσης μπορούν να προδιαγραφούν τα ακόλουθα:

- Η έγκαιρη σταθεροποίηση της διατομής της εκσκαφής
- Ο έλεγχος των παραμορφώσεων της βραχομάζας στην περιοχή της εκσκαφής με στόχο την ελαχιστοποίηση των διαταράξεων, υπεκσκαφών, κλπ.
- Η ενεργοποίηση και διατήρηση των εγγενών μηχανικών χαρακτηριστικών της βραχομάζας, ώστε να αξιοποιηθεί η ικανότητα της να αυτοφέρεται.
- Η προστασία των εργαζομένων και η απρόσκοπτη εκτέλεση των εργασιών.

Για την επιλογή των μέτρων υποστύλωσης και διαστασιολόγησης της προσωρινής επέκτασης της σήραγγας συνήθως λαμβάνονται υπόψη:

- Οι προβλέψεις των εμπειρικών συστημάτων Bieniawski και Barton
- Οι αναλύσεις ευστάθειας με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών
- Οι προβλέψεις των “Τεχνικών Προδιαγραφών” της σύμβασης του εγκατεστημένου Αναδόχου
- Εμπειρίες από άλλα παρόμοια έργα

Ως κριτήρια αποδεκτής επάρκειας των προτεινόμενων μέτρων υποστύλωσης θεωρούνται τα ακόλουθα:

- Η καταπόνηση των στοιχείων υποστύλωσης δεν θα πρέπει να υπερβαίνει τα όρια της φέρουσας ικανότητας τους.
- Η ζώνη πλαστικών παραμορφώσεων θα πρέπει να είναι περιορισμένη.

Ο έλεγχος των προτεινόμενων μέτρων υποστύλωσης μπορεί να γίνει τόσο με τη μέθοδο των ακαμψιών όσο και με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών (FLAC). Και στις δύο μεθόδους γίνονται παραμετρικές αναλύσεις για διαφορετικές ποσότητες και είδη μέτρων υποστύλωσης και τελικά προτάθηκαν τα μέτρα υποστύλωσης που ακολουθούν.

Μέθοδος των Ακαμψιών

Υποθέτοντας ότι ισχύει η αρχή της επαλληλίας για τους διάφορους τύπους υποστύλωσης είναι δυνατή η πρόβλεψη της συμπεριφοράς της συνδυασμένης δράσης τους. Μια εικόνα της αλληλεπίδρασης βραχομάζας και συστήματος υποστύλωσης αποκτάται όταν οι αντίστοιχες καμπύλες σχεδιασθούν στο διάγραμμα της Καμπύλης Αντίδρασης Πετρώματος. Στην περίπτωση που η καμπύλη υποστήριξης τέμνει την καμπύλη της βραχομάζας αυτό σημαίνει ότι από το σημείο αυτό και μετά η υποστύλωση λειτουργεί παρέχοντας υποστήριξη στη βραχομάζα. Ανυπαρξία σημείου τομής των καμπυλών υποδηλώνει ανεπάρκεια των μέτρων υποστύλωσης.

Ετσι, σ' αυτή τη φάση της ανάλυσης υπολογίζονται η ακαμψία K_i και η μέγιστη προσφερόμενη αντίδραση P_{si}^{max} από κάθε τύπο υποστύλωσης από αναλυτικές σχέσεις κλειστού τύπου που παρατίθενται στη συνέχεια για κάθε μέτρο υποστύλωσης

Εκτοξευόμενο Σκυρόδεμα

Το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα χρησιμοποιείται ευρέως για την σταθεροποίηση σήραγγων σε πετρώματα που εξορύσσονται με διάτρηση – ανατίναξη ή με εκσκαφείς τύπου μπούμας. Το πλεονέκτημα του είναι ότι μπορεί να υποστηρίξει τη σήραγγα στην αρχική φάση της όρυξης της σε πετρώματα με μικρό χρόνο αυτοϋποστήριξης. Είναι πολύ δύσκολη η εφαρμογή αυτής της μεθόδου (Σχ. 3.17') όταν η εξόρυξη γίνεται με μηχάνημα ολομετώπου κοπής διότι τα μηχανήματα αυτά καταλαμβάνουν μεγάλο τμήμα της διατομής και ακόμα στην περίπτωση που μπορεί να γίνει εκτόξευση η αναπήδηση του σκυροδέματος στα τοιχώματα της εκσκαφής θα «λερώσει» το μηχάνημα. Η επιφανειακή στρώση του σκυροδέματος μπορεί να περιέχει συρματόπλεγμα για να προσδώσει ολκιμότητα σ' αυτό με την πάροδο του χρόνου. Εναλλακτικά, το ινοπλισμένο σκυρόδεμα που περιέχει τυχαίως προσανατολισμένες χαλύβδινες ή συνθετικές ίνες χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις εκείνες που είναι επιθυμητή η στοιβαρότητα και η ολκιμότητα.

Για τον υπολογισμό της ακαμψίας K_s και της μέγιστης προσφερόμενης αντίδρασης P_s^{max} υποστήριξης σχήματος δακτυλίου (παραδοχή) (Σχ. 3.18') από εκτοξευόμενο σκυρόδεμα λαμβάνεται η σχέση ("Underground Excavations in Rock" E. Hoek & E. T. Brown)

$$K_s = \frac{E_c \left[R^2 - (R - t_c)^2 \right]}{(1 - \nu_c) R \left[(1 - 2\nu_c) R^2 + (R - t_c)^2 \right]} \quad (3.62)$$

$$P_s^{max} = \frac{\sigma_{cc}}{2} \left[1 - \frac{(R - t_c)^2}{R^2} \right] \quad (3.63)$$

όπου

E_c : Μέτρο Ελαστικότητας του εκτοξευόμενου σκυροδέματος

ν_c : Λόγος του Poisson του εκτοξευόμενου σκυροδέματος

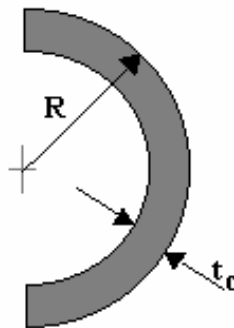
t_c : Πάχος επένδυσης

R : Εσωτερική ακτίνα της σήραγγας

σ_{cc} : Μονοαξονική αντοχή σε θλίψη του σκυροδέματος



Σχ.3.17'. Εκτοξευόμενο σκυρόδεμα για προσωρινή υποστήριξη



Σχ. 3.18'. Σχηματική αναπαράσταση δακτυλίου εκτοξευόμενου σκυροδέματος.

Τυπικές τιμές της σ_{cc} και του E_c για ξηρό¹⁰ και υγρό εκτοξευόμενο σκυρόδεμα παρουσιάζονται στον Πίν. 3.5'. Ο λόγος Poisson για το σκυρόδεμα συνήθως λαμβάνεται $\nu_c = 0.25$. Το πάχος t_c του εκτοξευόμενου σκυροδέματος εξαρτάται από την τραχύτητα της επιφάνειας της σήραγγος μετά την ανατίναξη και το ξεσκάρωμα. Όταν το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα εφαρμόζεται ως προσωρινή υποστήριξη το πάχος του κυμαίνεται από 50 έως 100 mm.

¹⁰ Η διαφορά μεταξύ «ξηρού» και «υγρού» μίγματος προέρχεται από τη χρονική στιγμή που προστίθεται ύδωρ στο μίγμα τσιμέντου/άμμου. Στην περίπτωση του «ξηρού» μίγματος έχουμε ανάμιξη τσιμέντου και άμμου εν ξηρώ και το ύδωρ προστίθεται στο μίγμα στο ακροφύσιο του μηχανήματος λιθογόμωσης. Στην δεύτερη περίπτωση το τσιμέντο, η άμμος και το ύδωρ αναμιγνύονται την ίδια στιγμή και το μίγμα αντλείται στο ακροφύσιο για την τοποθέτηση της λιθογόμωσης.

Πίν. 3.5'. Τιμές της σ_{cc} και E_c για ξηρό και υγρό εκτοξευόμενο σκυρόδεμα μετά από 1 ημέρα και 28 ημέρες (Singh and Bortz, 1975).

Τύπος μίγματος	σ_{cc} [MPa]	E_c [MPa]
Ξηρό (1 ημέρα)	20.3	$13.6 \times 10^3 - 23.4 \times 10^3$
(28 ημέρες)	29.6	$17.8 \times 10^3 - 23.1 \times 10^3$
Υγρό (1 ημέρα)	18.9 – 20.3	$12.3 \times 10^3 - 28.0 \times 10^3$
(28 ημέρες)	33.3 – 39.4	$23.8 \times 10^3 - 35.9 \times 10^3$

Τύπος τσιμέντου ΙΙΙ, μέγιστο μέγεθος αδρανούς 13 mm, (1) ξηρό μίγμα: 17.9% τσιμέντο, 29.9 % χονδρομερές αδρανές, 52.2 % άμμος, (2) υγρό μίγμα: 16.7% τσιμέντο, 27.9 % χονδρομερές αδρανές, 48.7 % άμμος, 6.7 % ύδωρ (τα ποσοστά εκφράζονται σε επί της εκατό του συνολικού βάρους).

Αγκύρια Βράχου

Τα σκαριφήματα του Σχ. 3.19' παρουσιάζουν μηχανικούς κοχλίες τοποθετημένους στη μάζα του πετρώματος που περιβάλλει σήραγγα κυκλικής διατομής ακτίνας R. Δεχόμενοι ότι οι κοχλίες ισαπέχουν μεταξύ των κατά την περιφέρεια τότε η μέγιστη προσφερόμενη αντίδραση p_s^{\max} υποστήριξης από κοχλίες σημειακής αγκύρωσης χωρίς πλευρική πρόσφυση (Σχ. 3.20') δίνεται από τη σχέση ("Underground Excavations in Rock" E. Hoek & E. T. Brown)

$$p_s^{\max} = \frac{T_{bf}}{s_c s_l} \quad (3.64)$$

Η ακαμψία αποδίδεται από τη σχέση

$$\frac{1}{K_b} = s_c s_l \left[\frac{4\ell}{\pi d_b^2 E_b} + Q \right] \quad (3.65)$$

όπου

ℓ : Ελεύθερο μήκος κοχλία [m]

d_b : Διάμετρος κοχλία [m]

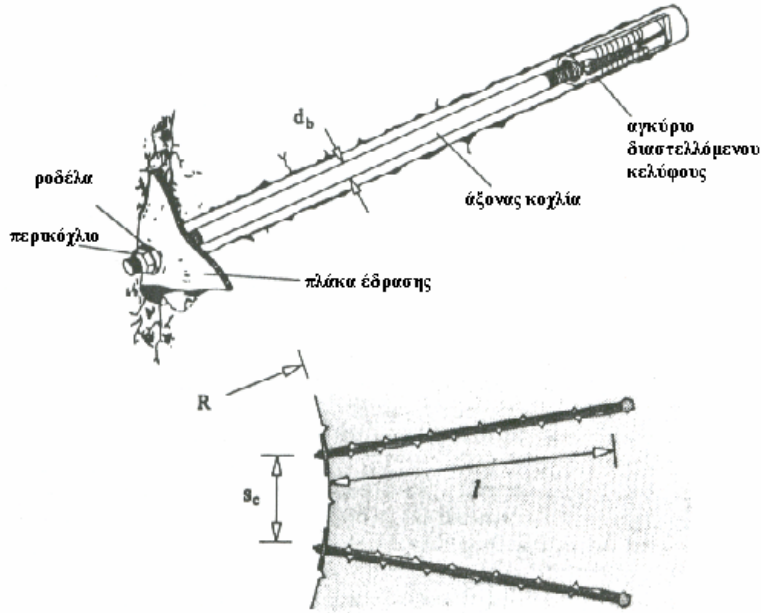
E_b : Μέτρο Ελαστικότητας του κοχλία [MPa]

T_{bf} : Οριακή φέρουσα ικανότητα κατά τη δοκιμή εξόλκευσης [MN]

s_c : Απόσταση των κοχλιών κατά την περιφέρεια [m]

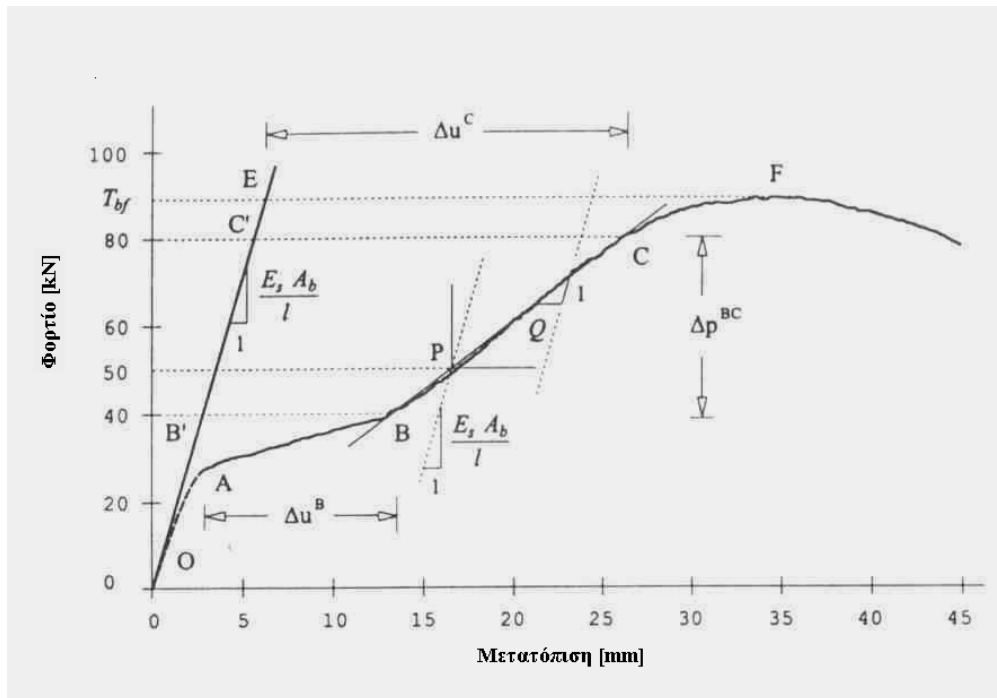
s_l : Απόσταση των κοχλιών κατά τον άξονα της σήραγγας [m]

Q : Σταθερά δύναμης-μήκυνσης για το αγκύριο και τη κεφαλή [m/MN]



Σχ. 3.19'. Μηχανικοί κοχλίες σημειακής αγκύρωσης (Hoek and Brown 1980).

Η σχέση (3.21') προϋποθέτει ότι οι δυνάμεις αντίδρασης του κοχλίου αναπτύσσονται μόνο στα άκρα της ράβδου, άρα δεν μπορεί να εφαρμοσθεί στην περίπτωση των τσιμεντωμένων κοχλίων στους οποίους οι δυνάμεις διανέμονται σε όλο το μήκος του άξονα του κοχλίου.



Σχ. 3.20'. Πειραματική καμπύλη φορτίου-μετατόπισης που προέρχεται από δοκιμή εξόλκωσης σε κοχλίο μηχανικής αγκύρωσης (Stillborg, 1994).

Χαλύβδινα Πλαίσια

Για τον υπολογισμό της ακαμψίας K_S και της μέγιστης προσφερόμενης αντίδρασης P_{ssmax} υποστήριξης από χαλύβδινα πλαίσια σχήματος δακτυλίου (“Underground Excavations in Rock” E. Hoek & E. T. Brown) (Σχ. 3.21).

$$\frac{1}{K_S} = \frac{S \cdot r}{E_S \cdot A_S} + \frac{S \cdot r^3}{E_S \cdot I_S} \cdot \left[\frac{\theta \cdot (\theta + \sin \theta \cdot \cos \theta)}{2 \sin^2 \theta} - 1 \right] + \frac{2 \cdot S \cdot \theta \cdot t_b}{E_b \cdot w^2} \quad (3.66)$$

$$P_{ssmax} = \frac{3 \cdot A_S \cdot I_S \cdot \sigma_{ys}}{2 \cdot S \cdot r \cdot \theta \cdot \left[3 \cdot I_S + x \cdot A_S \cdot \left(r - t_b - \frac{x}{2} \right) \cdot (1 - \cos \theta) \right]} \quad (3.67)$$

όπου

w : Πλάτος της διατομής του χαλύβδινου τόξου ή μήκος της πλευράς του παρεμβλήματος

x : Ύψος της διατομής του χαλύβδινου τόξου

A_S : Εμβαδό της διατομής του χαλύβδινου τόξου

I_S : Ροπή αδράνειας της διατομής του χαλύβδινου τόξου

E_S : Μέτρο Young του χάλυβα

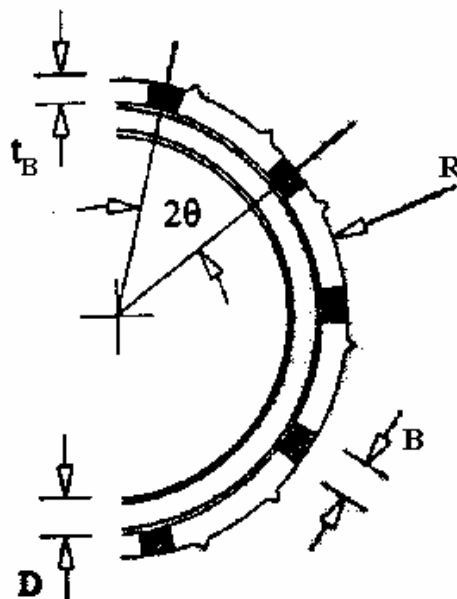
σ_{ys} : Τάση διαρροής του χάλυβα

S : Απόσταση των τόξων κατά μήκος του άξονα της σήραγγας

θ : Ημίσεια γωνία μεταξύ των σημείων σφήνωσης

t_b : Πάχος του παρεμβλήματος

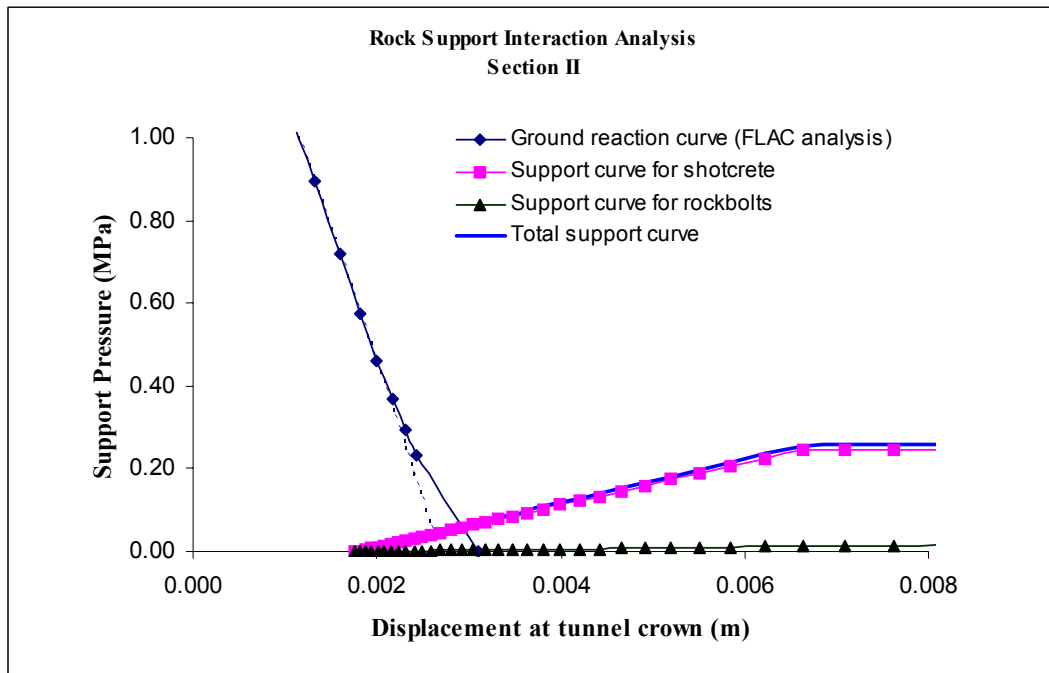
E_b : Μέτρο Young του παρεμβλήματος



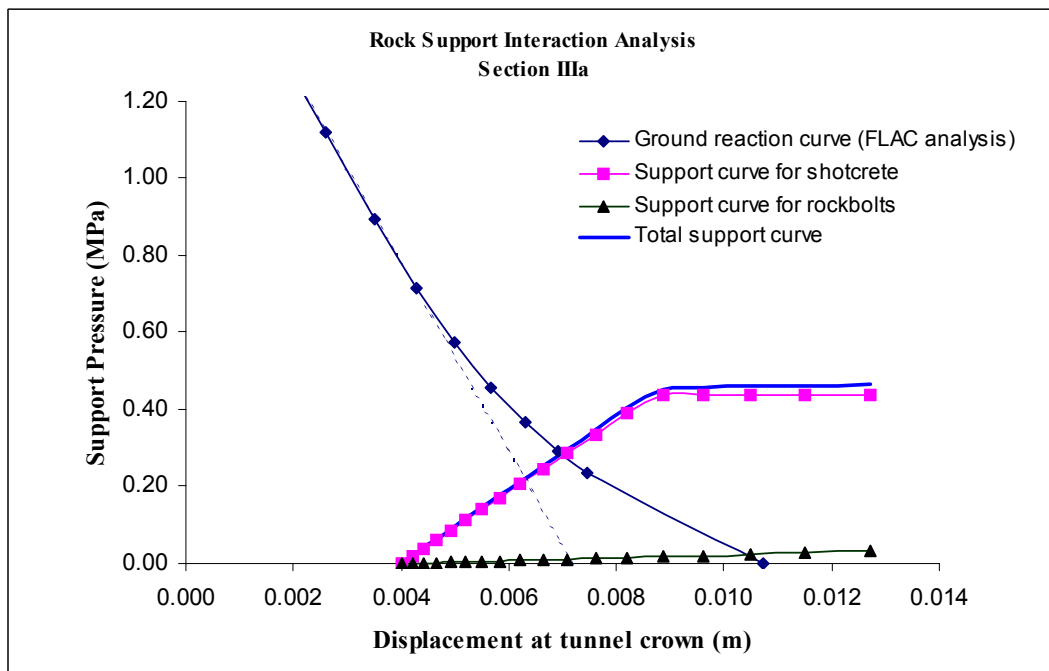
Σχ. 3.21'. Σχηματική αναπαράσταση διατομών χαλύβδινων πλαισίων.

Αποτελέσματα Αναλύσεων

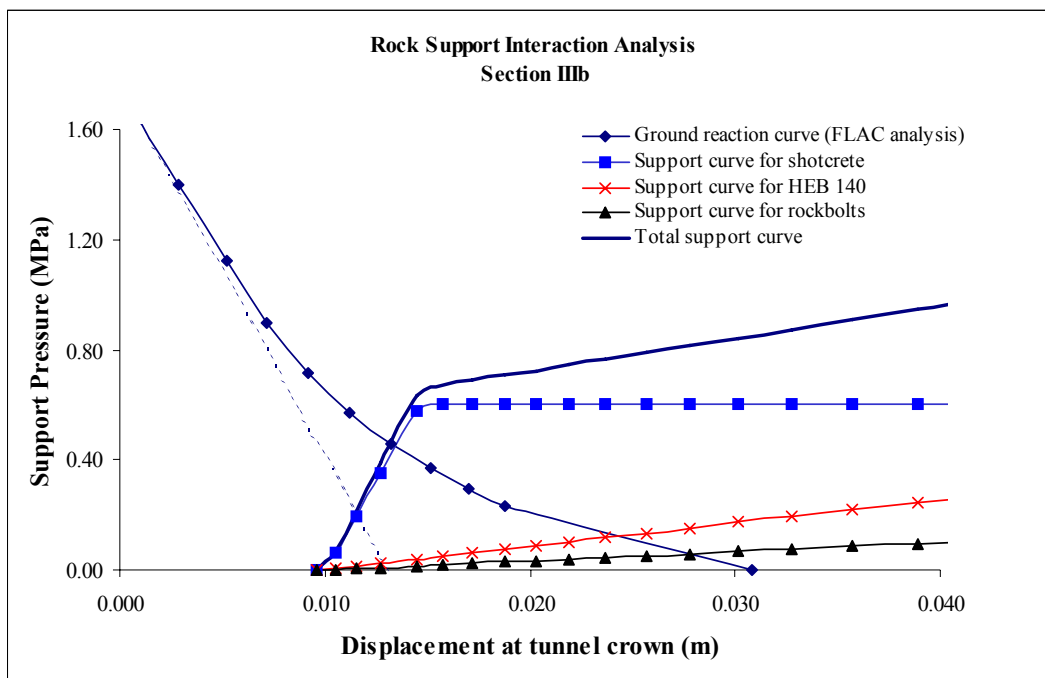
Τα αποτελέσματα των υπολογισμών και τα εξαγόμενα του ελέγχου για τις κατηγορίες διατομών II, IIIa και IIIb εκσκαφής και υποστύλωσης, παρουσιάζονται στα διαγράμματα που ακολουθούν:



Σχ. 3.22'. Αλληλεπίδραση Υποστύλωσης και Περιβάλλοντος Πετρώματος, Κατηγορία II.



Σχ. 3.23'. Αλληλεπίδραση Υποστύλωσης και Περιβάλλοντος Πετρώματος, Κατηγορία IIIa.



Σχ. 3.24'. Αλληλεπίδραση Υποστύλωσης και Περιβάλλοντος Πετρώματος, Κατηγορία IIIb.

Για την κατηγορία I φαίνεται να μην προκύπτει ανάγκη άμεσης υποστύλωσης. Παρόλα αυτά, τοποθετούνται κάποια ελάχιστα μέτρα υποστύλωσης σύμφωνα και με τον ΟΣΜΕΟ.

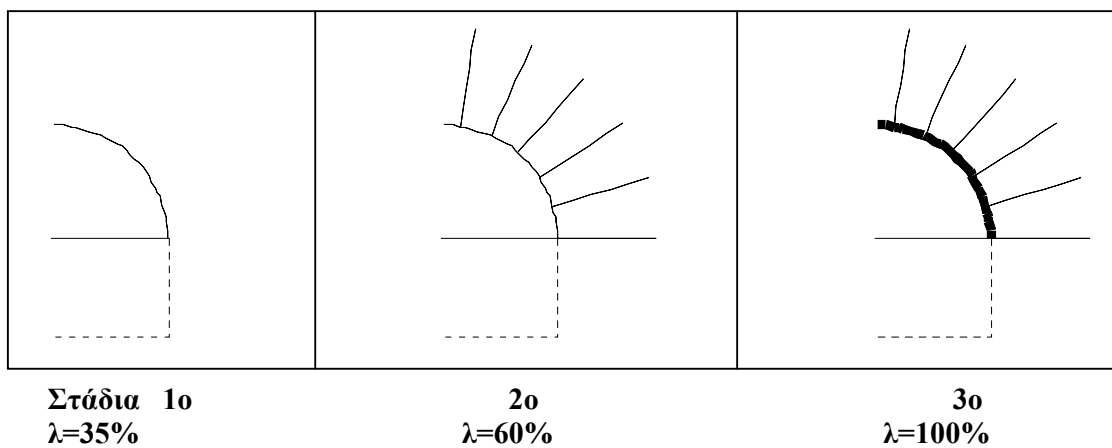
Από τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης υποστύλωσης και περιβάλλοντος πετρώματος, Σχ. 3.22' – 3.24', προκύπτει ότι τα μέτρα υποστύλωσης επαρκούν για την υποστήριξη της βραχομάζας, εφόσον αυτά εφαρμοσθούν στον κατάλληλο χρόνο. Συσχετίζοντας την μετατόπιση που προηγήθηκε της τοποθέτησης της προσωρινής επένδυσης (προεκτόνωση) με την απόσταση από το μέτωπο, με τη βοήθεια της σχέσης (3.26), προέκυψε:

- Για την κατηγορία II η μετατόπιση (προεκτόνωση), που επιτράπη πριν την τοποθέτηση της προσωρινής επένδυσης, είναι 1,5mm. Σύμφωνα με τη σχέση (3) η μετατόπιση αυτή συμβαίνει σε απόσταση από το μέτωπο περίπου 3 m και άρα επιλέγεται μήκος ανυποστύλωσης διατομής περίπου 3 m. Το μήκος αυτό είναι συμβατό με το βήμα προχώρησης που προτείνεται για την κατηγορία αυτή (2,5 ÷ 3,5 m).
- Αντίστοιχα, για την κατηγορία IIIa η αρχική μετατόπιση, που επιλέχθηκε πριν την τοποθέτηση της προσωρινής επένδυσης, είναι 4 mm. Η μετατόπιση αυτή αντιστοιχεί σε βήμα προχώρησης περίπου 2 m και άρα επιλέγεται βήμα προχώρησης περίπου 2 m για την κατηγορία αυτή (1,5 ÷ 2,5 m).
- Τέλος, στην κατηγορία IIIb η μετατόπιση που επιτράπηκε είναι 10 mm και το βήμα προχώρησης είναι περίπου 1,0 m (1,0 ÷ 1,5 m).

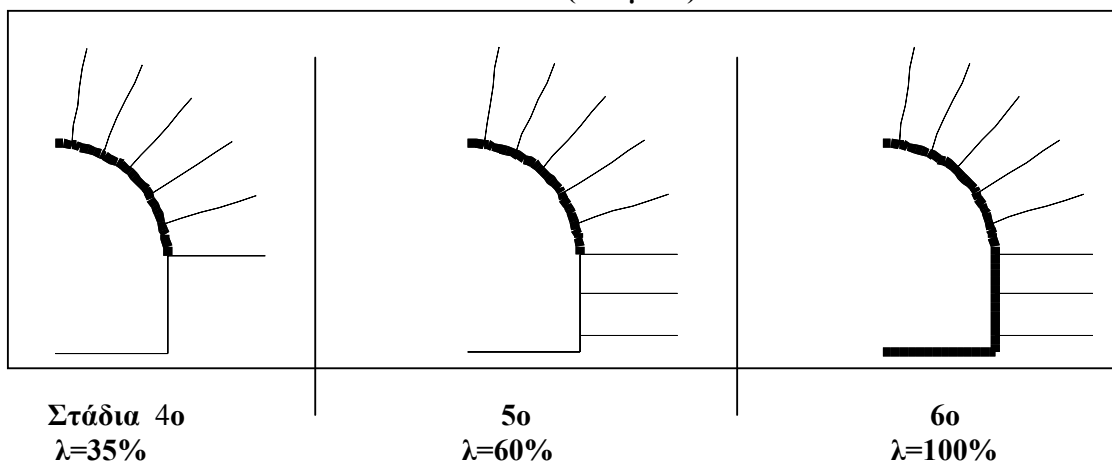
Αναλύσεις FLAC Ευστάθειας Σήραγγας με Προσωρινή Επένδυση

Σε αυτό το στάδιο της ανάλυσης λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι κατά την κατασκευή της σήραγγας απαιτούνται πολλαπλά στάδια εκσκαφής και υποστήριξης. Κατά την προσομοίωση της σταδιακής εκσκαφής με το FLAC ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται σχηματικά στο Σχ. 3.25'. Αρχικά οι εσωτερικές τάσεις στην περιφέρεια της σήραγγας μειώνονται σταδιακά έως μία τιμή η οποία αντιστοιχεί στο σημείο όπου τοποθετείται το πρώτο μέτρο προσωρινής υποστήλωσης ($\lambda=30\%$). Σε αυτό το στάδιο χαλάρωσης τοποθετούνται τα αγκύρια και οι τάσεις μειώνονται περαιτέρω ($\lambda=50\%$). Στη συνέχεια αφού τοποθετείται το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα η μείωση συνεχίζεται μέχρι οι επιφανειακές τάσεις να μηδενιστούν ($\lambda=100\%$). Η διαδικασία αυτή ακολουθείται και για τις δύο φάσεις εκσκαφής Α και Β.

ΦΑΣΗ Α (Ανω ημικυκλικό τμήμα)



ΦΑΣΗ Β (Βαθμίδα)



Σχ. 3.25'. Στάδια υπολογισμού – Σταδιακή εκσκαφή και υποστήριξη

Τα κύρια αποτελέσματα των αναλύσεων συνοψίζονται και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα μεγέθη των αναλύσεων ανυποστυλωτής διατομής στους Πίνακες που ακολουθούν. Ειδικότερα για κάθε κατηγορία και για $k_o = 0,6$ και $1,2$ δίνονται:

u_y, u_x : μέγιστες κατακόρυφες και οριζόντιες μετατοπίσεις για ανυποστύλωτη και υποστύλωμένη διατομή
 N, Q, M: μέγιστες αξονικές και τέμνουσες δυνάμεις, μέγιστες ροπές στο εκτοξευόμενο σκυρόδεμα
 F_A : μέγιστη αξονική δύναμη αγκυρίων

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ II	Κο=1,2		Κο=0,6	
	Με προσωρινή επένδυση	Χωρίς προσωρινή επένδυση	Με προσωρινή επένδυση	Χωρίς προσωρινή επένδυση
Μετατοπίσεις				
Οροφή u_y (mm)	2,3	2,7	2,5	3,1
Τοιχώματα u_x (mm)	2,3	2,5	0,8	1,0
Εκτοξ. Σκυρόδεμα				
N (kN)	615	-	376	-
Q (kN)	2	-	1,9	-
M (kN · m)	0,92	-	0,64	-
Αγκύρια F_A (kN)	24,0	-	19,5	-

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ IIIα	Κο=1,2		Κο=0,6	
	Με προσωρινή επένδυση	Χωρίς προσωρινή επένδυση	Με προσωρινή επένδυση	Χωρίς προσωρινή επένδυση
Μετατοπίσεις				
Οροφή u_y (mm)	5,5	11,4	7,0	10,8
Τοιχώματα u_x (mm)	6,5	10,4	3,1	5,9
Εκτοξ. Σκυρόδεμα				
N (kN)	1514	-	843	-
Q (kN)	11,4	-	5,8	-
M (kN · m)	5,4	-	4,4	-
Αγκύρια F_A (kN)	30,0	-	35,0	-

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ IIIβ	Κο=1,2		Κο=0,6	
	Με προσωρινή επένδυση	Χωρίς προσωρινή επένδυση	Με προσωρινή επένδυση	Χωρίς προσωρινή επένδυση
Μετατοπίσεις				
Οροφή u_y (mm)	12,7	41,8	17,0	31,3
Τοιχώματα u_x (mm)	17,7	34,3	12,2	24,8
Εκτοξ. Σκυρόδεμα				
N (kN)	2523	-	1535	-
Q (kN)	72	-	34	-
M (kN · m)	45	-	28	-
Αγκύρια F_A (kN)	60,0	-	60,0	-

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων αποδεικνύουν ότι η σήραγγα σταθεροποιείται ικανοποιητικά με την εφαρμογή των προσωρινών μέτρων υποστήλωσης που προτείνονται και φαίνονται στα σχέδια. Συγκεκριμένα παρατηρούνται σημαντικές μειώσεις των παραμορφώσεων σε όλες τις κατηγορίες βραχομάζας και το εύρος της χαλαρωμένης ζώνης πουθενά δεν εκτείνεται εκτός της ζώνης εφαρμογής των αγκυρίων.

Η χρήση δοκού ενίσχυσης του πέλματος των πλαισίων κρίθηκε αναγκαία από τ' αποτελέσματα των αναλύσεων που έδειξαν σημαντικές παραμορφώσεις και τάσεις καθώς και αυξημένες τιμές εντατικών μεγεθών στην περιοχή αυτή, όπως άλλωστε αποδεικνύεται και από προηγούμενη εμπειρία.

Ο έλεγχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος με βάση τα προκύπτοντα από τις αναλύσεις εντατικά μεγέθη ζητήθηκε από την ΕΟΑΕ. Για τους υπολογισμούς αυτούς δεν υπάρχουν ούτε κανονισμοί, ούτε σχετική πρόβλεψη στον ΟΣΜΕΟ, αλλά ούτε και ευρέως αποδεκτή διεθνής εμπειρία. Στο εκτοξευόμενο σκυρόδεμα των σηράγγων εκ των πραγμάτων, δεν μπορεί να έχει εφαρμογή ο κανονισμός οπλισμένου έγχυτου σκυροδέματος των υπέργειων έργων, που ισχύει για συγκεκριμένες λειτουργίες δομικών στοιχείων (πλάκες, δοκοί κλπ.) με συγκεκριμένη γεωμετρία φορέα, συγκεκριμένη διάταξη οπλισμού, κλπ.

Ετσι, παρά την πληθώρα των παραδοχών, που θεωρούμε ότι τελικά αλλοιώνουν την ουσία των υπολογισμών για το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα, διενεργήσαμε έναν έλεγχο των μέγιστων αναπτυσσόμενων θεωρητικών τάσεων βάσει του κλασικού τύπου

της ορθογωνικής διατομής, $\sigma_{επ} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W}$, όπου A : η ενεργός διατομή, W : η ροπή

αντίστασης και N , M : η αξονική δύναμη και η ροπή, αντίστοιχα. Οι σχετικοί υπολογισμοί για κάθε κατηγορία διατομής παρουσιάζονται για κάθε κατηγορία διατομής. Από τον έλεγχο αυτό προκύπτει αν η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση στο σκυρόδεμα δεν είναι μεγαλύτερη της αντοχής του εκτοξευόμενου σκυροδέματος, η οποία έχει ληφθεί 15 MPa .

Συνοπτικά τα μέτρα προσωρινής υποστήλωσης που προτείνονται είναι:

- Εκτοξευόμενο σκυρόδεμα πάχους 5 ÷ 25 cm, οπλισμένο με ίνες 40 kg/m³ .
- Αγκύρια βράχου τα οποία είναι χαλύβδινες ράβδοι πλήρως τσιμενταρισμένες StIV Φ=25mm, μήκους 3 ÷ 6 m.
- Μεταλλικά πλαίσια HEB140 @1,0m και διαδοκίδες σύνδεσης [80 για την κατηγορία IIIb .

Οι τιμές των συγκλίσεων που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των γραμμών εκσκαφής και στον καθορισμό των ορίων αποδοχής συγκλίσεων είναι μεγαλύτερες αυτών που προκύπτουν από τις αναλύσεις, για να καλυφθεί η περίπτωση που έχει γίνει υπερεκτίμηση του Μέτρου Ελαστικότητας. Ετσι, οι τιμές των μέγιστων συγκλίσεων που έχουν ληφθεί υπόψη ανά κατηγορία διατομής δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

ΜΕΓΙΣΤΕΣ ΤΙΜΕΣ ΣΥΓΚΛΙΣΕΩΝ				
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΒΡΑΧΟΜΑΖΑΣ	I	II	IIIa	IIIb
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Σύγκλιση (S)	1,0 (cm)	2,0 (cm)	5,0 (cm)	10,0 (cm)

Οι τιμές αυτές είναι οι μέγιστες που μπορούν να γίνουν αποδεκτές. Όμως, επειδή είναι ενδεχόμενο να προκύψει αστάθεια της σήραγγας και με τιμές μικρότερες των ανωτέρω, σύμφωνα με τα αποτελέσματα των αναλύσεων, γι' αυτό πρέπει να παρακολουθούνται οι παραμορφώσεις, ώστε να ληφθούν εγκαίρως πρόσθετα μέτρα, αν απαιτηθεί. Συγκεκριμένα, πρέπει να εξετάζονται άμεσα οι τοπικές συνθήκες της βραχομάζας, με πιθανή επανεκτίμηση των γεωμηχανικών της παραμέτρων, ο τρόπος εκσκαφής της καθώς και τα μέτρα υποστύλωσης και ο χρόνος εφαρμογής τους.

ΚΑΙΜΑΚΩΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ ΕΚΤΑΚΤΗΣ ΑΝΑΓΚΗΣ				
ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΜΦΑΝΙΖΟΜΕΝΗΣ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ (%S)	25%S	50%S	75%S	>75% S

	→		→	
ΜΕΤΡΑ ΕΚΤΑΚΤΗΣ ΑΝΑΓΚΗΣ	Καμμία ενέργεια	Ενημέρωση Μελετητή / Υπηρεσίας	Σύσκεψη και καθορισμός μέτρων ενίσχυσης	Εφαρμογή πρόσθετων μέτρων ενίσχυσης

Για να είναι εφικτή η παρακολούθηση της συμπεριφοράς της σήραγγας και η έγκαιρη αντιμετώπιση αστοχιών πρέπει να εγκατασταθεί εγκαίρως και ανάλογα με την προχώρηση της εκσκαφής ένα σύστημα οργάνων για την παρακολούθηση, μέσω τακτικών μετρήσεων, της συμπεριφοράς της βραχομάζας, κυρίως δε των παραμορφώσεων (συγκλίσεων) μαζί με το είδος και τη συχνότητα των μετρήσεων που πρέπει να εκτελούνται κατά τη φάση εκσκαφής της σήραγγας. Επισημαίνεται η ανάγκη έγκαιρης εγκατάστασης των οργάνων, όπως προβλέπεται από την μελέτη, διαφορετικά αποδυναμώνεται η σημασία τοποθέτησης των οργάνων και δεν συλλέγονται οι σωστές πληροφορίες.

Βιβλιογραφία

- Coetzee, M. J., R. D. Hart, P. M. Varona and P. A. Cundall. (1998) *FLAC Basics*. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc. construction.
- ΕΓΝΑΤΙΑ ΟΔΟΣ ΑΕ (1998) “Τεχνικές Προδιαγραφές Σηράγγων”
- Hoek, E., and Brown, E.T. (1980). *Underground excavations in rock*. Instn Min. Metall., London.
- Hoek, E., (1999) A discussion on acceptability criteria for temporary support and final linings of large span transportation tunnels in poor rock, Vancouver.
- Itasca Consulting Group, Inc. (1997) *FLAC 2D (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 2 Dimensions)*, Version 3.4. Minneapolis.
- Panet, M. (1979) “Time-Dependent Deformations in Underground Works,” in *Proceedings of the 4th ISRM Congress (Montreux)*, Vol. 3, pp. 279-289. Rotterdam: A. A. Balkema and the Swiss Society for Soil and Rock Mechanics.
- Panet, M. (1997). Understanding deformations in tunnels. In *Comprehensive rock engineering*, (ed. J.A. Hudson) 1, 663-690. Pergamon, Oxford.
- Sakurai, S. (1983). Displacement measurements associated with the design of underground openings. *Proc. Int. Symp. Field Measurements in Geomechanics, Zurich 2*, 1163-1178.
- Wang, Y. (1996). Ground response of a circular tunnel in poorly consolidated rock. *ASCE J. Geotech. Engg.* Vol 26, No. 2, pp 137-163.
- Desenritter, S. And Zeidler, K., 1992, "The Schürzeburg Tunnel, Oberrieden," *Tunnel*, Feb., pp.58-64.
- Deinhard, M., Prinz, H. And Zeidler, K., 1991, "Oberrieden Road Tunnel: Variations on an NATM Theme," *Tunnels and Tunnelling*, Nov., pp. 49-51.
- Sauer, G., 1988, "When an Invention is Something New: from Practice to Theory in Tunnelling," *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, Section A, Mining Industry, Vol. 97, Apr., pp. A94-A108.
- Sauer, G., 1992, "The Schürzeberg tunnel, Oberrieden," Sept., *Proceedings*, First International Symposium on Tunnel Construction and Underground Structures, Ljubljana, Slovenia, Chap.2, pp. 151-165.

Κεφάλαιο 4:
Τεχνολογίες Εξόρυξης Σηράγγων

4.1 Μηχανήματα ολομέτωπου κοπής (Tunnel Boring Machines, TBM)

Τα μηχανήματα ολομέτωπης κοπής (*Tunnel boring machines*, TBM και οι ασπίδες, shields) χρησιμοποιούνται για την διάνοιξη σήραγγων μέσα σε διαφορετικούς γεωλογικούς σχηματισμούς (Σχήμα 4.1). Μπορεί να χρησιμοποιηθούν το ίδιο αποτελεσματικά για τη διάνοιξη μέσα από σκληρά ή χαλαρά πετρώματα ή εδάφη. Οι διάμετροι διάνοιξης κυμαίνονται από 1m έως και 15m (με τάση να φθάσουν τα 19 m) και οι ταχύτητες προώρησης ανάλογα με τις γεωλογικές συνθήκες από μερικά εκατοστά/εβδομάδα έως και 130 μέτρα/εβδομάδα.



Σχήμα 4.1: TBM κατά την έξοδο του από τήραγγα σε βραχομάζα

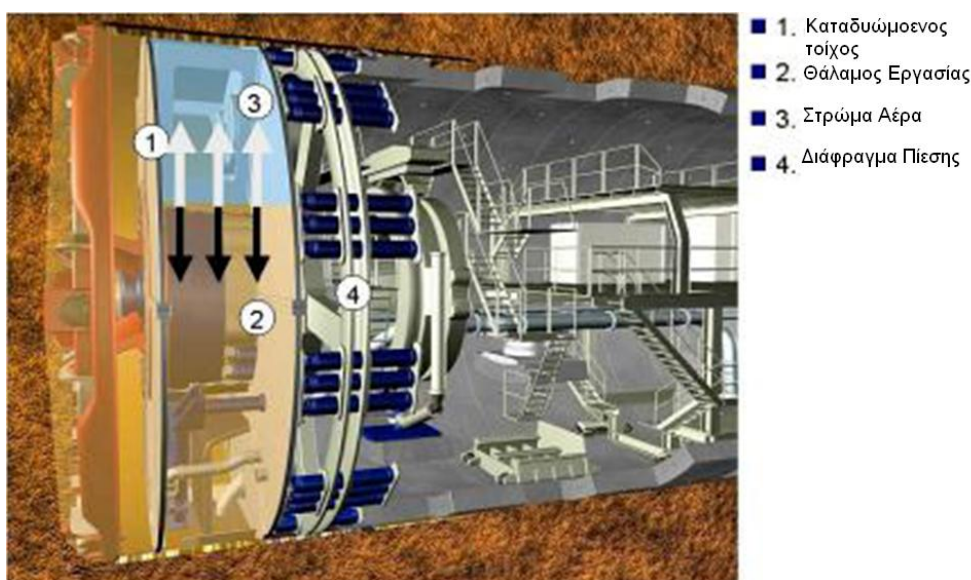
Οι σήραγγες οι οποίες έχουν διάμετρο μικρότερη του 1m είναι πιο πιθανό να διανοιχθούν με οριζόντια κατευθυνόμενη όρυξη ή με τη χρήση της μεθόδου Pipe Jacking, παρά με TBM.

Τα πρώτα κοπτικά μηχανήματα ήταν κατά κύριο λόγο μεταλλικοί σωλήνες οι οποίοι υποστήριζαν την περιβάλλουσα εδαφοβραχώμαζα γύρω από τη σήραγγα εντός των οποίων εξόρυσσαν τα διατρητικά μηχανήματα. Διαφορετικές τεχνολογίες είχαν αναπτυχθεί, στο παρελθόν, προκειμένου να αντιμετωπιστούν μηχανήματα εξόρυξης τόσο για «ενδιάμεσης σκληρότητας» πετρώματα όσο και για «δύσκολα» εδάφη. Κατά την εκσκαφή θραύσματα των πετρωμάτων καθώς και σωματίδια σκόνης υπάρχουν εν αιωρήσει στο μέτωπο της εκσκαφής. Για το λόγο αυτό έγινε επιτακτική η ανάγκη για εγκατάσταση μηχανημάτων που απομάκρυναν τη σκόνη από το μέτωπο, τα οποία εν συντομία είναι:

- Η ροή νερού στο κοπτικό άκρο
- Ένα φίλτρο πίσω από το κοπτικό, και
- Μια συσκευή αναρρόφησης της σκόνης

Περιγραφή Μεθόδου

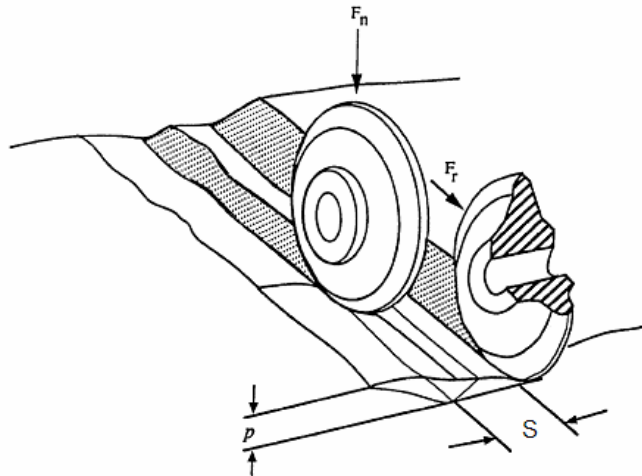
Ένα TBM συνήθως αποτελείται από ένα ή δυο ασπίδες, μεταλλικούς κυλίνδρους και από συστήματα υποστήριξης. Στο ένα άκρο της ασπίδας τοποθετείται η κοπτική κεφαλή. Πίσω από την κοπτική κεφαλή υπάρχει ένας θάλαμος στον οποίο, ανάλογα με τον τύπο του κοπτικού, τα θραύσματα κοπής ανακατεύονται με πολφό (slurry) ή μένουν ως έχουν και μεταφέρονται στην έξοδο της σήραγγας. Η επιλογή της κοπτικής κεφαλής εξαρτάται από τις ιδιότητες του εδάφους. Πίσω από το θάλαμο βρίσκονται μια σειρά από υδραυλικοί γρύλοι (Σχήμα 4.2), οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την προώθηση του μηχανήματος. Οι γρύλοι τοποθετούνται στην επένδυση της σήραγγας που βρίσκεται πίσω από το μηχάνημα και εν συνεχεία το ωθούν προς την αντίθετη κατεύθυνση.



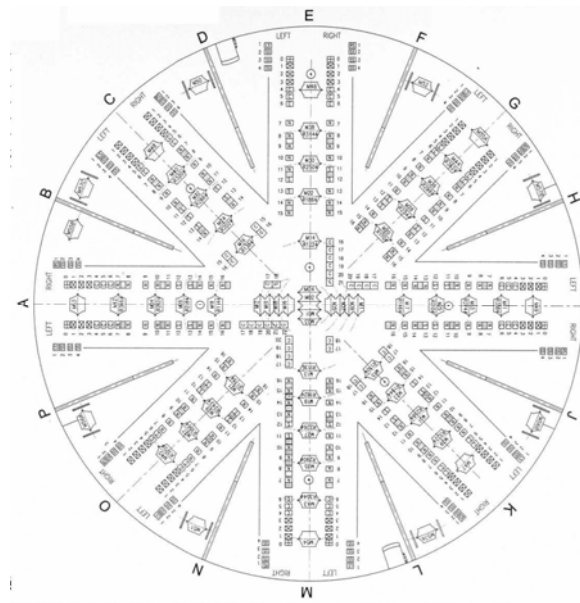
Σχήμα 4.2: Τμήματα ενός TBM

Η κοπτική κεφαλή του TBM περιστρέφεται με γωνιακές ταχύτητες από 1 έως 10 rpm. Η ταχύτητα περιστροφής καθορίζεται από τις γεωλογικές συνθήκες καθώς και από τις δυνατότητες του μηχανήματος. Ανάλογα με τη γεωλογία μπορεί η σήραγγα να υποστηριχθεί ή να αφηθεί ανυποστήρικτη. Η υποστήριξη γίνεται με την εισαγωγή προκατασκευασμένων δακτυλίων σκυροδέματος, οι οποίοι τοποθετούνται στη θέση τους καθώς το μηχάνημα προωθείται προς τα εμπρός.

Η κοπή του πετρώματος επιτυγχάνεται με τη βοήθεια κυκλικών δίσκων κατά τις λεπτομέρειες του Σχ. 4.3 οι οποίοι βρίσκονται πάνω στην κοπτική κεφαλή (Σχ. 4.4) που περιστρέφεται και ταυτοχρόνως ωθείται επί του μετώπου.



Σχ. 4.3



Σχ. 4.4 Κατανομή κοπτικών δίσκων στην κεφαλή του TBM με μέση απόσταση κοπής $S=7$ cm.

Η επιλογή μονής ή διπλής ασπίδας εξαρτάται κυρίως από τη γεωλογία της περιοχής καθώς και από την ταχύτητα προχώρησης. Διπλές ασπίδες χρησιμοποιούνται σε χαλαρά εδάφη ή ρηγματογόνες ζώνες όπου απαιτείται μεγάλη ταχύτητα προχώρησης. Αντίστοιχα η μονή ασπίδα χρησιμοποιείται σε σκληρά, συμπαγή πετρώματα.

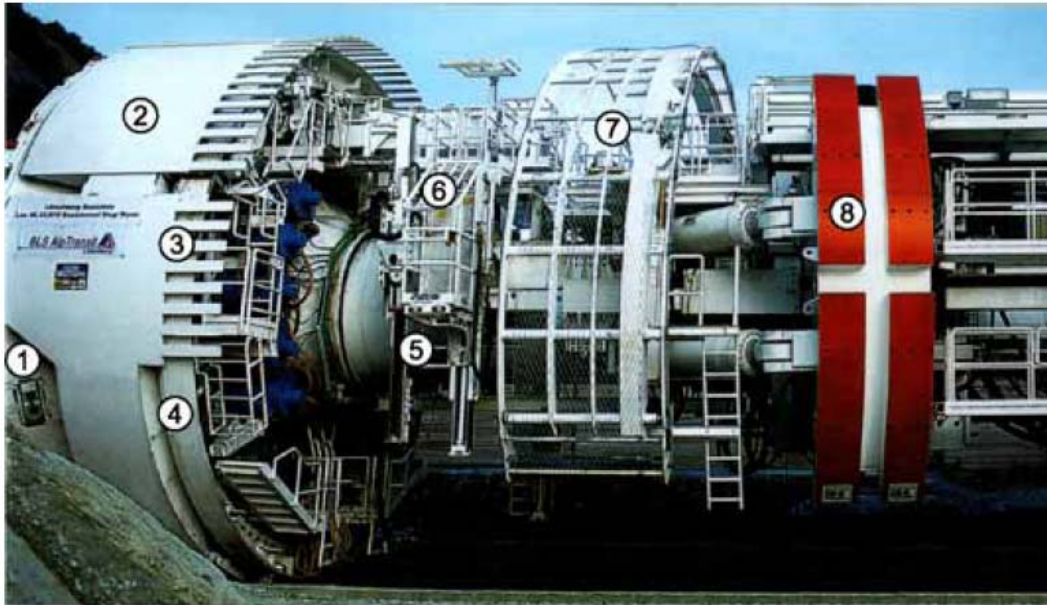
1. TBM με grippers

Ένα Gripper TBM είναι κατάλληλο για εξόρυξη βραχομαζών που η ευστάθεια του μετώπου και του ανυποστύλωτου τμήματος της σήραγγας μπορεί να επιτευχθεί με προσωρινά μέσα υποστύλωσης όπως κοχλίες, μεταλλικά πλαίσια και εκτοξευόμενο σκυρόδεμα. Το Gripper TBM αποτελείται από τέσσερα σύνολα συστημάτων:

- σύστημα διάτρησης,

- σύστημα προώθησης, πλευρικής αντιστήριξης (gripper) και σύστημα **bracing**,
- σύστημα υποστύλωσης και τοποθέτησης των προκατασκευασμένων δακτυλίων σκυροδέματος,
- σύστημα μεταφορικής ταινίας.

Το σύστημα διάτρησης αποτελείται από την κοπτική κεφαλή, του δίσκους κοπής, το σύστημα μετάδοσης κίνησης της κεφαλής και το σύστημα οδήγησης (Σχήμα 4.5). Η κοπτική κεφαλή προωθείται και οδηγείται με ηλεκτρουδραυλικό σύστημα κινητήρων.

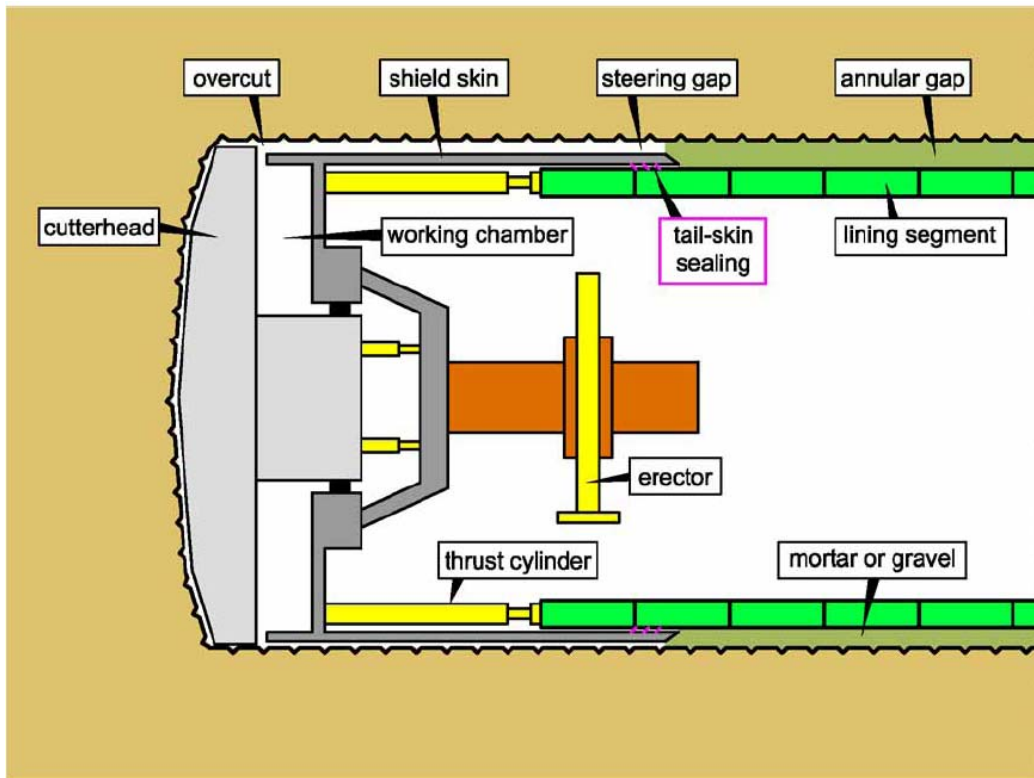


- | | |
|------------------|------------------------------|
| ① cutterhead | ⑤ anchor drill |
| ② gripper shield | ⑥ work cage with safety roof |
| ③ finger shield | ⑦ wire mesh erector |
| ④ ring erector | ⑧ gripper plates |

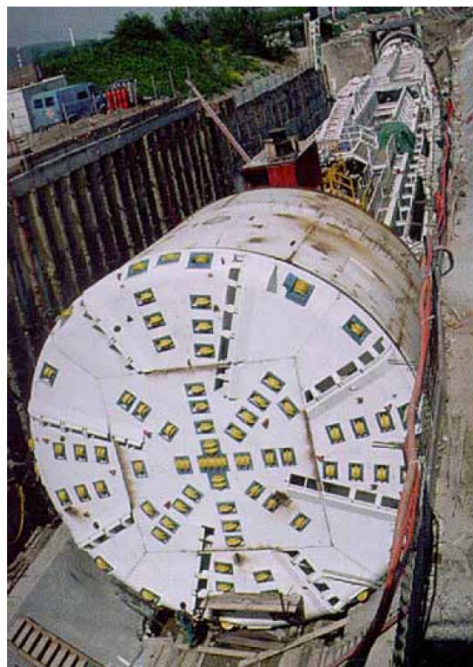
Σχήμα 4.5 TBM με πλευρικούς grippers.

2. TBM με ασπίδα

Τα μηχανήματα ολομέτωπης κοπής με ασπίδα (Σχήμα 4.6 και 4.7) χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις που η βραχώμαζα λόγω της μικρής της αντοχής δεν μπορεί να παραλάβει τις δυνάμεις στήριξης της μηχανής Gripper TBM, που είναι απαραίτητες για την μετάδοση των δυνάμεων πρόωσης.



Σχήμα 4.6 : TBM με ασπίδα.



Σχ. 4.7

Μια μηχανή TBM τύπου ασπίδας χωρίς μηχανισμό υποστήριξης του μετώπου μπορεί επίσης να εφαρμοσθεί αν το περίγραμμα της σήραγγας δεν είναι ευσταθές με συνέπεια να μπορεί να επισυμβούν καταπτώσεις. Το κέλυφος της ασπίδας που καλύπτει όλο το μηχανήμα χρησιμεύει ως προσωρινή υποστήριξη της σήραγγας. Η

μόνιμη επένδυση αποτελείται από προκατασκευασμένους δακτύλιους σκυροδέματος . Τα στοιχεία υποστύλωσης τοποθετούνται κάτω από την προστασία του ουραίου τμήματος της ασπίδας που ονομάζεται tail-skin. Σε αντίθεση με την Gripper TBM το τελειωμένο τμηματική υποστύλωση χρησιμεύει ως βάση για την εφαρμογή της δύναμης πρόωσης (Σχήμα 4.6).

Εκσκαφή σε Κατοικημένες Περιοχές ή κοντά στην Επιφάνεια

Η εκσκαφή σε κατοικημένη περιοχή είναι μια ιδιαίτερη περίπτωση υπογείου έργου καθώς πρέπει η ελεύθερη επιφάνεια να μείνει όσο είναι δυνατό αδιατάραχτη. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να αποφευχθεί η καθίζηση του εδαφους. Ένας τρόπος για να γίνει αυτό εφικτό είναι με την διατήρηση της εδαφικής πίεσης στο βάθος εκσκαφής. Η εδαφοπίεσεις πρέπει να παρεμένουν σταθερές τόσο κατά την διάρκεια του έργου όσο και μετά το πέρας των εργασιών κατασκευής. Βεβαία αυτό δεν κάτι ιδιαίτερα εύκολο καθώς συχνά παρατηρείται η παρουσία δυο τύπων εδάφους στο μέτωπο, για παράδειγμα, η παρουσία υλικού υψηλής αντοχής και συνοχής στο πόδι της σήραγγας και η παρουσία ενός πιο χαλαρού υλικού (π.χ διαβρωμένου υλικού ή άμμου) στη στέψη της σήραγγας. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούνται μηχανήματα των εξής τύπων:

- Πεπιεσμένου αέρα (CA)
- Πολφού μπετονίτη (BS), και
- Της «ισοροπίας πίεσης γαιών» (Earth Pressure Balance, EPB)

Ο μέθοδος πεπιεσμένου αέρα είναι η παλαιότερη, αλλά παύει σιγά-σιγά να χρησιμοποιείται λόγω των δυσκολιών και προβλημάτων υγείας, στο χώρο εργασίας. Οι άλλοι δυο τύποι διάνοιξης (BS και EPB) είναι προτιμώτεροι από τις μεθόδους ανοιχτού μετώπου σε κατοικημένες περιοχές και παρέχουν κατά πολύ καλύτερο έλεγχο της εδαφικής μετατόπισης. Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά οι κυριότερες κατηγορίες κοπτικών μηχανημάτων που χρησιμοποιούνται σήμερα:

3. Ασπίδες με την χρήση πεπιεσμένου αέρα

Εάν έχει διαπιστωθεί η ύπαρξη υπογείου ύδατος, τότε αυτό πρέπει να κρατηθεί μακριά από το μέτωπο με την χρήση πεπιεσμένου αέρα και μηχανικά μέσα, εκτός αν μπορεί να γίνει ταπείνωση του υδροφόρου ορίζοντα. Στον πεπιεσμένο αέρα υποβάλλεται είτε ολόκληρη η σήραγγα, είτε μονό το κοπτικό μηχανήμα, το οποίο είναι εφοδιασμένο με κατάλληλα διαφράγματα έτσι, ώστε μονό ο θάλαμος εργασίας να βρίσκεται υπό πίεση.

4. Μηχανήματα ολομέτωπης κοπής πολφού ή νερού (slurry or water shields)

Το μίγμα μπετονίτη-εδάφους μεταφέρεται υδραυλικά μέσω ενός σωλήνα. Το ρευστό και στερεό του μίγματος μπετονίτη-εδάφους διαχωρίζονται από έναν διαχωριστή που βρίσκεται έξω από τη σήραγγα. Μηχανές ολομέτωπης κοπής αυτού του τύπου εφαρμόζονται στις εξής περιπτώσεις,

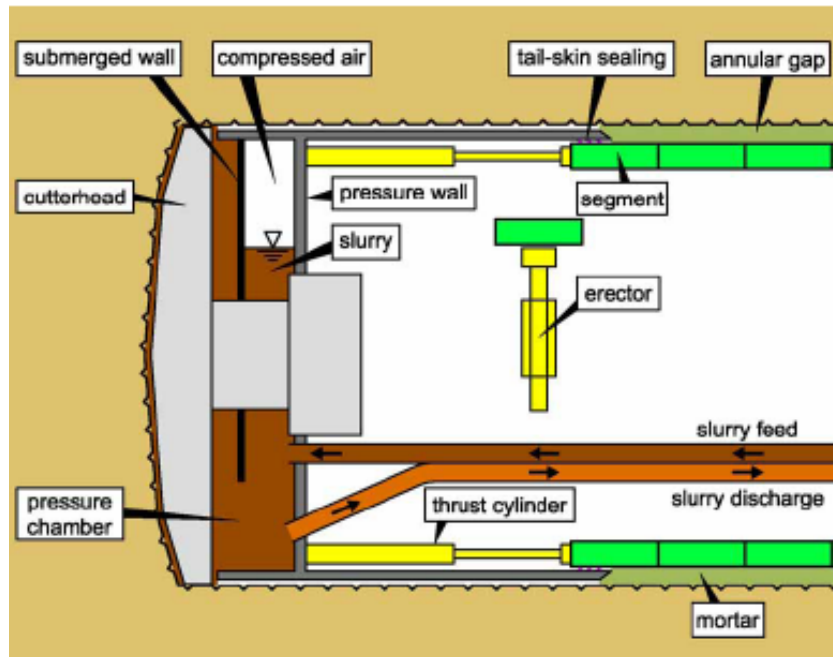
- Αν το έδαφος που περιβάλλει την εκσκαφή και το μέτωπο πρέπει να υποστηρίζεται ή

- Αν σε ένα πολύ υδατοπερατό έδαφος πρέπει να αποφευχθεί η εισροή ύδατος στην εκσκαφή.

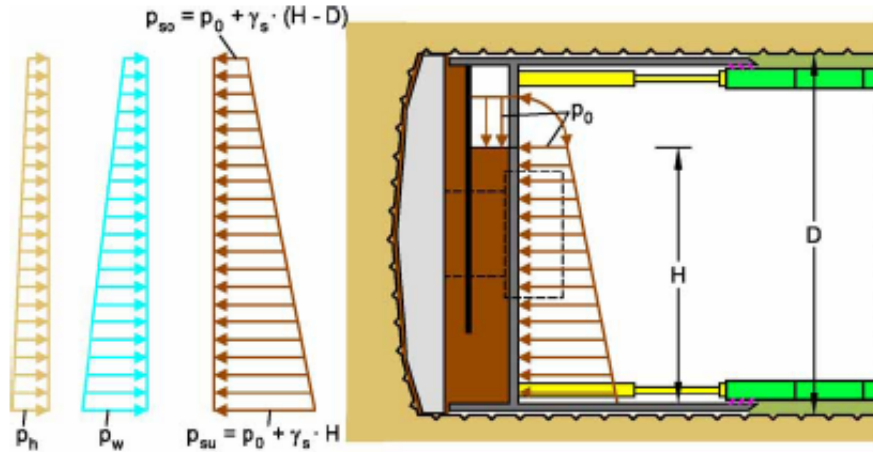
Ο **θάλαμος εκσκαφής** που ονομάζεται επίσης **θάλαμος πίεσης**, βρίσκεται πίσω από την κοπτική κεφαλή σφραγίζεται από τη σήραγγα με ένα **τοίχο πίεσης** (Σχήμα 4.7α). Η πίεση υποστήριξης p_s πρέπει να εξισορροπεί τουλάχιστον την οριζόντια πίεση του εδάφους p_h καθώς επίσης και την πίεση του ύδατος p_w (Σχήμα 4.7). Οι μηχανές ασπίδας διακρίνονται σε ασπίδες πολφού και ασπίδες ύδατος ή μικτές ασπίδες. Στην ασπίδα πολφού η πίεση υποστήριξης ελέγχεται απευθείας αντλώντας τον πολφό μέσα ή έξω από τον θάλαμο εκσκαφής. Στην περίπτωση της ασπίδας ύδατος ή μικτής ασπίδας, η πίεση υποστήριξης ρυθμίζεται με βαλβίδα πεπιεσμένου αέρα που βρίσκεται στον θάλαμο πίεσης πίσω από τον τοίχο που είναι βυθισμένος στο νερό.

Εξαιτίας του ίδιου βάρους του πολφού, η πίεση που εξασκείται στο μέτωπο αυξάνει γραμμικά με το βάθος (Σχήμα 4.7β).

Σύμφωνα με τον **Krause (1987)**, το πεδίο εφαρμογής των ασπίδων πολφού περιλαμβάνει κοκκομετρίες εδαφών που χαρακτηρίζονται σαν άμμοι και λεπτομερή χαλίκια. Το ποσοστό της ιλύος με μεσαίου ή μεγάλου μεγέθους κόκκων δεν πρέπει να υπερβαίνει το 30%. Στην περίπτωση εδαφών με ποσοστά συνεκτικών κόκκων μεγαλύτερα από αυτό υπάρχει το ρίσκο της επικόλλησης στην κοπτική κεφαλή ή στον θάλαμο εκσκαφής. Επιπροσθέτως τα συνεκτικά εδάφη απαιτούν μεγαλύτερο έργο διαχωρισμού του μίγματος μπεντονίτη-εδάφους Σχήμα 4.7γ.



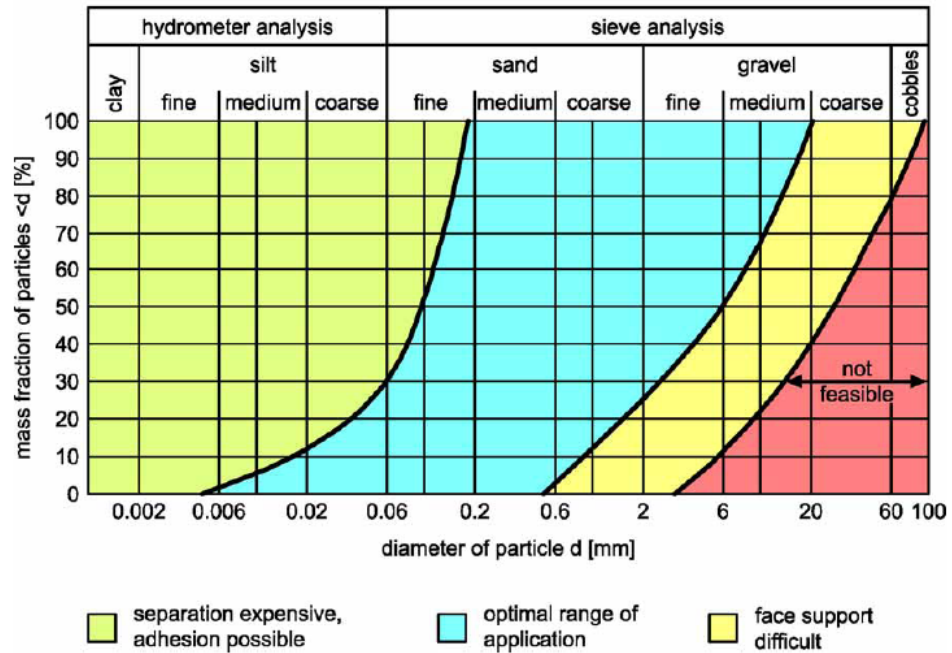
(α)



p_h : horizontal rock mass pressure
 p_w : water pressure
 p_s : support pressure at the face

p_0 : air pressure
 γ_s : unit weight of the slurry
 (bentonite suspension)

(β)
gradation curve

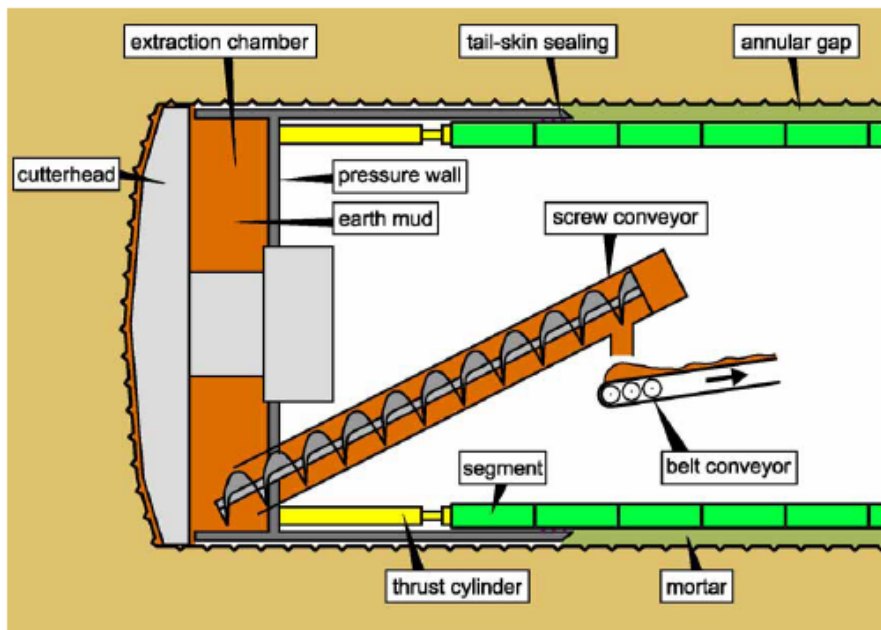


(γ)

Σχήμα 4.7: (α) Ασπίδα με χρήση πολφού ή νερού, (β) αρχή της μεθόδου υποστήριξης του μετώπου, (γ) πεδίο εφαρμογής των ασπίδων πολφού ανάλογα με την κοκκομετρία των των εδαφών.

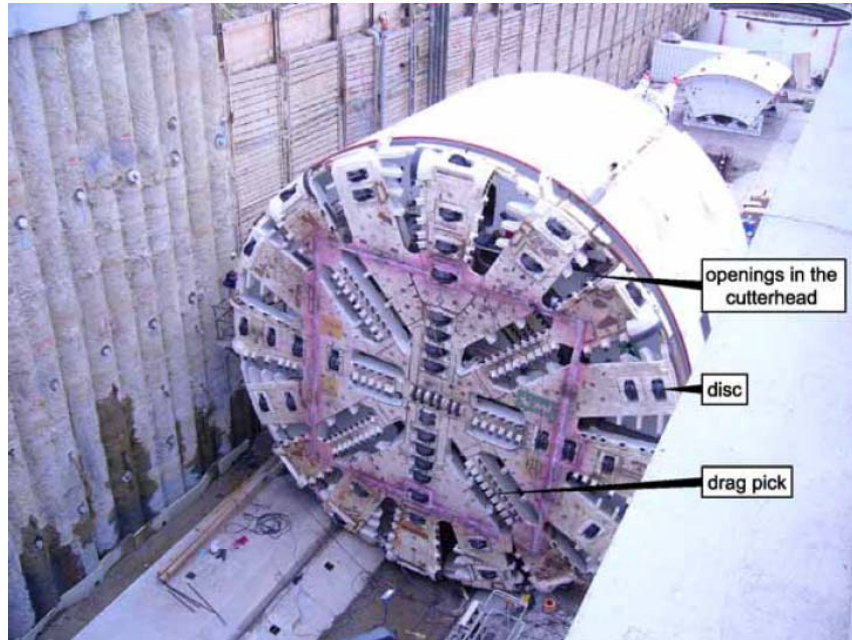
5. Ασπίδες με ισοροπία πίεσης γαιών (EPB)

Στην ασπίδα ισοροπίας γαιών το μέτωπο συγκρατείται με τη χρήση του εξορυγμένου εδάφους ή πετρώματος που έχουν λάβει τη μορφή λάσπης [Σχήμα 4.8](#). Η λάσπη αυτή σχηματίζεται με τη βοήθεια των κοπτικών εργαλείων και των εργαλείων ανάμιξης στο μέτωπο και στον θάλαμο εκσκαφής και με τη βοήθεια υγρών ή αφρωδών μέσων. Ο θάλαμος εκσκαφής, που βρίσκεται υπό πίεση (το πολύ 5 atm), είναι διαχωρισμένος από την υπόλοιπη σήραγγα με τη χρήση στεγανών διαφραγμάτων. Το εδαφικό υλικό απομακρύνεται, από το μέτωπο, με τη χρήση κοπτικών, τα οποία είναι προσαρμοσμένα στην κοπτική κεφαλή και στην συνέχεια με τη χρήση κοχλίας, ο οποίος τα μεταφέρει στην ατμοσφαιρική πίεση και μακριά από το μέτωπο.



[Σχήμα 4.8](#): Ασπίδες με ισοροπία γαιών (EPB's).

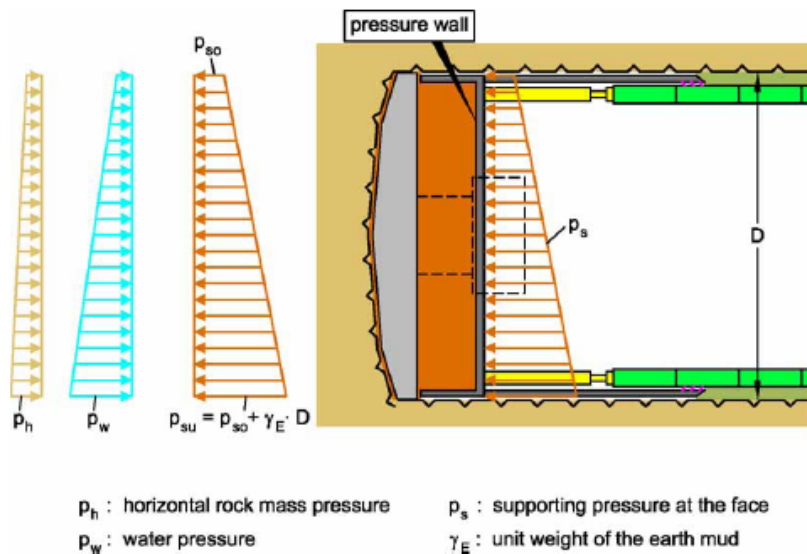
Τα μηχανήματα EPB χρησιμοποιούνται σε τμήματα σήραγγος που βρίσκονται σε έδαφος και πέτρωμα μαζί. Εφαρμόζονται επίσης σε μεταβαλλόμενες γεωλογικές συνθήκες ή σε μικτές γεωλογίες μετώπων και σε πολύ αποσαθρωμένα πετρώματα. Επομένως εκτός από τους δίσκους κοπής χρησιμοποιούνται και συρτικά κοπτικά δόντια (drag picks) που χρησιμοποιούνται και στα μηχανήματα σημειακής κοπής (roadheaders) τα οποία θρυμματίζουν τα εδάφη και τα πετρώματα μικρής αντοχής.

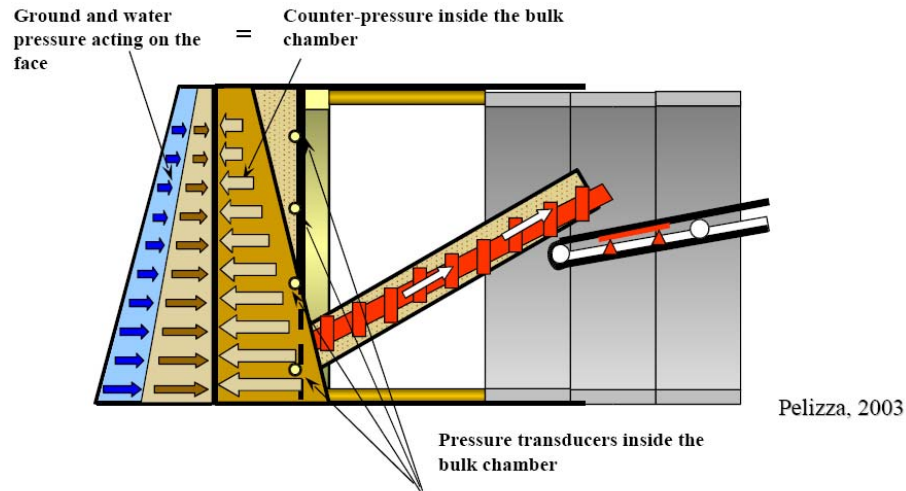


Σχήμα 4.9. Σχεδιασμός κοπτικής κεφαλής EPB. Φαίνονται τα ανοίγματα, οι κοπτικοί δίσκοι και τα συρτικά δόντια.

Η πίεση που εφαρμόζεται στον τοίχο πίεσης από τους υδραυλικούς κυλίνδρους προώσεως μεταφέρεται στην εδαφική λάσπη και παρακολουθείται με πιεσόμετρα που τοποθετούνται στον τοίχο πίεσης.

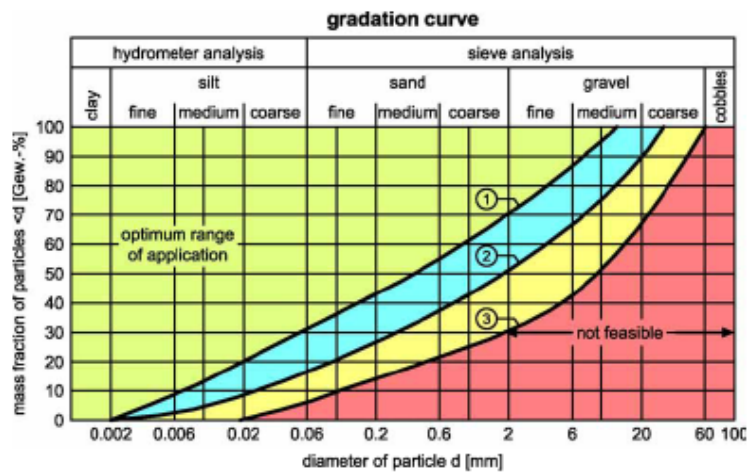
Η εδαφική λάσπη μεταφέρεται έξω από τον θάλαμο εκσκαφής με τη βοήθεια κοχλιωτού μεταφορέα. Η πίεση υποστήριξης p_s ελέγχεται με την ταχύτητα προχώρησης v του TBM και της ταχύτητας περιστροφής του κοχλιωτού μεταφορέα n . Η μείωση της ταχύτητας v και η αύξηση της γωνιακής ταχύτητας n προκαλεί μείωση της p_s . Η αύξηση της ταχύτητας προχώρησης v και η μείωση της n προκαλεί αύξηση της πίεσης υποστήριξης p_s . Σχήμα 4.10





Σχήμα 4.10. Αρχή της μεθόδου υποστήριξης του μετώπου στα μηχανήματα EPB.

Για την μετατροπή των εξορυγμένων τεμαχίων εδάφους και πετρώματος σε εδαφική λάσπη, προστίθενται στο μέτωπο και στον θάλαμο εκσκαφής διάφορα μέσα όπως διαλύματα αργίλων, πολυμερών και αφρών (conditioning agents). Σχήμα 4.11



range	requirements	conditioning agent
1	$l_c = 0.4 - 0.75$	water
	$l_c > 0.75$	clay, polymer suspensions tenside foams
2	$k < 10^{-5}$ m/s water pressure < 2 bars	clay, polymer suspensions tenside foams
3	$k < 10^{-4}$ m/s no water pressure	high density slurries high molecular polymer suspensions foams with polymer additives

Σχήμα 4.11 Πεδία εφαρμογής των EPB's (Maidl, 1995).

Οι απαιτήσεις για την εφαρμογή των EPB's σε πετρώματα είναι οι εξής:
 - Το εξορυγμένο πέτρωμα μπορεί να μετατραπεί σε εδαφική λάσπη ακόμα και με την εφαρμογή των χημικών μέσων που προαναφέρθηκαν,
 - μπορεί να παραχθεί η μεγάλη ροπή στρέψης που απαιτείται (can be carried by skin friction and inclination of the thrust cylinders) και,

- η εδαφική λάσπη που παράγεται μπορεί να εναποτεθεί με οικολογικό τρόπο.

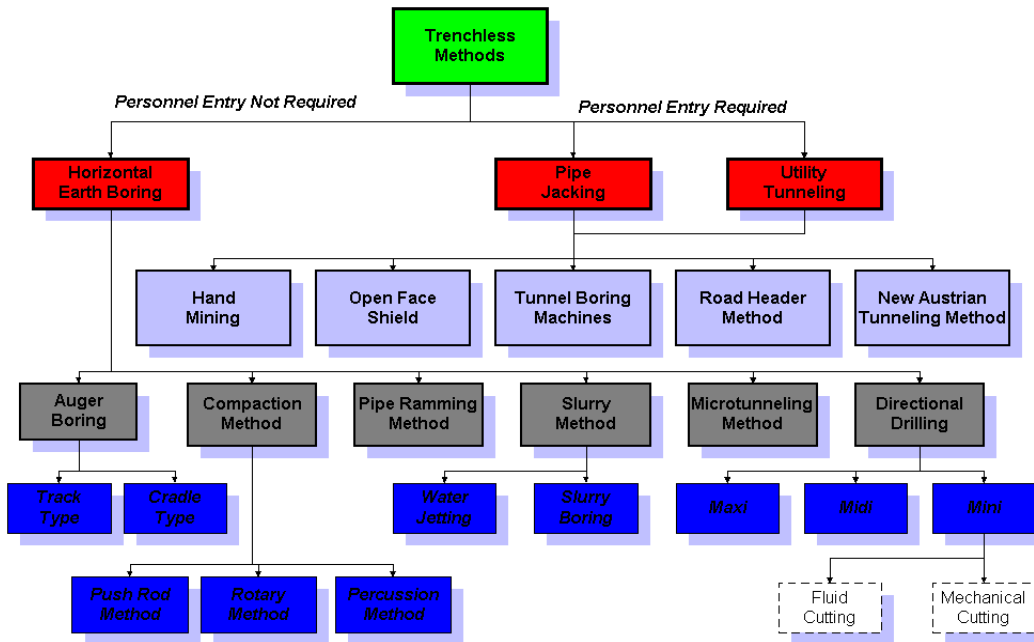
ground category	description of ground	excavation tools
1	easily removable soils: - non and slightly cohesive sands, gravels etc.	- drag picks, persistent cutting edges
2	moderately removable soils: - sand, gravel - silt, clay	- drag picks, cutting edges - drag picks, steel pins, advancing centric cutter
3	hardly excavatable soils: - like 1 and 2, but grain sizes > 63 mm, stones 0.01 to 0.1 m ³ - like 1 and 2, but boulders 0.1 to > 1 m ³	- like 2, in addition discs and small stone crushers - like 2, in addition discs and larger stone crushers
4	easily removable rock mass and comparable soils: - rock mass friable, schistous, weathered - comparable hardened, non cohesive and cohesive soils	- cutter discs - removal choppers
5	rock mass difficult to be excavated	cutter discs

Πίνακας 4.1 Πεδία εφαρμογής των διαφόρων τύπων κοπτικών εργαλείων (Girmscheid, 1997).

4.2 Μέθοδοι Όρυξης χωρίς Τάφρο

Οι μέθοδοι όρυξης χωρίς τάφρο (TEC-Trenchless Excavation Construction) περιλαμβάνουν όλες τις μεθόδους τοποθέτησης εγκαταστάσεων κοινής ωφέλειας (λ.χ. υδραυλικά, ηλεκτρικά δίκτυα κ.λπ), κάτω από την επιφάνεια χωρίς τη διάνοιξη ανοιχτών τάφρων Στο Σχήμα 4.12 αποτυπώνονται σχηματικά οι μέθοδοι διάνοιξης σηράγγων όπως αυτές διατίθενται και εφαρμόζονται στις Ηνωμένες Πολιτείες. Αυτό το σύστημα χωρίζεται σε τρεις βασικές κατηγορίες :

- Μέθοδος Horizontal Earth Boring (HEB)
- Pipe Jacking (PJ)
- Αγωγοί κοινής ωφέλειας (Utility Tunneling-UT)

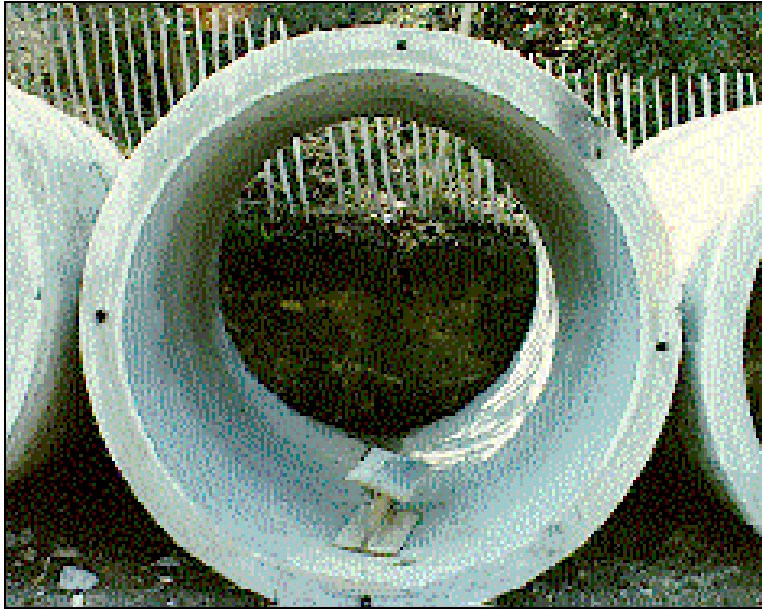


Σχήμα 4.12: Μέθοδοι μικροσηράγγων

Η μέθοδος HEB περιλαμβάνει μεθόδους στις οποίες η διάνοιξη της μικροσηράγγας επιτυγχάνεται μέσω μηχανοκίνητου εξοπλισμού χωρίς της παρουσία προσωπικού στο όρυγμα. Οι άλλες δύο μέθοδοι (PJ-UT) απαιτούν την παρουσία του προσωπικού, κατά την διάρκεια της εκσκαφής και της θεμελίωσης του μηχανήματος μέσα στο όρυγμα.

Παρ' όλα αυτά η μέθοδος Pipe Jacking έχει διαφοροποιηθεί από την μέθοδο των αγωγών κοινής ωφέλειας στον τομέα της υποστήριξης. Η μέθοδος Pipe Jacking χρησιμοποιεί προκατασκευασμένους σωλήνες (Εικόνα 2.10). Τα υδραυλικά έμβολα συστέλλονται και ο σωλήνας τοποθετείται στο τέλος του αγωγού από όπου και προωθείται ολόκληρος ο αγωγός.

Από την άλλη στους αγωγούς κοινής ωφέλειας, παρόλο που χρησιμοποιούν τον ίδιο εκσκαπτικό εξοπλισμό, η μέθοδος υποστήριξης του ορύγματος διαφέρει. Κατ' αρχάς κατασκευάζεται στο εργοτάξιο και περιλαμβάνει τσιμεντένιες πλάκες καθώς και χαλύβδινους δακτυλίους με ενδιάμεση ξύλινη υποστήριξη.



Σχήμα 4.13: Προκατασκευασμένοι σωλήνες ομβρίων υδάτων

Δεν υπάρχει μέθοδος TEC που να μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση. Είναι σημαντικό ο κατασκευαστής, ο σχεδιαστής, η ρυθμιστική ομάδα του έργου και γενικά οποιοσδήποτε ασχολείται με τις μεθόδους TEC, να γνωρίζουν τις δυνατότητες της κάθε μεθόδου καθώς κάποιες μέθοδοι προσφέρουν μεγαλύτερη ευκινησία από κάποιες άλλες. Λόγω των συνεχώς αυξανόμενων ανάγκων να εγκαθίστανται αγωγοί γενικής χρήσεως σε πυκνοκατοικημένες περιοχές, αυξάνεται και η ανάγκη για όργανα υψηλής ακριβείας. Βέβαια οι συνθήκες μπορεί να διαφέρουν από περίπτωση σε περίπτωση. Για παράδειγμα: Α) μέθοδοι που είναι κατάλληλες για συμπαγή άργιλο μπορεί να μην είναι κατάλληλες για υγρή άμμο, και Β) η ακρίβεια που απαιτείται για την κατασκευή αποχετευτικού αγωγού δεν είναι συνήθως η ίδια για αγωγούς που φέρουν καλώδια ηλεκτρικού ρεύματος ή σωλήνες γαιαερίου, υψηλής πίεσης.

Περιγραφή της Μεθόδου

Η διάνοιξη μικροσηράγγων με ταυτόχρονη υδραυλική προώθηση σωλήνων (pipe jacking), είναι μια μέθοδος εγκατάστασης, επιδιόρθωσης ή αντικατάστασης υπόγειων αγωγών, οχετών κλπ. Ισχυροί υδραυλικοί προωθητές χρησιμοποιούνται για να ωθήσουν τις ειδικά κατασκευασμένες σωλήνες μέσα στο έδαφος πίσω από τον εκσκαφέα παράλληλα με την εκσκαφή. Η μέθοδος αυτή προσφέρει έναν ευέλικτο, συμπαγή, υδατοστεγή και ολοκληρωμένο αγωγό όσο αυτός διανοίγεται.



Σχήμα 4.14: Φρεάρ εργασίας

Δεν υπάρχει κανένα θεωρητικό όριο για το μήκος του αγωγού που θα κατασκευαστεί, παρόλο που η γεωτεχνικές παράμετροι και τα οικονομικά του έργου μπορεί να δώσουν περιορισμούς. Οδηγοί σε μήκος μερικών εκατοντάδων μέτρων ή σε τόξο έχουν πλέον καθιερωθεί σαν ρουτίνα. Ένας αριθμός συστημάτων διάνοιξης είναι πλέον διαθέσιμα στην αγορά. Σε αυτά περιλαμβάνονται χειροκίνητα, μηχανοκίνητα, και μέσω τηλεχειρισμού. Οι κατασκευαστικές ανοχές είναι συμβατές με άλλες μεθόδους διάνοιξης σηράγγων και η μέθοδος αυτή παρουσιάζει ελάχιστη υπερεκσκαφή και κατά συνέπεια καλύτερη εδαφική υποστήριξη.

Οι μέθοδοι εκσκαφής είναι πανομοιότυποι με αυτές άλλων τρόπων διάνοιξης σηράγγων χρησιμοποιώντας είτε χειροκίνητο είτε μηχανοκίνητο τρόπο διάνοιξης. Επίσης ασπίδες, υποστήριξη εκσκαφής και μετώπου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ένα μεγάλο εύρος εδαφών. Προκειμένου να εγκατασταθεί ένας αγωγός με αυτή τη μέθοδο απαιτούνται ένα πηγάδι προώθησης και ένα πηγάδι υποδοχής, στο τέλος του αγωγού, απ' όπου θα ανασυρθεί ο εκσκαφέας. Οι διαστάσεις και η κατασκευή του φρεάτιου προώθησης μπορεί να ποικίλει σύμφωνα με τις απαιτήσεις, είτε οικονομικές, είτε τεχνικές, με τις πρώτες να παίζουν τον σημαντικότερο ρόλο.

Η μηχανοποιημένη εκσκαφή μπορεί να απαιτεί μεγαλύτερα φρεάτια προώθησης από ότι η χειροκίνητη εκσκαφή, ενώ το φρεάρ υποδοχής έχει σαφώς μικρότερες διαστάσεις προκειμένου να αντιμετωπιστούν πιθανές δυσκολίες τοποθέτησης του. Ένας τοίχος ώσης κατασκευάζεται ώστε μέσω της αντίδρασης, που προκαλείται από την δράση των εμβόλων, να προωθείται αγωγός. Σε χαλαρά εδάφη πάσσαλοι ή άλλοι τρόποι θεμελίωσης της πλάτης μπορεί να απαιτηθούν προκειμένου να αυξηθεί η δύναμη αντίδρασης του τοίχου ώσης. Σε περιοχές όπου το βάθος εκσκαφής δεν είναι

αρκετό ώστε να κατασκευαστεί τοίχος ώσης, η αντίδραση της ώσης πρέπει να αντισταθμιστεί με άλλου είδους θεμελιώσεις που να μπορούν να παραλάβουν οριζόντια φορτία.

Έμβολα υψηλής υδραυλικής πίεσης δίνουν ικανοποιητικές δυνάμεις ώσης προκειμένου να προωθηθούν τσιμεντένιοι αγωγοί. Η διάμετρος του εμβόλου καθώς και μήκος του εμβόλου προσαρμόζονται ανάλογα με τις εκάστοτε απαιτήσεις. Προκειμένου να εξασφαλιστεί η ισοκατανομή των δυνάμεων στον αγωγό, τοποθετείται ένας δακτύλιος ανάμεσα στα έμβολα και την σωλήνα. Τα έμβολα ρυθμίζονται ώστε να έχουν την ίδια δύναμη και επιμήκυνση. Ο αριθμός των εμβόλων μπορεί να ποικίλει (πάντα ζυγός αριθμός) ανάλογα με το μέγεθος του αγωγού, τον τύπο του εδάφους, την δύναμη των εμβόλων και το συνολικό μήκος του αγωγού .

4.3 Πλεονεκτήματα & Μειονεκτήματα των Μεθόδων

Γενικά

Στην συνέχεια παρατίθενται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα κάθε μιας από τις μεθόδους που περιγράφηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Παράλληλα θα γίνει και μια σύγκριση των μεθόδων όσο αφορά βασικές παραμέτρους που επηρεάζουν τον σχεδιασμό διάνοιξης μιας σήραγγας, όπως είναι το κόστος, ο χρόνος κατασκευής, οι επιδράσεις στην βραχομάζα και τα περιβάλλοντα πετρώματα .

Πλεονέκτημα και Μειονεκτήματα Μεθόδων Διάνοιξης

Μηχανήματα Ολομέτωπης Κοπής

Η χρήση των μηχανημάτων ολομέτωπης κοπής πραγματοποιείται όταν πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις όπως (Εξαδάκτυλος, Γ, 2004):

- Τα πετρώματα δεν είναι πολύ σκληρά
- Οι ιδιότητες των πετρωμάτων δεν μεταβάλλονται σημαντικά
- Οι απαιτούμενες γωνίες καμπυλότητας του άξονα της στοάς είναι σχετικά μεγάλες

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα των εκσκαφών με μηχανές ολομέτωπου κοπής είναι τα ακόλουθα:

- Η ταχύτητα προχώρησης είναι μεγάλη (ιδιαίτερα σε μαλακά και όχι πολύ συνεκτικά πετρώματα)
- Τα περιβάλλοντα πετρώματα καθώς και η προς εξόρυξη βραχομάζα παραμένουν αδιατάρακτα
- Οι παρειές της εκσκαφής είναι λείες
- Συνήθως δεν απαιτείται πρόσθετη εργασία για την περαιτέρω διαμόρφωση της διατομής της εκσκαφής
- Η ευθυγραμμία της στοάς δύναται να ελέγχεται ασφαλέστερα και ακριβέστερα
- Απαιτείται λιγότερο προσωπικό ανά βάρδια.
- Η ασφάλεια γενικά είναι καλύτερη και ειδικότερα για τους εργαζόμενους στο μέτωπο της εκσκαφής
- Η διαδικασία είναι πλήρως αυτοματοποιημένη και δεν υπάρχουν διακοπές στην συνεχή διαδικασία κοπής - υποστήριξης
- Επιτυγχάνεται απολύτως το επιθυμητό μέγεθος της διατομής με ελάχιστη υπερεκσκαφή (overbreak)

- Μπορεί να γίνει αξιόπιστη πρόβλεψη της πορείας προόδου και είναι εφικτός ο σωστός χαρακτηρισμός των υπογείων συνθηκών.
- Η πορεία της εκσκαφής ελέγχεται ηλεκτρονικά με αισθητήρες laser και η απόκλιση από την προκαθορισμένη μηκοτομή είναι από ελάχιστη έως μηδαμινή
- Μπορούν να συλλεχθούν μετρήσεις των ιδιοτήτων της βραχομάζας από αισθητήρες που βρίσκονται στην κοπτική κεφαλή
- Η λειτουργία γίνεται χωρίς έντονους κραδασμούς, επομένως δεν υφίστανται σχεδόν καθόλου ανησυχία για τις εδαφικές δονήσεις.
- Η εκσκαφή της επιφάνειας όρυξης είναι ομαλή, οπότε έχουμε μειωμένο ποσοστό σκόνης, μικρότερο κόστος επένδυσης, μείωση ρίσκου για την εισροή νερών.
- Η αποκομιδή του θρυμματισμένου υλικού (muck) είναι εύκολη και επιτυγχάνεται επαναχρησιμοποίηση αυτού.
- Γενικότερα το κόστος διάνοιξης μιας σήραγγας με TBM είναι τελικά μικρότερο από το κόστος που θα υπήρχε αν ακολουθούνταν άλλη μέθοδος όρυξης

Τα κυριότερα μειονεκτήματα των εκσκαφών με μηχανές ολομέτωπου κοπής είναι τα ακόλουθα (Οικονομόπουλος, 1975) :

- Η αρχική επένδυση κεφαλαίου για τον εξοπλισμό είναι ιδιαίτερα υψηλή
- Τα μηχανήματα κατασκευάζονται κατά παραγγελία και για συγκεκριμένες συνθήκες
- Ο χρόνος παράδοσης του εξοπλισμού είναι μεγάλος
- Τα συστήματα αυτά χαρακτηρίζονται από μικρή ευκινησία και μεγάλη περίοδο εγκατάστασης και έναρξης λειτουργίας.
- Οι μεγάλοι χρόνοι κινητοποίησης και η μικρή κινητικότητα του βαρύ εξοπλισμού, καθιστούν τις διαδικασίες του TBM γενικά πολύ δαπανηρές, για μικρού μήκους σήραγγες
- Υφίστανται αδυναμία ευχερούς αντιμετώπισης μεταβαλλόμενων συνθηκών εξόρυξης (σκληρότητα, υδροφορία, κ.λπ.)
- Οι μετατροπές στα εν λόγω μηχανήματα είναι περιορισμένης ικανότητας, σε περίπτωση αλλαγής των γεωλογικών συνθηκών.
- Υφίστανται αδυναμία εφαρμογής της μεθόδου για την όρυξη σκληρών σχηματισμών, η όρυξη με TBM δεν εφαρμόζεται σε όλα τα πετρώματα.
- Δεν υπάρχει ποικιλία στη διάμετρο και στο σχήμα της εκσκαφής, το TBM διανοίγει μόνο κυκλικές διατομές
- Σε πολύ σκληρό πέτρωμα αναμένονται, μειωμένα ποσοστά διείδυσης και αύξηση των δαπανών σε κοπτικά για σκληρό και λείο πέτρωμα.
- Η διαδικασία δεν είναι ιδιαίτερα ευέλικτη. Σε περίπτωση διακοπής των εργασιών του TBM, το χρονικό αυτό διάστημα της διακοπής, μπορεί να αποβεί καταστρεπτικό για τον προγραμματισμό του έργου. Ο κατασκευαστής πρέπει να καταφέρει να διατηρήσει τη συνεχή λειτουργία του TBM, δεδομένου ότι ολόκληρη η διαδικασία διάνοιξης εξαρτάται από αυτό.
- Είναι δύσκολη η εγκατάσταση υποστήριξης στο μέτωπο εκσκαφής, με αποτέλεσμα η λειτουργία του TBM να καθίσταται ευάλωτη, στην περίπτωση διαταραχής του εδάφους. Η άμεση πρόσβαση στο μέτωπο της βραχομάζας για τη διάνοιξη διατρημάτων, τη τσιμεντένεση, και την προσωρινή υποστήριξη, είναι δύσκολη με τα περισσότερα μηχανήματα.
- Η προσπάθεια μεταώλησης ή επαναχρησιμοποίησης ενός TBM είναι εξαιρετικά δύσκολη, με αποτέλεσμα τα περισσότερα των μηχανημάτων να

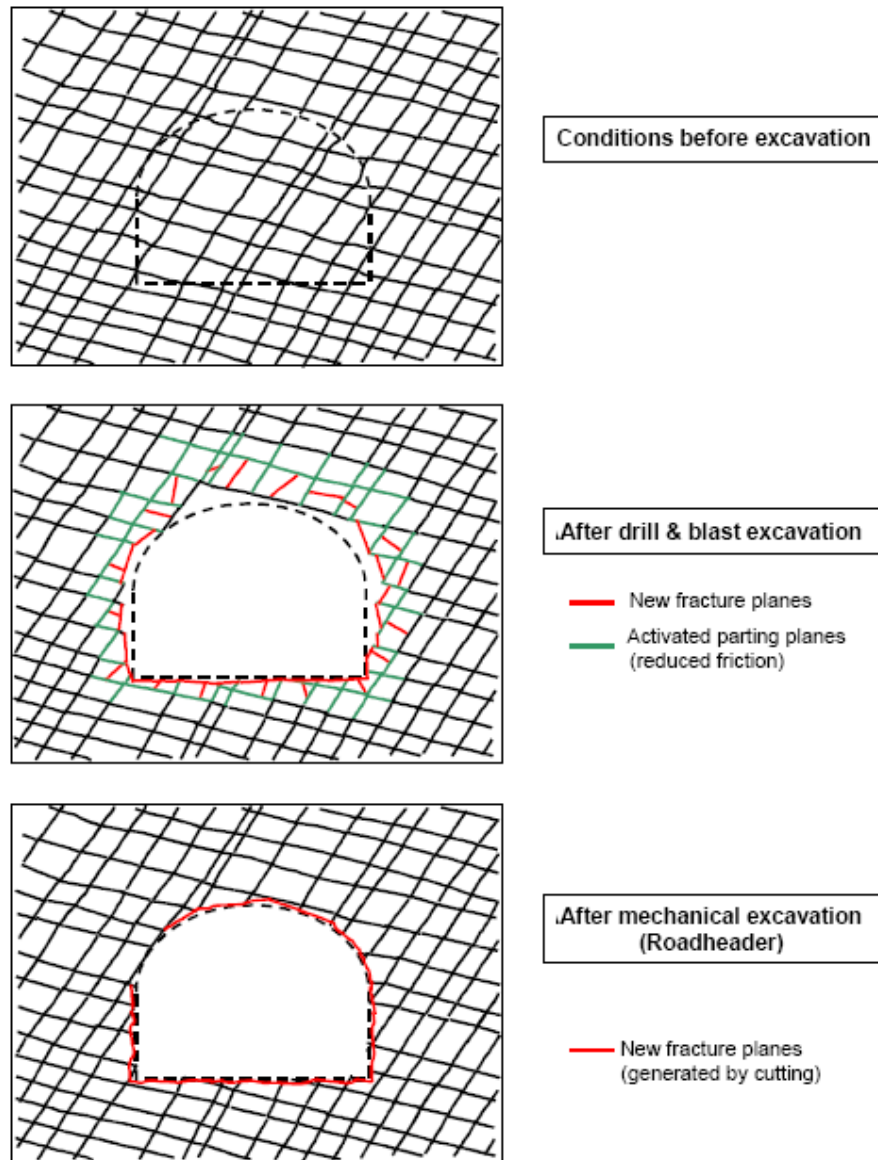
αποσυντίθενται σε παλιοσίδερα ή να θάβονται στην ίδια τους την εκσκαφή, κοντά στην σήραγγα που χρησιμοποιήθηκαν.

- Για λόγους σχεδιασμού, είναι σημαντικό να ληφθούν τα προαναφερθέντα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, υπόψη κατά την μελέτη εκσκαφής με TBM. Η εμπειρία των παθημάτων που γίνονται μαθήματα, από τη κάθε σύμβαση έργου σήραγγας, διευκολύνει το σχεδιασμό των εργολάβων και βελτιστοποιεί τη χρήση του εξοπλισμού.

4.4 Μηχανήματα Σημειακής Κοπής

Κάποια από τα μειονεκτήματα των TBM μπορούν να αρθούν με την χρήση των μηχανημάτων σημειακής κοπής. Οι μηχανές σημειακής κοπής έχουν, γενικά, τα ίδια πλεονεκτήματα με τα άλλες διατάξεις μηχανικής όρυξης σηράγγων, αν και μειονεκτούν σε σχέση με τα TBM σε πολύ μικρές τιμές αντοχής πετρώματος και σε σχέση με τα δισκοειδή κοπτικά σε πολύ μεγάλες. Παρόλα αυτά, στα όρια λειτουργίας τους, τα μηχανήματα σημειακής κοπής προσφέρουν μοναδικά πλεονεκτήματα (Εξαδάκτυλος, Γ, 2004) :

- Έχουν ευελιξία κατά την διάνοιξη της διατομής της σήραγγας. Ενώ ένα TBM μπορεί να δημιουργήσει μόνο μια κυκλική διατομή συγκεκριμένης διαμέτρου, τα μηχανήματα σημειακής κοπής μπορούν να παράγουν μια μεγάλη ποικιλία μεγεθών και σχημάτων διατομών.
- Ακόμα, μπορεί να προσαρμοστεί εύκολα στις περισσότερες τροποποιήσεις της μεθόδου εκσκαφής.
- Προκαλεί μικρότερη διαταραχή του περιβάλλοντος πετρώματος από τη μέθοδο διάτρησης-ανατίναξης [Σχήμα 4.15](#).
- Το μέτωπο παραμένει προσβάσιμο, για οποιεσδήποτε μετρήσεις, χωρίς περιορισμούς σημείου μέτρησης και χωρίς σημαντική επιβράδυνση των εργασιών.
- Η επένδυση, σε σύγκριση με τα TBM είναι πολύ χαμηλότερη, με δυνατότητα δημιουργίας διατομής παρόμοιου μεγέθους. Το κόστος του Roadheader είναι της τάξεως του 15 (μεγάλες διατομές) με 30 % (μικρές διατομές) ενός TBM.
- Η εκκίνηση της διάνοιξης είναι άμεση. Οι μηχανές σημειακής κοπής μπορούν να λειτουργήσουν από την πρώτη στιγμή που φτάνουν στο εργοτάξιο, καθώς δεν απαιτείται σημαντική συναρμολόγηση.
- Η αποκομιδή του προϊόντος επιτυγχάνεται αυτόματα και η μεταφορά του γίνεται με ταινιόδρομο, που είναι προσαρτημένα πάνω στο μηχάνημα, με αποτέλεσμα να μην σταματάει η διαδικασία όρυξης
- Οι χρόνοι παράδοσης είναι πολύ μικρότεροι καθώς φτάνουν τους 3 –6 μήνες για ένα καινούργιο μηχάνημα, ενώ για μεταχειρισμένα οι χρόνοι αυτοί είναι ακόμα μικρότεροι.
- Τα τα μηχανήματα σημειακής κοπής έχουν την ικανότητα ελιγμών κατά την όρυξη διασταυρώσεων σηράγγων (λ.χ. σήραγγα της Μάγχης).



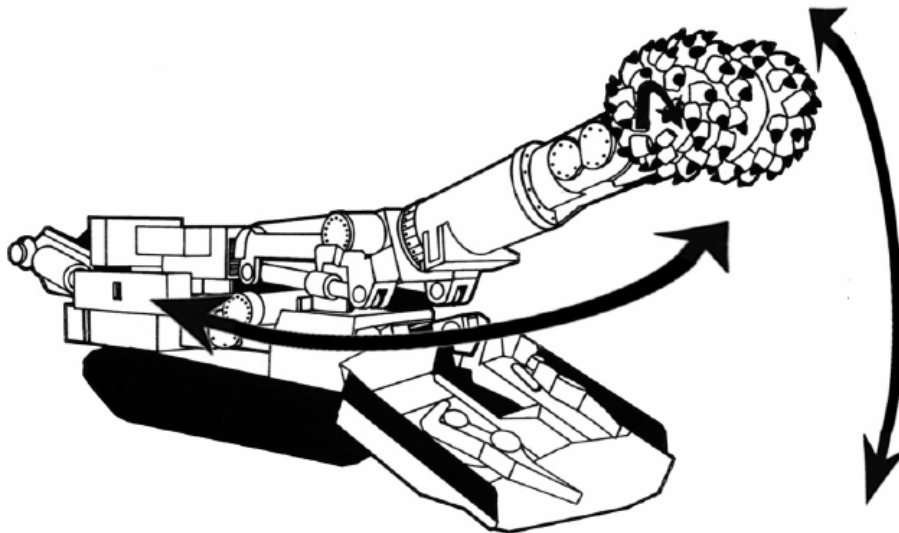
Σχήμα 4.15: Επίδραση της μεθόδου εξόρυξης επί της γεωμετρίας της διατομής του μετώπου.

Ωστόσο και η μέθοδος αυτή παρουσιάζει κάποια αδύνατα σημεία. Τα κυριότερα των μειονεκτημάτων είναι τα εξής:

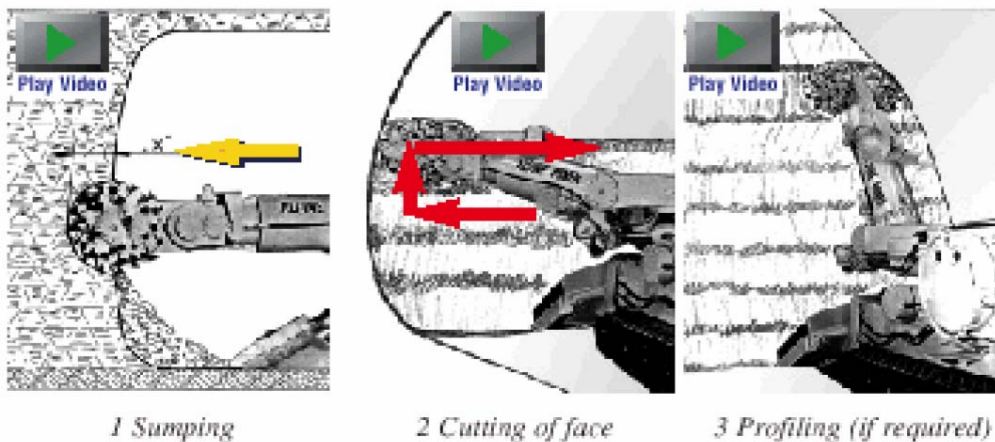
- Ο χρόνος εκσκαφής είναι σημαντικά μικρότερος από τον αντίστοιχο ενός TBM
- Η διαδικασία είναι ασυνεχής καθώς μετά την όρυξη του μετώπου θα πρέπει να τοποθετηθεί η προσωρινή υποστήριξη σύμφωνα με την τεχνική της Νέας Αυστριακής Μεθόδου (NATM)
- Τα μηχανήματα αυτά δεν έχουν εφαρμογή σε πολύ σκληρά πετρώματα. Το όριο εκσκαφής τους είναι τα πετρώματα με αντοχή της τάξης των 110 MPa.
- Σε πολύ σκληρό πέτρωμα αναμένονται, μειωμένα ποσοστά διεϊσδυσης και αύξηση των δαπανών σε κοπτικά για σκληρό και λείο πέτρωμα.

- Λόγω της απόξεσης παράγεται μεγάλη ποσότητα σκόνης και η εργασία στο μέτωπο καθίσταται εξαιρετικά δυσμενής
- Η επιφάνεια στο μέτωπο και τις παρειές της διάνοιξης δεν είναι λεία, με αποτέλεσμα να πρέπει να επέμβει αποξεστήρας για την τελική διαμόρφωση της διατομής
- Η πορεία της εκσκαφής σε σχέση με την προκαθορισμένη θα πρέπει να ελέγχεται ξεχωριστά από την όρυξη, με αποτέλεσμα την επέκταση του χρόνου κατασκευής

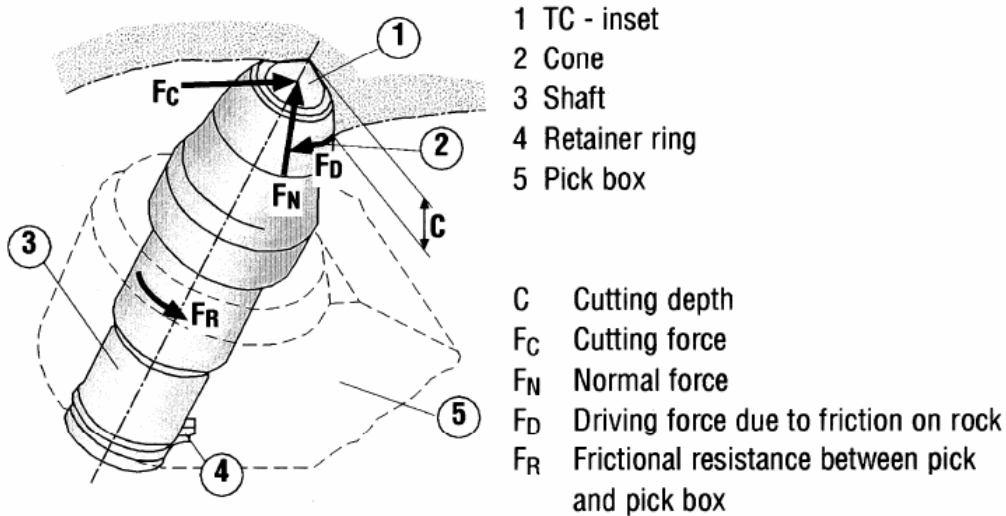
Τα μηχανήματα σημειακής κοπής είναι μια παραπλήσια τεχνική εξόρυξης με αυτή του μηχανήματος ολομέτωπης κοπής και εφαρμόζεται σε περιπτώσεις μικρού προϋπολογισμού και όταν έχουν να αντιμετωπίσουν εναλλασσόμενες συνθήκες στο μέτωπο εκσκαφής. Ωστόσο η διαδικασία είναι ασυνεχής, και ο ρυθμός όρυξης σημαντικά μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο με TBM.



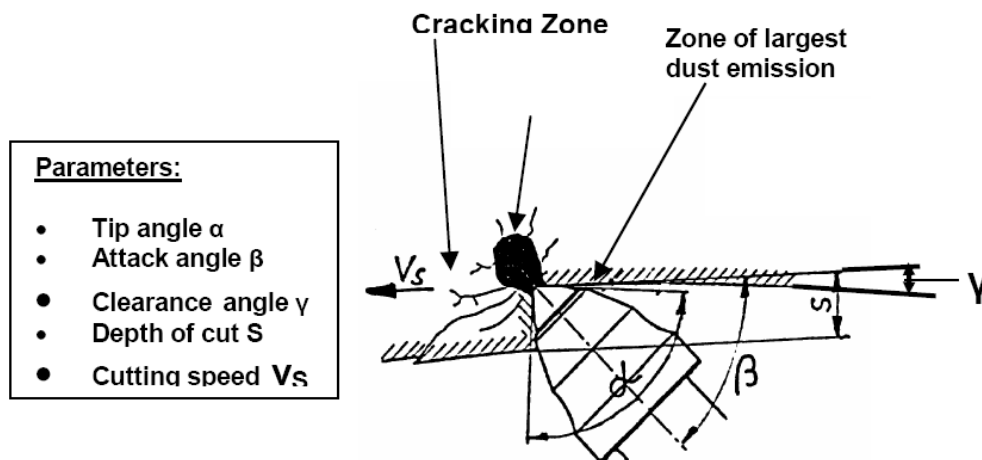
Σχήμα 4.16: Roadheader τύπου μύλου ή εγκάρσιος τύπος (milling, transverse) κατά τον οποίο οι 2 κοπτικές κεφαλές περιστρέφονται περί άξονα κάθετο στην μπούμα.



Σχήμα 4.17: Τρόποι λειτουργίας ενός roadheader (1. διείσδυση, 2. κοπή του μετώπου και 3. διαμόρφωση του προφίλ του μετώπου).



Σχήμα 4.18: Δόντι σημειακής προσβολής.



Σχήμα 4.19: Αλληλεπίδραση του δοντιού με το πέτρωμα.

4.5 Διάνοιξη Μικροσηράγγων με Ταυτόχρονη Υδραυλική Προώθηση Σωλήνων

Η μέθοδος Pipe Jacking μπορεί να εφαρμοστεί σχεδόν σε όλους τους τύπους εδαφών. Μπορεί να επιτευχθεί ακρίβεια σε μεγάλο βαθμό. Λόγω του γεγονότος ότι ο χειριστής του μηχανήματος βρίσκεται μπροστά στο μέτωπο ή εποπτεύει με την χρήση κάμερας, έχει την δυνατότητα άμεσης επέμβαση στην περίπτωση που απαντάται αλλαγή στην σύσταση του υπεδάφους. Στην περίπτωση που απαντώνται μη καταγεγραμμένα αντικείμενα, μπορούν εύκολα να αναγνωρισθούν και να απομακρυνθούν. Ακόμα η

μέθοδος παρουσιάζει πολλές διαφορετικές παραλλαγές ανάλογα με τον τύπο του υπεδάφους. Ακόμα η μέθοδος αυτή παρουσιάζει τα ακόλουθα πλεονεκτήματα :

- Είναι φιλική προς το περιβάλλον και εφαρμόζεται χωρίς κανένα πρόβλημα σε πυκνοκατοικημένες περιοχές .
- Πολλές περιπτώσεις εφαρμογής της μεθόδου αυτής εντοπίζονται κάτω από δρόμους, αυτοκινητόδρομους, σιδηροδρομικές γραμμές ή αεροδρόμια. Δεν έχει παρατηρηθεί ποτέ καμία επίπτωση στην κατασκευή των σηράγγων ή στην λειτουργεί τους.
- Δεν χρειάζεται ταπείνωση του υδροφόρου ορίζοντα .
- Έχει την ελάχιστη δυνατή ενόχληση στην γύρω περιοχή.
- Έχει την δυνατότητα 24-ώρης λειτουργίας (αθόρυβη μέθοδος με δραστική μείωση της ποσότητας των εκσκαφών)
- Δυνατότητα κατασκευής του αγωγού με μεγαλύτερη ακρίβεια λόγω συνεχούς καταγραφής της θέσης της κοπτικής κεφαλής.
- Ανάλογα με τις συνθήκες των πετρωμάτων, παρουσιάζει δυνατότητα χρησιμοποίησης κεφαλής διατήσεως ανοιχτού ή κλειστού τύπου για μεγαλύτερη απόδοση.

Όμως όπως κάθε μέθοδος έχει και αυτή τα μειονεκτήματα της. Πιο αναλυτικά, η μέθοδος Pipe Jacking είναι εξειδικευμένη εφαρμογή και για αυτό τον λόγο απαιτεί πολύ καλή οργάνωση και συγχρονισμό. Παρόλο που οι εργασίες αυτές (συντονισμός, προπαρασκευή) μπορούν να εκτελεστούν σε μια ακτίνα γύρω από το έργο, απαιτείται όλες οι αλλαγές διευθύνσεις να γίνονται από το φρεάτιο εκσκαφής. Οι σωλήνες και τα βαγονέτα που χρησιμοποιούνται σε αυτή την μέθοδο πρέπει να είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε να αντέχουν μεγάλα θλιπτικά φορτία. Γι' αυτό δεν μπορούν όλοι οι τύποι αγωγών και βαγονέτων να χρησιμοποιηθούν σε αυτή τη μέθοδο.

Παράρτημα Α:
Ανάλυση Σηράγγων με το πρόγραμμα πεπερασμένων
στοιχείων PHASES

Περιγραφή Προσομοιώματος Ανάλυσης Σήραγγας

Θα χρησιμοποιηθεί το αριθμητικό μοντέλο *Phases* για την εντατική και παραμορφωσιακή ανάλυση, σε ένα πέτρωμα εντός του οποίου διανοίγεται σήραγγα δεδομένης γεωμετρίας και διαστάσεων. Σκοπός της διαδικασίας αυτής είναι ο προσδιορισμός των κρίσιμων περιοχών συγκέντρωσης τάσεων και των αντίστοιχων παραμορφώσεων γύρω από το άνοιγμα προκειμένου να ληφθεί απόφαση για τα μέτρα υποστήριξης που θα εφαρμοστούν.

Επίσης το πρόγραμμα παρέχει στον χρήστη την δυνατότητα προσομοίωσης της κατασκευής μιας σήραγγας, σε περισσότερα του ενός στάδια εκσκαφής και τοποθέτησης των συστημάτων υποστήριξης.

Το *Phases* αναλύει μοντέλα επίπεδης παραμορφωσιακής κατάστασης (plane strain models): $\epsilon_z=0$ (μηδενικές μετατοπίσεις και τροπές κατά τον άξονα της σήραγγας) και $\epsilon_x \neq 0$, $\epsilon_y \neq 0$, $\gamma_{xy} \neq 0$ (τροπές και μετατοπίσεις στο επίπεδο διατομής Oxy) Η διαδικασία που ακολουθείται για την ανάπτυξη ενός προσομοιώματος εκσκαφής μιας σήραγγας είναι η εξής:

• Εισαγωγή της Γεωμετρίας της Εκσκαφής

Ξεκινώντας το πρόγραμμα εμφανίζεται στην οθόνη η βασική λίστα εντολών του *Phases* (κύριο μενού εντολών). Από το μενού αυτό, επιλέγοντας την εντολή *Model* εμφανίζεται ένα υπομενού στο οποίο περιλαμβάνεται η εντολή *Boundaries* η ενεργοποίηση της οποίας οδηγεί σε ένα δεύτερο υπομενού, όπου περιλαμβάνονται οι εντολές *Excavation* και *FE Region*. Από το υπομενού της εντολής *Excavation* επιλέγεται η εντολή *Add Excavation* με την βοήθεια της οποίας σχεδιάζεται το περίγραμμα της εκσκαφής στο παράθυρο σχεδιασμού και αναπαράστασης του μοντέλου και το οποίο εμφανίζεται στην οθόνη ως γραμμή λευκού χρώματος. Στην συνέχεια με την εντολή *Discretize* γίνεται ο χωρισμός του περιγράμματος της εκσκαφής σε στοιχειώδη τμήματα δηλαδή η διακριτοποίηση του. Συνοπτικά η ακολουθία εντολών που εκτελείται είναι η παρακάτω:

Model → *Boundaries* → *Excavation* → *Add Excavation* → *Discretize*

• Ορισμός της Υβριδικής Επιφάνειας που Περικλείει την Εκσκαφή

Μετά τον σχεδιασμό του περιγράμματος της εκσκαφής στο επίπεδο διατομής Oxy, είναι απαραίτητη και η εισαγωγή του αντίστοιχου περιγράμματος της υβριδικής επιφάνειας από την οποία θα περικλείεται η εκσκαφή και θα οριοθετείται η περιοχή μελέτης και ανάλυσης τάσεων και παραμορφώσεων γύρω από την σήραγγα. Για το σκοπό αυτό, επιλέγεται η εντολή *Hyb Bndry* της λίστας εντολών που αντιστοιχούν στην επιλογή *FE Region*, από το υπομενού της οποίας εκτελείται η εντολή *Add Bndry* και σχεδιάζεται το περίγραμμα της υβριδικής επιφάνειας που εμφανίζεται ως γραμμή κόκκινου χρώματος. Η διακριτοποίηση του περιγράμματος της υβριδικής επιφάνειας γίνεται ομοίως όπως και του περιγράμματος της εκσκαφής (με την αντίστοιχη εντολή *Discretize*). Μετά και την εισαγωγή και του περιγράμματος της υβριδικής επιφάνειας, έχει οριοθετηθεί η περιοχή ανάλυσης τάσεων και παραμορφώσεων στο επίπεδο Oxy,

η οποία διακριτοποιείται σε επίπεδα *Πεπερασμένα Στοιχεία* (finite elements) με την εντολή *Mesh* που επιλέγεται από το υπομενού εντολών *FE Region*. Άρα η ακολουθία των εντολών που εκτελούνται σε αυτή την περίπτωση είναι η εξής:

FE Region→*Hyb Bndry*→*Add Bndry*→*Dscretize*→*FE Region*→*Mesh*

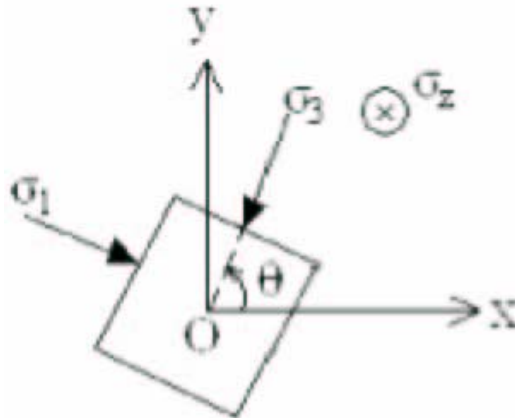
Σημείωση: Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να εκτελεστεί πιο συνοπτικά με την ακολουθία εντολών:

FE Region→*Automatic*

Η εντολή *Automatic* εισάγει και διακριτοποιεί αυτόματα τόσο το περίγραμμα της υβριδικής επιφάνειας όσο και την περιοχή μελέτης για προκαθορισμένο (default) αριθμό και μέγεθος στοιχείων γραμμικής και επιφανειακής διακριτοποίησης.

- Καθορισμός του Πεδίου Τάσεων

Στο *Phases* το εντατικό πεδίο περιγράφεται με τις δύο κύριες τάσεις στο επίπεδο *Oxy*, δηλαδή την αξονική κύρια τάση σ_1 και την πλευρική κύρια τάση σ_3 , την γωνία προσανατολισμού τους ως προς στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων *xOy*, η οποία ορίζεται ως η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της σ_3 με τον θετικό ημιάξονα *Ox* (βλ. Σχ. Π.1), καθώς και από την τιμή της τάσης στον *x*-άξονα.



Σχ. Π.1: Εντατικά μεγέθη και ο προσανατολισμός τους όπως ορίζονται στο *Phases*.

Η εισαγωγή δεδομένων στο *Phases* για τον καθορισμό του εντατικού πεδίου με τον τρόπο που περιγράφεται πιο πάνω, γίνεται με την βοήθεια των παρακάτω εντολών:

Model→*Fld Stress*→*Constant*

Η εντολή *Constant* ενεργοποιεί τον παραμετρικό πίνακα που φαίνεται στο Σχ. Π.2 και στον οποίο εισάγονται οι τιμές των σ_1 , σ_3 , σ_z και θ .



Σχ. Π.2: Τρόπος εισαγωγής δεδομένων καθορισμού των εντατικών παραμέτρων στο Phases.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι η διάκριση μεταξύ σ_1 και σ_3 που γίνεται μέσα στο πρόγραμμα, αφορά μόνο τον καθορισμό της γωνίας θ και όχι την σχέση διάταξης με την οποία ορίζονται στη βιβλιογραφία αυτές οι δύο τάσεις (δηλαδή ως μέγιστη και ελάχιστη κύρια τάση αντίστοιχα), κατά συνέπεια οι τιμές που θα εισάγονται στο μοντέλο προσομοίωσης, μπορούν να είναι και αντίθετης σχέσης διάταξης χωρίς αυτό να δημιουργεί πρόβλημα στην εκτέλεση των υπολογισμών.

- Εισαγωγή των ιδιοτήτων του πετρώματος

Ο καθορισμός των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις μηχανικές ιδιότητες του πετρώματος που περιβάλλει την εκσκαφή, είναι απαραίτητος προκειμένου να επιλυθούν οι καταστατικές εξισώσεις που συνδέουν τα εντατικά μεγέθη (τάσεις) με τα παραμορφωσιακά (παραμορφώσεις και μετατοπίσεις) για τον προσδιορισμό του πεδίου μετατοπίσεων όπως αυτό διαμορφώνεται στην περιοχή γύρω από την εκσκαφή. Σε περίπτωση που δεν δοθούν συγκεκριμένες τιμές για τις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν τη μηχανική συμπεριφορά του πετρώματος, το Phases εκτελεί την προσομοίωση με βάση τις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν ένα υποθετικό προκαθορισμένο (default) μοντέλο υλικού. Σε διαφορετική περίπτωση, αν η προσομοίωση αφορά ένα πέτρωμα με συγκεκριμένες μηχανικές ιδιότητες αυτές θα πρέπει να εισάγονται στο προσομοίωμα με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο ο οποίος καθορίζεται από το Phases ανάλογα με το είδος του υλικού. Σε γενικές γραμμές οι παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη μηχανική συμπεριφορά του πετρώματος είναι α) οι Ελαστικές Ιδιότητες (Elastic properties) και β) οι Παράμετροι Αντοχής (Strengt Parameters).

Στην πρώτη κατηγορία παραμέτρων αντιστοιχούν το μέτρο ελαστικότητας E και ο λόγος του Poisson ν , όταν η βραχομάζα θεωρείται ως ισότροπο υλικό. Αν το πέτρωμα ορισθεί ως μη ισότροπο, οι τιμές για το μέτρο ελαστικότητας που απαιτούνται να εισαχθούν είναι γενικά τρεις και εξαρτώνται από την διεύθυνση στο χώρο. Οι τρεις αυτές τιμές του μέτρου ελαστικότητας συμβολίζονται με E_1 , E_2 και E_z . Οι δύο πρώτες τιμές μέτρου ελαστικότητας, αναφέρονται σε ζεύγος συζυγών διευθύνσεων 1,2 (κάθετων μεταξύ τους) επί του επιπέδου Oxy και ποσοτικοποιούν ουσιαστικά την επίπεδη ανισοτροπία του υλικού, η οποία για να θεωρείται ότι περιγράφεται πλήρως, θα πρέπει να εισαχθεί η γωνία προσανατολισμού μεταξύ του x-άξονα που ορίζεται με φορά από τον x-άξονα προς την διεύθυνση 1, καθώς και το μέτρο διάτμησης G_{12} στο επίπεδο Oxy (σε περίπτωση που η γωνία αυτή είναι μηδέν, ισχύει $E_1=E_x$, $E_2=E_y$). Η τρίτη τιμή μέτρου ελαστικότητας, αναφέρεται στην διεύθυνση του x-άξονα. Αντίστοιχα, ορίζονται και οι τιμές λόγου Poisson για τους τρεις συνδυασμούς των διευθύνσεων 1,2 και z:

$$\nu_{ij} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i}$$

οι δείκτες ij αντιπροσωπεύουν τις διευθύνσεις μέτρησης των τροπών ε_i και ε_j αντίστοιχα και παίρνουν τις τιμές 1,2 και z με i,j . Οι τιμές που εισάγονται για το μέτρο ελαστικότητας και τον λόγο Poisson θα πρέπει να ικανοποιούν την συνθήκη $E_i/E_j = \nu_{ij}/\nu_{ji}$ για οποιονδήποτε συνδυασμό δεικτών διεύθυνσης. Στο Phases αναγνωρίζονται δύο περιπτώσεις ανισότροπου υλικού, (1) το Ορθοτροπικού (Orthotropic) το οποίο αντιπροσωπεύει την γενική περίπτωση ανισότροπου υλικού όπου ισχύει, $E_1 \neq E_2 \neq E_z$ και $\nu_{12} \neq \nu_{1z} \neq \nu_{2z}$ και εισάγονται κανονικά τρεις τιμές για το μέτρο ελαστικότητας και τον λόγο Poisson και (2) Το εγκάρσιως ισότροπο (Transversely Isotropic) το οποίο είναι ισότροπο στο επίπεδο 1z, δηλαδή ισχύει η συνθήκη $E_1 = E_2 = E_z \neq E_3$ και $\nu_{12} = \nu_{1z} = \nu_{2z}$. Σε αυτή την περίπτωση εισάγονται δύο μόνο τιμές μέτρου ελαστικότητας και λόγου Poisson που είναι οι $E (=E_1 = E_2 = E_z)$ και E_3 και οι $\nu (= \nu_{12})$ και ν_{13} αντίστοιχα.

Οι παράμετροι αντοχής του υλικού, αναφέρονται κυρίως στο τρόπο με τον οποίο αστοχεί το υλικό, δηλαδή στο κριτήριο αστοχίας το οποίο ακολουθεί το υλικό, και οι οποίες καθορίζονται ανάλογα με το αν το υλικό χαρακτηρίζεται ως ελαστικό (Elastic) ή πλαστικό (Plastic) ή χωρίς εφελκυστική αντοχή (No-Tension).

Το Phases δέχεται δύο βασικούς τρόπους αστοχίας, σε διάτμηση, όπου ισχύει το κριτήριο Mohr-Coulomb, ή σε θλίψη όπου ισχύει το κριτήριο των Hoek και Brown.

Για ελαστικά ή μη φέροντα εφελκυστικές τάσεις πετρώματα που ακολουθούν το κριτήριο Mohr-Coulomb, ορίζονται οι μέγιστες τιμές (peak values) της συνοχής, της γωνίας εσωτερικής τριβής, καθώς και η τιμή της αντοχής σε εφελκυσμό (αν αυτή είναι διαθέσιμη, σε διαφορετική περίπτωση η αντοχή σε εφελκυσμό θεωρείται μηδέν ή το 1/10 της αντοχής σε ανεμπόδιστη θλίψη). Σε περίπτωση που το πέτρωμα οριστεί ως πλαστικό, εκτός των μέγιστων τιμών συνοχής και γωνίας εσωτερικής τριβής ορίζονται και αντίστοιχες υπολειμματικές τιμές τους (Residual Values) καθώς επίσης και μια παράμετρος διόγκωσης δ που ονομάζεται γωνία διόγκωσης.

Για το κριτήριο των Hoek και Brown, που εφαρμόζεται σε ένα συγκεκριμένο πέτρωμα υπάρχουν δύο παραλλαγές ανάλογα με την ποιότητα βραχομάζας που προσδιορίζεται σύμφωνα με τα διεθνή πρότυπα γεωμηχανικής ταξινόμησης των πετρωμάτων. Αν το πέτρωμα χαρακτηρίζεται από άριστης έως αποδεκτής ποιότητας βραχομάζας με γεωλογικό δείκτη αντοχής (βλ. παράγραφο 4.4) μεγαλύτερο του 25, τότε οι παράμετροι που εισάγονται είναι οι μέγιστες τιμές των σταθερών m και s και η τιμή της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη του πετρώματος όταν αυτό συμπεριφέρεται ως ελαστικό ή χωρίς εφελκυστική αντοχή και επί πλέον οι υπολειμματικές τιμές των παραμέτρων m και s και η αντίστοιχη παράμετρος διόγκωσης a , ενώ ο εκθέτης a θεωρείται ίσος με 0,5.

Σε περίπτωση που η ποιότητα βραχομάζας αντιστοιχεί σε γεωλογικό δείκτη αντοχής μικρότερο από 25 (βραχομάζα φτωχής ποιότητας) η παράμετρος s θεωρείται ότι λαμβάνει την τιμή μηδέν και στο μοντέλο εισάγονται οι μέγιστες τιμές για την παράμετρο m και τον εκθέτη a και η τιμή αντοχής σε μονοαξονική θλίψη για ελαστικά ή χωρίς εφελκυστική αντοχή υλικά και επί πλέον οι υπολειμματικές τιμές των m και a καθώς και η τιμή της παραμέτρου διόγκωσης a για πετρώματα με πλαστική συμπεριφορά.

Τέλος τα δεδομένα που αφορούν την ταυτότητα ενός πετρώματος σχετικά με τον τύπο και την μηχανική του συμπεριφορά συμπληρώνονται με το όνομα του και την τιμή του ειδικού του βάρους.

Η διαδικασία παραμετρικής μοντελοποίησης της μηχανικής συμπεριφοράς ενός πετρώματος συνοψίζεται στον παραμετρικό πίνακα του Σχήματος- Π.3,ο οποίος εμφανίζεται μετά την εκτέλεση της παρακάτω σειράς εντολών:

Model→*Properties*→*Define Mats*

Τονίζεται ότι, στο *Phases* υπάρχει η δυνατότητα παραμετρικής μοντελοποίησης εννιά διαφορετικών υλικών εκτός του προκαθορισμένου ιδεατού υλικού (default material) το οποίο ορίζεται ως ελαστικό ιστροπικό μέσο και οι οποίες τροποποιήσεις μπορούν να γίνουν για το υλικό αυτό αφορούν τις παραμέτρους της συγκεκριμένης κατηγορίας υλικών (ισότροπα και ελαστικά).

PROPERTIES TABLE	
MATERIAL 5	
Name	Limestone
Unit Weight (MN/m ³)	0.0233
ELASTIC PROPERTIES	
Material Type	Isotropic
Young's Modulus (MPa)	28500
Poisson's Ratio	0.29
STRENGTH PARAMETERS	
Material Type	Elastic
Failure Criterion	Hook-Brown
Comp. Strength (MPa)	51
n Parameter (peak)	7
s Parameter (peak)	1
Next (ALT-N) Exit (ALT-E)	

Σχ. Π.3: Τρόπος εισαγωγής δεδομένων παραμετρικής μοντελοποίησης της μηχανικής συμπεριφοράς ενός πετρώματος στο *Phases*.

Για να ενεργοποιηθούν οι παράμετροι του υλικού που μοντελοποιείται στο προσομοίωμα (σε περίπτωση που το υλικό αυτό δεν έχει οριστεί ως default material αλλά ως ένα από τα υπόλοιπα εννέα υλικά που μπορεί να αναγνωρίσει το *Phases*), πρέπει να εκτελεστεί η εντολή *Locate Mats* από το υπομενού εντολών *Properties* με την οποία εισάγονται οι ιδιότητες του υλικού στην υπό ανάλυση περιοχή πεπερασμένων στοιχείων που περικλείεται μεταξύ ορίου εκσκαφής και υβριδικού συνόρου, εκτοπίζοντας και απενεργοποιώντας τις ιδιότητες του ιδεατού προκαθορισμένου υλικού.

Σε περίπτωση, που το προσομοίωμα προβλέπει παρουσία περισσότερων του ενός υλικών εντός της ίδιας περιοχής ανάλυσης, θα πρέπει κατά την χάραξη των ορίων και μετά την εισαγωγή του ορίου της εκσκαφής και της υβριδικής επιφάνειας, να εισαχθούν όρια διαχωρισμού μεταξύ διαφορετικών υλικών. Η λειτουργία αυτή πραγματοποιείται με την εκτέλεση της παρακάτω σειράς εντολών:

Model→*FE Region*→*Mat Badry*→*Add Mater*

Το διαχωριστικό όριο μεταξύ διαφορετικών υλικών εμφανίζεται ως γραμμή πράσινου χρώματος.

- Εκτέλεση της προσομοίωσης

Αφού καθοριστούν όλες οι παράμετροι του μοντέλου, εκτελείται η εντολή *Compute* από την βασική λίστα εντολών του *Phases*, προκειμένου να προσδιορισθεί η χωρική κατανομή τάσεων και μετατοπίσεων στην υπό ανάλυση περιοχή με τον αριθμητικό αλγόριθμο πεπερασμένων στοιχείων ο οποίος είναι ενσωματωμένος στο *Phases*. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση αυτού του αλγόριθμου, καταχωρούνται σε μια ομάδα αρχείων εξόδου των οποίων το όνομα καθορίζεται από τον ίδιο τον χρήστη κατά την εκτέλεση της εντολής *Compute*.

Παράδειγμα-1: Προσομοίωμα Μονοσταδιακής Εκσκαφής Σήραγγας κυκλικής Διατομής και Εντατικοπαραμορφωσιακή Ανάλυση.

Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ανάπτυξης προσομοιώματος διάνοιξης σήραγγας κυκλικής διατομής που εκσκάπτεται εντός ασβεστολιθικού σχηματισμού.

Παράμετροι του μοντέλου:

Διάμετρος Σήραγγας: 5m

Εντατικό πεδίο:

$\sigma_1=10\text{MPa}$, $\sigma_3=10\text{MPa}$, $\sigma_z=10\text{MPa}$, $\theta=0^\circ$

Ιδιότητες πετρώματος:

Ασβεστόλιθος, ισοτροπικό, ελαστικό και συνεχές αδιατάρακτο υλικό, βραχομάζα με υψηλό Γεωλογικό Δείκτη Αντοχής.

Ειδικό βάρος: $0,0233 \text{ MN/m}^3$

Μέτρο ελαστικότητας: 28500 MPa

Λόγος Poisson: 0,29

Κριτήριο αστοχίας Hoek και Brown

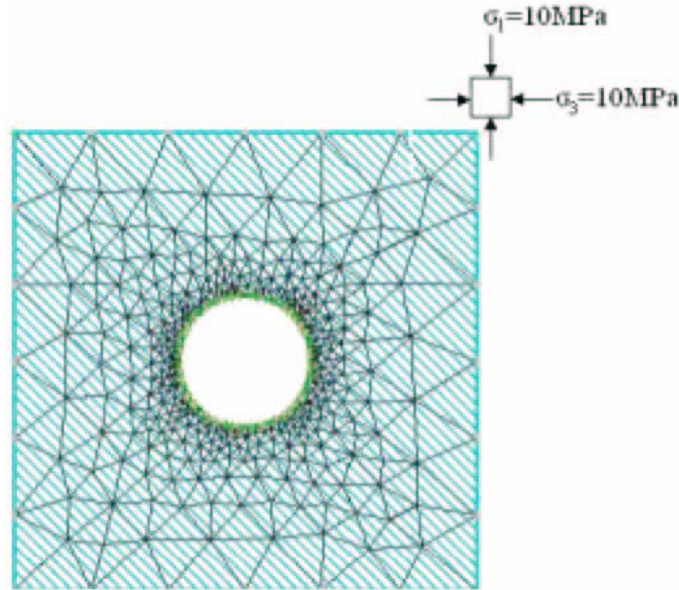
Αντοχή σε Μονοαξονική θλίψη: 51MPa

$m=7$, $s=1$, $a=0,5$

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης καταχωρήθηκαν σε ομάδα αρχείων εξόδου με γενικό όνομα Tun1.* και περιλαμβάνουν την παρουσίαση της διαμόρφωσης των πεδίων των τάσεων σ_1 , σ_3 και σ_z στην υπό ανάλυση περιοχή, των μετατοπίσεων κατά τους άξονες O_x και O_y και των συνολικών μετατοπίσεων στο επίπεδο Oxy καθώς επίσης και του Συντελεστή Ασφάλειας, ο οποίος ορίζεται από το πηλίκο της αντοχής του πετρώματος δια την τάση που εξασκείται σε κάθε σημείο της υπό ανάλυση περιοχής γύρω από την εκσκαφή.

Η παρουσίαση των παραπάνω αποτελεσμάτων γίνεται με εποπτικό τρόπο, βάσει ενός χρωματικού κώδικα που περιγράφει την ένταση της προσδιοριζόμενης παραμέτρου (τάσης, μετατόπισης ή τιμής συντελεστή ασφάλειας) με την βοήθεια μιας προκαθορισμένης κλίμακας που αντιστοιχεί διαφορετικές περιοχές τιμών σε διαφορετικά χρώματα. Ο χρήστης μπορεί να δει τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τον παραπάνω εποπτικό τρόπο, ανοίγοντας το αρχείο Tun1.pha μέσα από το λειτουργικό περιβάλλον

του *Phases* εκτελώντας την εντολή *Read File* από το βασικό μενού εντολών. Η βασική οθόνη παρουσίασης περιλαμβάνει την διακριτοποιημένη περιοχή μελέτης που οριοθετείται μεταξύ του υβριδικού ορίου και του ορίου της εκσκαφής και καλύπτεται από το πέτρωμα ή τα πετρώματα για τις ιδιότητες των οποίων γίνεται η μοντελοποίηση καθώς επίσης και τον προσανατολισμό του εξωτερικού εντατικού πεδίου έτσι όπως έχει ορισθεί κατά την εισαγωγή των δεδομένων (βλ. Σχ. Π.4).

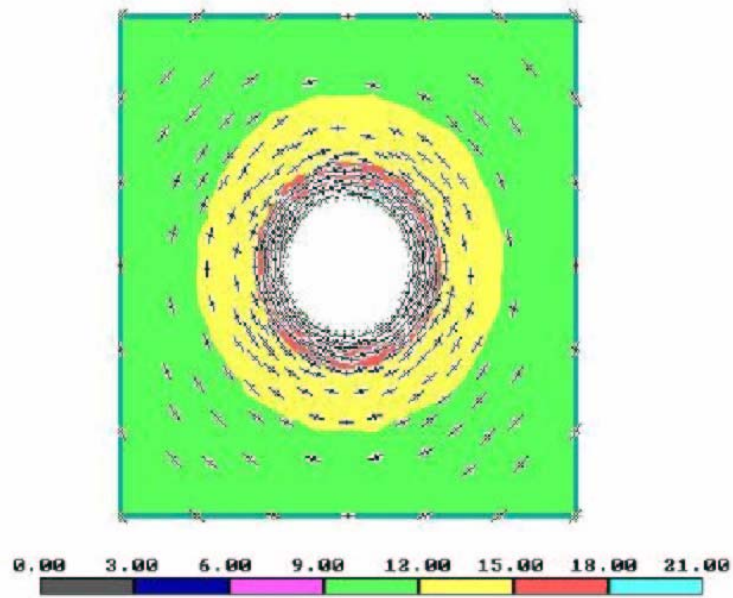


Σχ. Π.4: Προσομοίωμα της περιοχής ασβεστόλιθου γύρω από την εκσκαφή της σήραγγας.

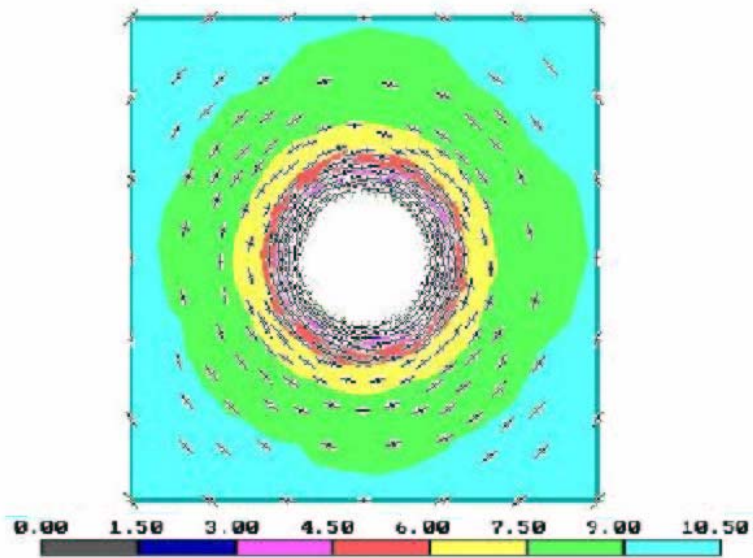
Προκειμένου να ενεργοποιηθούν τα οπτικά αποτελέσματα της ανάλυσης, πρέπει να εκτελεστεί η εντολή *Interpret* από το βασικό μενού και να επιλέγει η κατάλληλη εντολή που αντιστοιχεί στην παρουσίαση του πεδίου της παραμέτρου ενδιαφέροντος. Οι εντολές που αντιστοιχούν στη παρουσίαση των πεδίων των εντατικών και παραμορφωσιακών παραμέτρων είναι οι εξής:

<i>Interpret</i> → <i>Sigma1</i>	για το πεδίο της τάσης σ_1
<i>Interpret</i> → <i>Sigma3</i>	για το πεδίο της τάσης σ_3
<i>Interpret</i> → <i>Sigma z</i>	για το πεδίο της τάσης σ_z
<i>Interpret</i> → <i>Displacmt</i> → <i>X</i>	για το πεδίο της μετατόπισης u_x
<i>Interpret</i> → <i>Displacmt</i> → <i>Y</i>	για το πεδίο της μετατόπισης u_y
<i>Interpret</i> → <i>Displacmt</i> → <i>Total</i>	για το πεδίο της συνολικής επίπεδης μετατόπισης
<i>Interpret</i> → <i>Strght Fac</i>	για το πεδίο του συντελεστή ασφάλειας

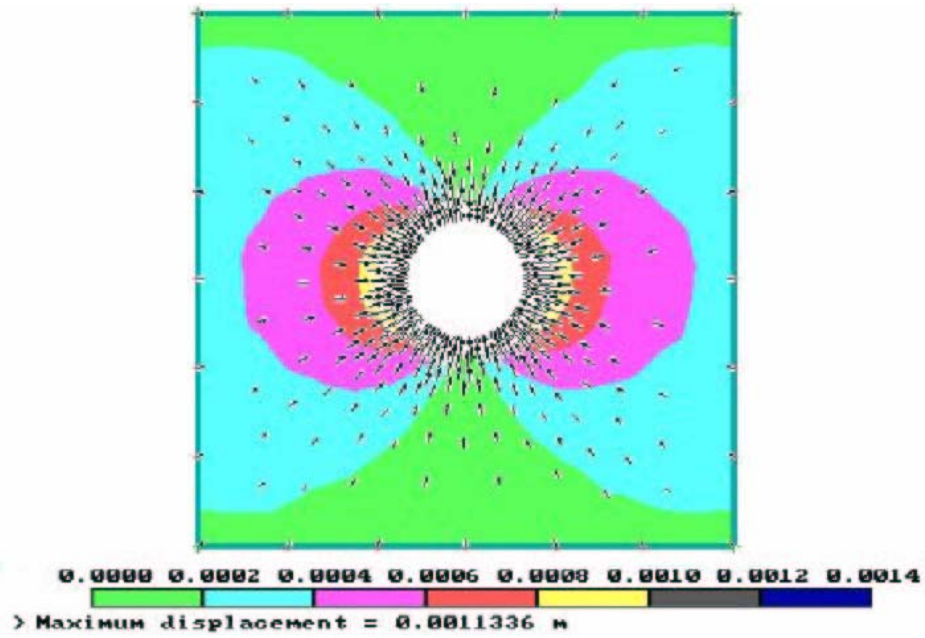
Στο υπομενού της κάθε μίας από τις παραπάνω εντολές, (εκτός από αυτή για τον συντελεστή ασφάλειας), υπάρχει η εντολή *Toggl Traj*. Η εκτέλεση της εντολής αυτής, δίνει την παρουσίαση των κατευθύνσεων προσανατολισμού των εντατικών μεγεθών ή τον προσανατολισμό του διανύσματος της συνολικής μετατόπισης (βλ. Σχήματα- Π. 5,6,7,8,9)



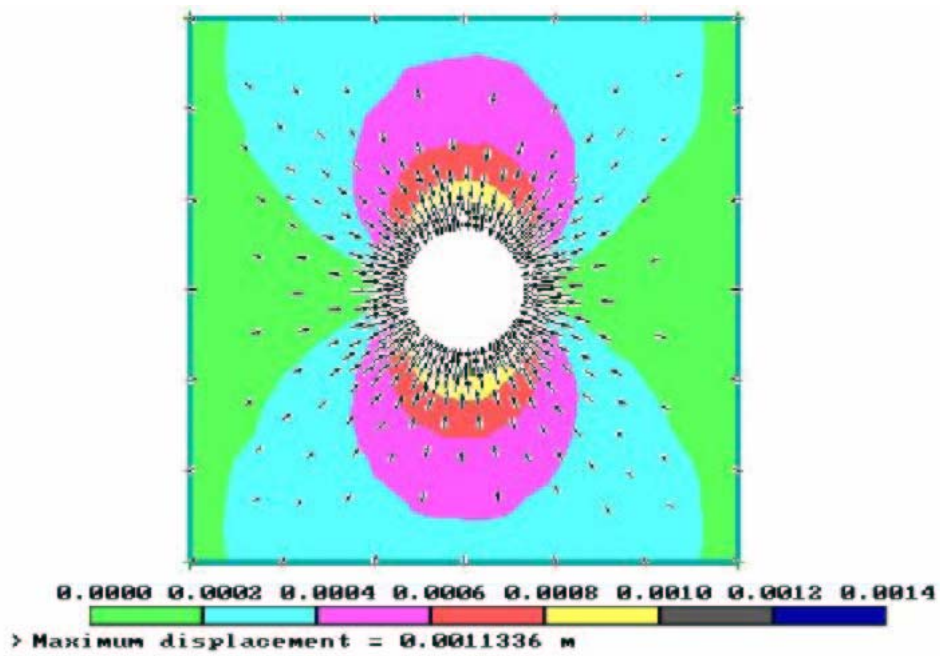
Σχ. II.5: Προσανατολισμοί των κυρίων τάσεων και τιμές της σ_1



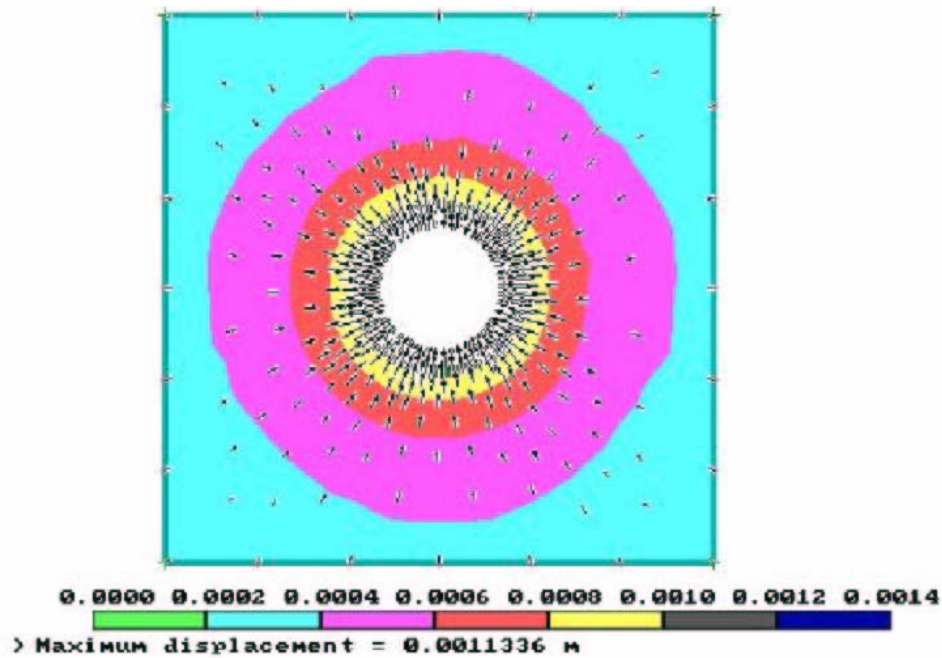
Σχ. II.6: Προσανατολισμοί των κυρίων τάσεων και τιμές της σ_3



Σχ. Π.7: Διανυσματική αναπαράσταση των μετατοπίσεων και τιμές της οριζόντιας μετατόπισης u_x

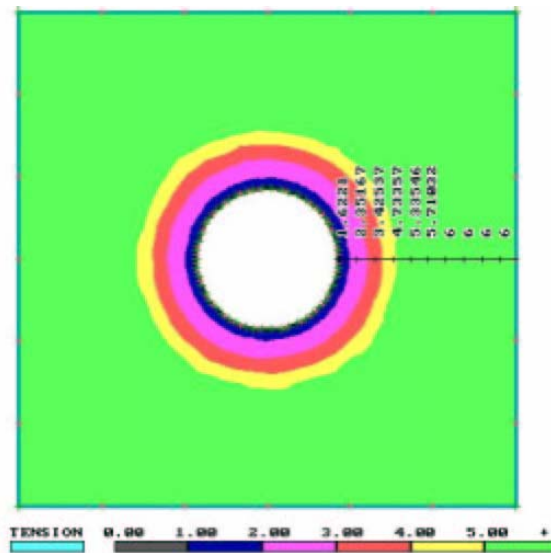


Σχ. Π.8: Διανυσματική αναπαράσταση των μετατοπίσεων και τιμές της κατακόρυφης μετατόπισης u_y

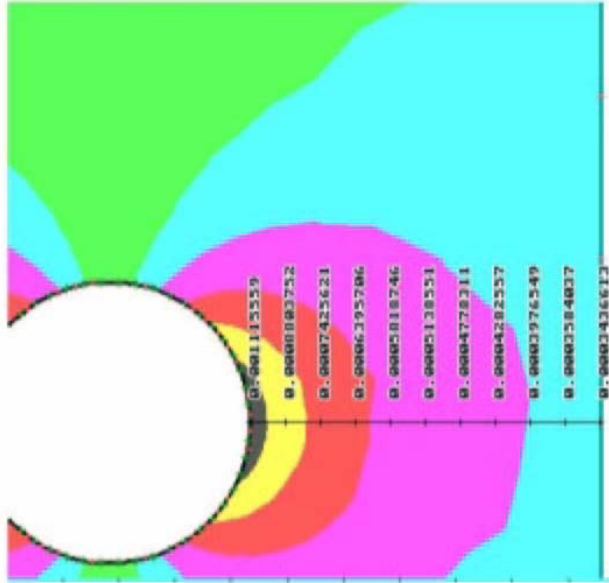


Σχ. Π.9: Διανυσματική αναπαράσταση και τιμές της συνολικής μετατόπισης

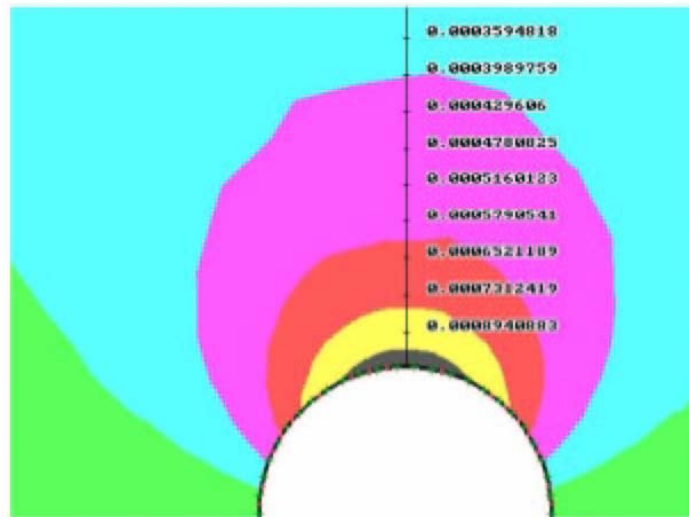
Επίσης ο χρήστης μπορεί χρησιμοποιήσει τις εντολές *FreePnts*→*PointValue* ή *FreePnts*→*LineValues* για να δει τις τιμές τη παρουσιαζόμενης παραμέτρου σε μεμονωμένα σημεία ή κατά μήκος γραμμών σάρωσης που ίδιος καθορίζει, έχοντας παράλληλα την δυνατότητα να καταχωρεί τα δεδομένα αυτά σε αρχεία, όπου καταγράφονται οι τιμές της παραμέτρου στις επιλεγμένες θέσεις με τις αντίστοιχες Καρτεσιανές συντεταγμένες. Παραδείγματα της λειτουργίας των εντολών αυτών φαίνονται στα Σχήματα- Π .10,11,12.



Σχ. Π.10: Ενδεικτικές τιμές του συντελεστή ασφάλειας κατά μήκος μιας γραμμής σάρωσης.



Σχ. Π.11: Ενδεικτικές τιμές της μετατόπισης u_x κατά μήκος μιας γραμμής σάρωσης.



Σχ. Π.12: Ενδεικτικές τιμές της μετατόπισης u_y κατά μήκος μιας γραμμής σάρωσης.

- Ανάπτυξη του προσομοιώματος με χρήση Εσωτερικών Συνοριακών Συνθηκών

Οι εσωτερικές συνοριακές συνθήκες αφορούν προκαθορισμένες τιμές τάσεων ή μετατοπίσεων οι οποίες ορίζονται επί του συνόρου της εκσκαφής. Η εισαγωγή συνοριακών συνθηκών γίνεται με την εκτέλεση της εντολής:

Model→*FE Region*→*Bndry Cond*

Οι τρόποι καθορισμού της εσωτερικής συνοριακής συνθήκης είναι τρεις :

Bndry Cond→*Displacmnt*

για προκαθορισμένες τιμές μετατοπίσεων στο όριο της εκσκαφής

Bndry Cond→*Surface Load*

για προσανατολισμένο πεδίο τάσεων σε Καρτεσιανές ή πολικές συντεταγμένες κατά μήκος προεπιλεγμένης γραμμής φόρτισης επί του συνόρου της εκσκαφής.

Bndry Cond→*Internal Pr*

για ομοιόμορφη εσωτερική πίεση εξασκούμενη σε όλο το σύνορο της εκσκαφής.

Οι δύο τελευταίοι τρόποι εισαγωγής εσωτερικής συνοριακής συνθήκης, αποσκοπούν στην προσομοίωση του μηχανισμού χαλάρωσης των προϋπαρχόντων τάσεων, λόγω όρυξης της σήραγγας. Στην περίπτωση ενός ομοιόμορφου εξωτερικού πεδίου τάσεων επιλέγεται ο τρίτος τρόπος καθορισμού εσωτερικής συνοριακής συνθήκης.

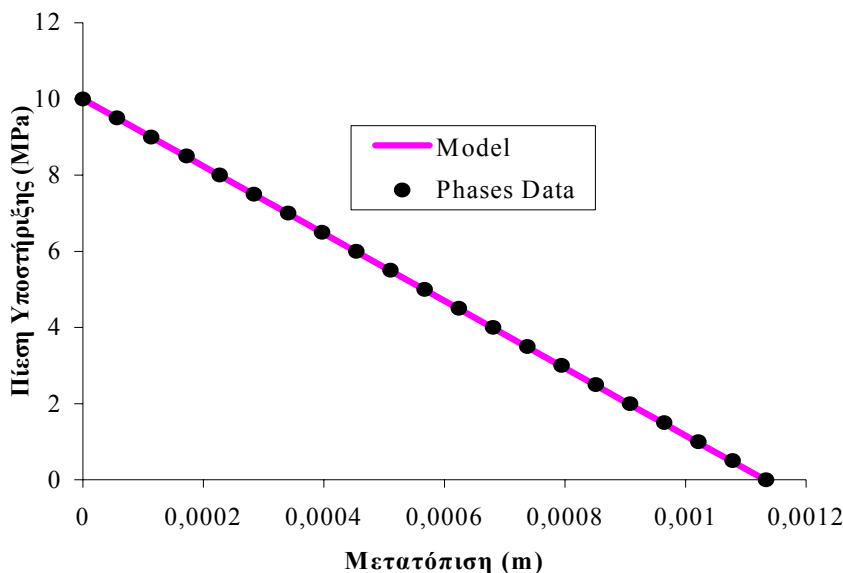
Εξ' ορισμού, η εσωτερική πίεση υποστήριξης (όπως και οποιαδήποτε άλλη εσωτερική φόρτιση), είναι μηδέν και για το λόγο αυτό, ο χρήστης υποχρεούται να δώσει μη μηδενική τιμή στην συνοριακή συνθήκη και να επαναλάβει την εκτέλεση της ανάλυσης για την τιμή αυτή. Σε αυτή την περίπτωση θα προκύψουν νέα αποτελέσματα για τα εντατικά και παραμορφωσιακά μεγέθη. Αυτό δίνει την δυνατότητα παρακολούθησης των μετατοπίσεων σε μια συγκεκριμένη περιοχή του πεδίου των μετατοπίσεων και την εξαγωγή της καμπύλης χαλάρωσης του πετρώματος.

Η διαδικασία αυτή εκτελέστηκε για το παρόν μοντέλο, για διάφορες τιμές της εσωτερικής πίεσης και προέκυψαν τα κάτωθι αποτελέσματα:

Πίνακας Π.1: Αναλυτικά δεδομένα ανάλυσης των μετατοπίσεων σε σχέση με την επιβαλλόμενη εσωτερική πίεση υποστήριξης.

Pi (MPa)	Μέγιστη Μετατόπιση (mm)		
	X	Y	Total
10	0	0	0
9,5	0,05674	0,05674	0,05674
9	0,11349	0,11349	0,11349
8,5	0,1723	0,1723	0,1723
8	0,22697	0,22697	0,22697
7,5	0,2837	0,2837	0,2837
7	0,34046	0,34046	0,34046
6,5	0,3972	0,3972	0,3972
6	0,45395	0,45395	0,45395
5,5	0,51069	0,51069	0,51069
5	0,56743	0,56743	0,56743
4,5	0,62417	0,62417	0,62417
4	0,68092	0,68092	0,68092
3,5	0,73766	0,73766	0,73766
3	0,7944	0,7944	0,7944
2,5	0,85114	0,85114	0,85114
2	0,90789	0,90789	0,90789
1,5	0,96463	0,96463	0,96463
1	1,0214	1,0214	1,0214
0,5	1,0781	1,0781	1,0781
0	1,1336	1,1336	1,1336

Βάσει των αριθμητικών δεδομένων του παραπάνω πίνακα, σχεδιάζεται η καμπύλη απόκρισης ή χαλάρωσης του πετρώματος που περιβάλλει την εκσκαφή (Σχ. Π.13).



Σχ. Π.13: Διάγραμμα της εσωτερικής πίεσης σε σχέση με τη μέγιστη παρατηρούμενη μετατόπιση περιμετρικά της εκσκαφής από την ανάλυση των μετατοπίσεων με το Phases (Phases data) και σύγκριση των αποτελεσμάτων με την Τρίτη από τις αναλυτικές σχέσεις 3.11(Model).

Περιγραφή Προσομοιώματος Σταδιακής Διάνοιξης και Υποστήριξης Σήραγγας

Όπως έχει αναφερθεί ήδη, το πρόγραμμα *Phases* παρέχει την δυνατότητα προσομοίωσης της κατασκευής μιας σήραγγας, σε περισσότερα του ενός στάδια εκσκαφής και τοποθέτησης της προσωρινής υποστήριξης. Η διαδικασία που ακολουθείται σε αυτή την περίπτωση είναι η εξής:

- Καθορισμός του αριθμού των σταδίων κατασκευής της σήραγγας

Ο αριθμός των σταδίων, σε ένα πολυσταδιακό προσομοίωμα κατασκευής σήραγγας πρέπει να γίνεται πριν να ξεκινήσει ο σχεδιασμός της οποιασδήποτε συνοριακής γραμμής. Αυτό είναι εφικτό με την εκτέλεση της εντολής *Job Control* από την λίστα εντολών του μενού *Model*. Εκτελώντας την παραπάνω εντολή, εμφανίζεται στην οθόνη του H/Y ο πίνακας του σχήματος Π-14, οποίος περιέχει τις λεγόμενες «Παραμέτρους Ελέγχου» του υπολογιστικού αλγόριθμου που εφαρμόζεται στην εκτέλεση μιας προσομοίωσης και οποίες είναι οι εξής:

- Ο αριθμός των Σταδίων διάνοιξης και τοποθέτησης της υποστήριξης της σήραγγας και ο οποίος πληκτρολογείται στη θέση *No. of Stages*
- Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων υπολογισμού των τάσεων σε κάθε σημείο (κόμβο) τομής τριών τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων της περιοχής μελέτης (*Max. No. Iter.*) κατά την επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας των τάσεων.
- Η μέγιστη επιτρεπτή σχετική απόκλιση, μεταξύ δύο διαδοχικών λύσεων των εξισώσεων ισορροπίας σε κάθε κόμβο της διακριτοποιημένης περιοχής

- μελέτης (*Local Tolerance*)
- Η μέγιστη επιτρεπτή σχετική απόκλιση, μεταξύ δύο διαδοχικών λύσεων των εξισώσεων ισορροπίας σε όλο το επίπεδο μοντέλο της υπ' όψη περιοχής μελέτης (*Global Tolerance*).

PROGRAM CONTROL PARAMETERS	
No. of Stages	: ?
Max. No. Iter.	: 250
Local Tolerance	: 0.001
Global Tolerance	: 1e-005 Relaxed
Save [ALT-S] Abort [ALT-A]	

Σχ. Π.14: Τρόπος καθορισμού του αριθμού των σταδίων (*Stages*) ενός πολυσταδιακού προσομοιώματος κατασκευής σήραγγας καθώς και των υπολοίπων Παραμέτρων Ελέγχου του υπολογιστικού αλγόριθμου:

Ο αριθμός των σταδίων που εισάγεται, θα πρέπει να είναι θετικός ακέραιος μη μηδενικός αριθμός με ελάχιστη δυνατή τιμή 1 (για μονοσταδιακό μοντέλο προσομοίωσης).

- Σχεδιασμός των σταδίων της εκσκαφής.

Μετά τον καθορισμό του αριθμού των σταδίων της προσομοίωσης, ακολουθεί ο σχεδιασμός του συνόρου της εκσκαφής και του συνόρου της υβριδικής επιφάνειας, που οριοθετεί την περιοχή μελέτης, σύμφωνα με την γνωστή διαδικασία εκτέλεσης εντολών που περιγράφεται στην προηγούμενη ενότητα για την ανάπτυξη μονοσταδιακού προσομοιώματος.

Σε περίπτωση που η εκσκαφή της σήραγγας δεν πραγματοποιείται σε ένα στάδιο αλλά τμηματικά είναι αναγκαία η εισαγωγή ενός «*Συνόρου Σταδίου Εκσκαφής-Stage Boundary*» η οποία γίνεται με την εκτέλεση της παρακάτω ακολουθίας εντολών:

Model→*Boundaries*→*Stg Bndry*→*Add Bndry*

Η εκτέλεση των παραπάνω εντολών επιτρέπει τον σχεδιασμό μιας συνοριακής γραμμής, εντός της περιοχής που περικλείεται από το σύνορο μιας εκσκαφής, και η οποία ουσιαστικά χωρίζει την εκσκαπτόμενη περιοχή σε τμήματα τα οποία διανοίγονται σε διαφορετικά στάδια. Η συνοριακή αυτή γραμμή εμφανίζεται στην οθόνη του H/Y με κίτρινο χρώμα και η διακριτοποίησή της γίνεται με αντίστοιχη εντολή *Discretize* όπως και για οποιοδήποτε άλλο είδος συνόρου.

- Εισαγωγή συστημάτων υποστήριξης με την μορφή αγκυρίων βράχου (*Rock Bolts*)

Στο *Phases* το μοναδικό σύστημα υποστήριξης, για το οποίο υπάρχουν προδιαγραφές και τεχνικές παράμετροι είναι τα αγκύρια βράχου, ενώ οποιοσδήποτε άλλος τύπος σημειακής ή κατανεμημένης υποστήριξης προσομοιάζεται με την εισαγωγή κατάλληλων εσωτερικών συνοριακών συνθηκών, χωρίς την εισαγωγή ιδιαίτερων προδιαγραφών και παραμέτρων.

Για να εισαχθούν τα αγκύρια στον σχεδιασμό του μοντέλου, εκτελείται η εντολή *Bolts* από το υπομενού εντολών *FE Region*.

Στο υπομενού εντολών που αντιστοιχεί στην επιλογή Bolts, υπάρχουν οι εντολές:

- *Bolt Geom*
- *Fully Bonded*
- *End Anchored*
- *Instal Delay*

Με την εντολή Bolt Geom καθορίζεται η γεωμετρική κατανομή της τοποθέτησης των αγκυρίων σύμφωνα με τα στοιχεία του πίνακα που παρουσιάζεται στο Σχ. 42 και τα οποία αφορούν την γεωμετρία τοποθέτησης των αγκυρίων (Installation Type) για τον οποίο υπάρχουν δύο δυνατότητες:

- Σημειακή Τοποθέτηση (*Spot Bolting*)
- Κατανεμημένη Τοποθέτηση (*Pattern Bolting*)

Στην πρώτη περίπτωση, η Τοποθέτηση των αγκυρίων γίνεται σε συγκεκριμένα σημεία της περιμέτρου εκσκαφής, με μήκος που καθορίζεται άμεσα κατά τον σχεδιασμό του άξονα αγκύρωσης στο συγκεκριμένο σημείο. Στην δεύτερη περίπτωση, η Τοποθέτηση των αγκυρίων γίνεται αυτόματα σε προεπιλεγμένο τμήμα της περιμέτρου εκσκαφής (ή και σε όλη την περίμετρο), όποτε σε αυτή την περίπτωση προκαθορίζεται το μήκος των αγκυρίων L (*Bolt Length*), η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων αγκύρωσης στο επίπεδο ανάλυσης Oxy (*In-Plane Spacing*) και ο τρόπος προσανατολισμού των αγκυρίων σε σχέση με το σύνορο της εκσκαφής για τον οποίο υπάρχουν δύο δυνατότητες:

- Ακτινική αγκύρωση (*Radial*)
- Αγκύρωση κάθετα στο σύνορο της εκσκαφής (*Normal to Excavation*)

BOLT GEOMETRY	
Installation Type	Pattern Bolting
PATTERN BOLTING INFO	
Bolt Length (m)	?
In-plane Spacing (m)	2
Pattern Type	Normal to Excavation
Save [ALT-S] Abort [ALT-A]	

Σχ. Π.15: Τρόπος καθορισμού της γεωμετρίας αγκύρωσης περιμετρικά της εκσκαφής

Με την εντολή *Instal Delay* καθορίζεται η μέγιστη τιμή της υπολειμματικής πίεσης υποστήριξης, ως ποσοστό της συνολικής εξωτερικής φόρτισης και ουσιαστικά καθορίζει το σημείο ολοκλήρωσης της υποστήριξης σε σχέση με την θέση του μετώπου εκσκαφής στον Oz-άξονα. Η τιμή αυτή, προκύπτει από το σημείο τομής της καμπύλης χαλάρωσης του πετρώματος, με την χαρακτηριστική καμπύλη αντίδρασης του συστήματος υποστήριξης (στη συγκεκριμένη περίπτωση του αγκυρίου) που στην ουσία δίνει τις τιμές ισορροπίας μεταξύ πετρώματος και υποστήριξης για την φόρτιση και την μετατόπιση.

Η ενεργοποίηση της διαδικασίας σχεδιασμού των αγκυρίων, γίνεται με την εκτέλεση των εντολών *Fully Bonded* ή *End Anchored*. Η διαφορά που υπάρχει μεταξύ των δύο αυτών εντολών, είναι ως προς τον τρόπο πρόσφυσης των αγκυρίων με το περιβάλλον πέτρωμα, η οποία μπορεί να είναι συνεχής (δηλαδή καθ' όλο το μήκος του αγκυρίου) όταν εκτελείται η εντολή *Fully Bonded* ή ασυνεχής (δηλαδή πρόσφυση υπάρχει μόνο στην πλάκα έδρασης και στο διαστελλόμενο άκρο του αγκυρίου) όταν εκτελείται η εντολή *End Anchored*. Είναι προφανές ότι ο τρόπος πρόσφυσης των αγκυρίων με το περιβάλλον πέτρωμα, επηρεάζει τον τρόπο υπολογισμού της κατανομής των φορτίων στα αγκύρια. Συνοπτικά η σειρά εντολών που εκτελείται για την εισαγωγή των αγκυρίων είναι η εξής:

FE Region→*Bolts*→*Bolt Geom*→*Instal Delay*→ *Fully Bonded* ή *End Anchored*

- Καθορισμός των τεχνικών προδιαγραφών των αγκυρίων

Η εισαγωγή των τεχνικών παραμέτρων των αγκυρίων είναι παρόμοια με την διαδικασία που ακολουθείται και στην περίπτωση του καθορισμού των μηχανικών χαρακτηριστικών του περιβάλλοντος πετρώματος εκτελώντας την εντολή *DefineBolts* από το υπομενού εντολών *Properties*. Οι παράμετροι που καθορίζονται στην περίπτωση των αγκυρίων είναι οι εξής (βλ. και Σχ. 43).

- Όνομα αγκυρίου (*Bolt Name*)
- Διάμετρος αγκυρίου *d* (*Bolt Diameter*)
- Μέτρο Ελαστικότητας *E* (*Bolt Modulus*)
- Μέγιστη φέρουσα ικανότητα (*Peak Capacity*)
- Ελάχιστη φέρουσα ικανότητα (*Residual capacity*)
- Φορτίο προέντασης (*Pre-Tensioning*)
- Αξονική απόσταση αγκύρωσης (*Out- of-Plane spacing*)

BOLT TABLE	
BOLT TYPE 1	
Bolt Name	: ?
BOLT PROPERTIES	
Bolt Diameter (mm)	: 20
Bolt Modulus, E (MPa)	: 200000
Peak Capacity (MN)	: 0.1
Residual Capacity (MN)	: 0.01
Pre-Tensioning (MN)	: 0
Out-of-plane spacing (m)	: 1
Next [ALT-N] Exit [ALT-E]	

Σχ. Π.15: Τρόπος καθορισμού των προδιαγραφών αγκύρωσης

Ο συνδυασμός των παραπάνω παραμέτρων καθορίζει την καμπύλη αντίδρασης του αγκυρίου, την ακαμψία και την αδράνεια του συστήματος υποστήριξης ως προς την ικανότητα παραλαβής φορτίων και παραμορφώσεων. Η κλίση της καμπύλης αντί-

δρασης καθορίζεται άμεσα από τον συντελεστή ακαμψίας του κοχλία ο οποίος ορίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$k = \frac{\pi d^2 E}{4L}$$

Η παραπάνω εξίσωση δίνει την κλίση της ελαστικής καμπύλης αντίδρασης του κύριου στελέχους ενός αγκυρίου (ακαμψία κοχλία) σε διάγραμμα φορτίου-επιμήκυνσης. Η τελική κλίση της καμπύλης αντίδρασης του αγκυρίου προκύπτει προσθέτοντας στην παραπάνω εξίσωση τον όρο $1/Q$. Η σταθερά Q είναι η «*Σταθερά Δύναμης – Επιμήκυνσης*» για το αγκυρούμενο άκρο, και την κεφαλή του κοχλία και προσδιορίζεται από πειραματικές καμπύλες εξόλκευσης κοχλιών όπως αυτή του Σχ.3.20. Το Q προκύπτει από την διαφορά κλίσης μεταξύ της καμπύλης ελαστικής απόκρισης του κυρίως στελέχους, από την ολική πειραματική καμπύλη, με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$Q = \frac{(u_2 - u_{cb2}) - (u_1 - u_{cb1})}{T_1 - T_2}$$

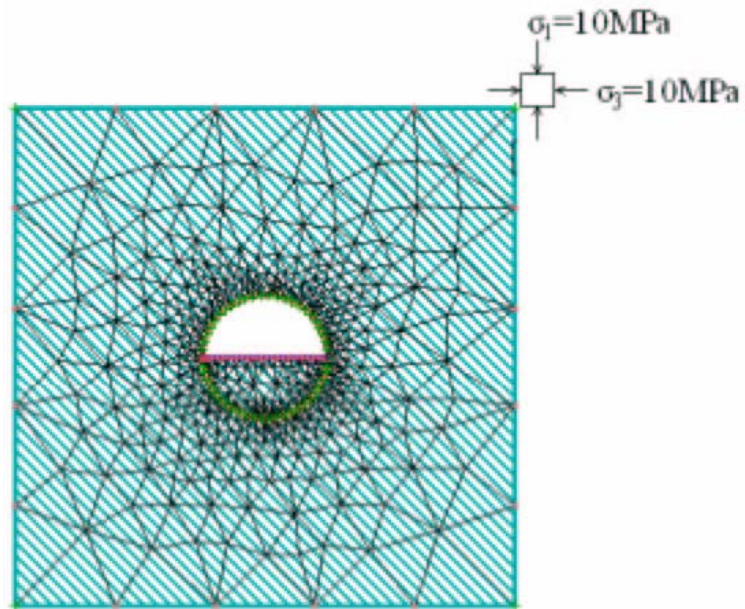
Μετά την ολοκλήρωση του σχεδιασμού της εκσκαφής και της τοποθέτησης των αγκυρίων, ακολουθεί η διακριτοποίηση της περιοχής μελέτης σε πεπερασμένα στοιχεία, με την εκτέλεση της εντολής *Mesh* από το υπομενού εντολών *Boundaries*. Σε περίπτωση που το μοντέλο έχει ορισθεί ως πολυσταδιακό, η διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία γίνεται σε όλη την περιοχή που περικλείεται από το υβριδικό σύνορο συμπεριλαμβανομένου και του τμήματος που περικλείει το σύνορο της εκσκαφής. Αυτό σημαίνει ότι αρχικά, στο τμήμα αυτό θεωρείται ότι υπάρχει πέτρωμα το οποίο μπορεί να αφαιρεθεί δευτερογενώς με την διαδικασία *Excavated* της εντολής *Locate Materials*. Η εντολή αυτή εκτελείται για κάθε στάδιο ξεχωριστά και αφαιρεί τμήματα της εκσκαφής που περικλείονται μεταξύ του συνόρου εκσκαφής και ενός συνόρου σταδίου (*Stage Boundary*). Αντίστοιχη εντολή για τα αγκύρια είναι η εντολή *Not Installed*, με την εκτέλεση της οποίας, αφαιρούνται αγκύρια από τα σημεία της περιφέρειας της εκσκαφής, για τα οποία δεν προβλέπεται αγκύρωση σε ένα συγκεκριμένο στάδιο.

Η εκτέλεση του υπολογιστικού αλγόριθμου γίνεται αυτόματα με την εντολή *Compute* και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων γίνεται ανά στάδιο με την εντολή *Interpret*.

Παράδειγμα-2: Προσομοίωμα Πολυσταδιακής Εκσκαφής Σήραγγας Κυκλικής και τοποθέτησης αγκυρίων.

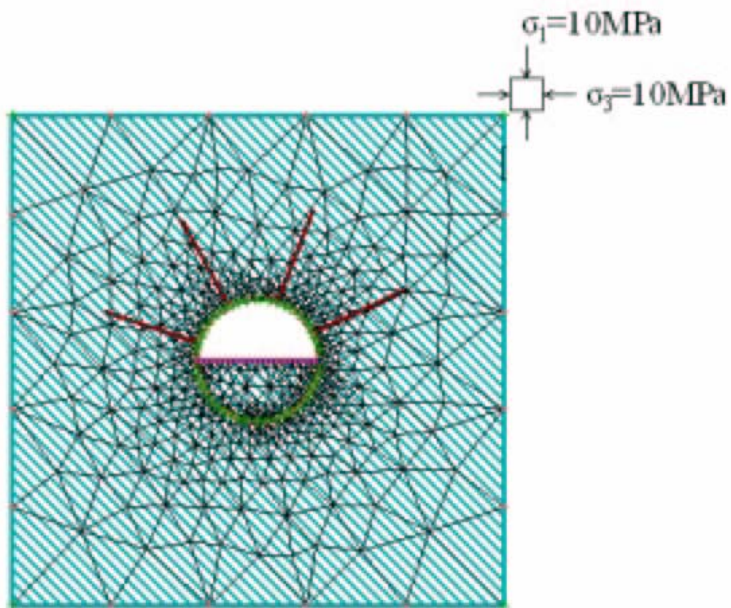
Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ανάπτυξης προσομοιώματος σταδιακής διάνοιξης σήραγγας της κυκλικής διατομής που περιγράφεται στο παράδειγμα-1:

Στάδιο 1ο: Διάνοιξη του άνω μισού της σήραγγας



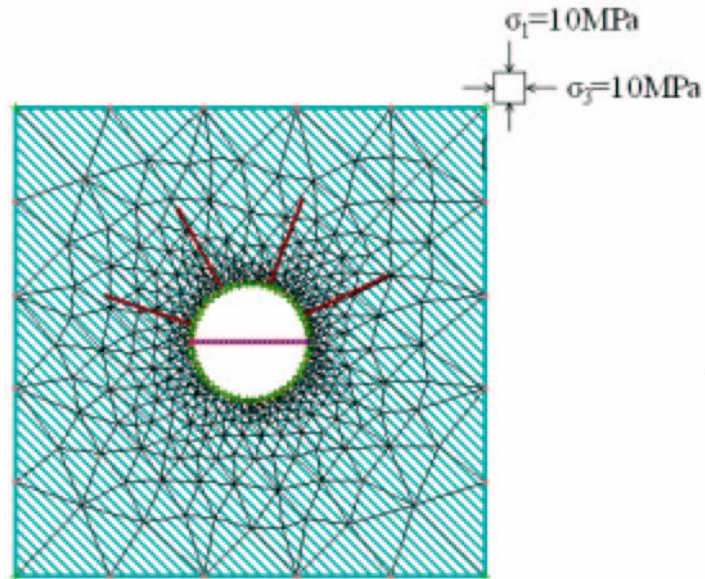
Σχ. Π.16: Πρώτο στάδιο εκσκαφής της σήραγγας

Στάδιο 2ο : Τοποθέτηση αγκυριών τύπου 5 στην οροφή και τα πλαϊνά τοιχώματα της εκσκαφής.



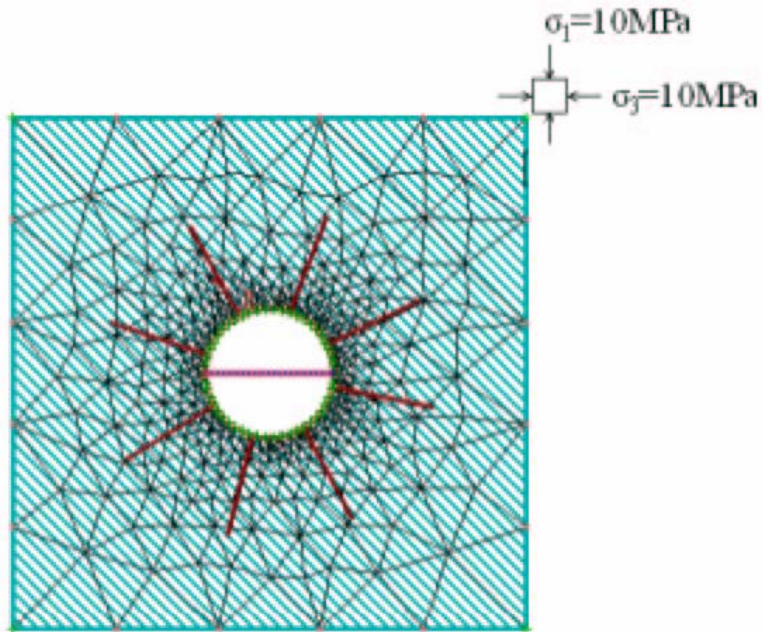
Σχ. Π.16: Τοποθέτηση αγκυριών μετά το πρώτο στάδιο εκσκαφής.

Στάδιο 3ο : Διάνοιξη του κάτω μισού της σήραγγας



Σχ. Π 17: Τρίτο στάδιο κατασκευής της σήραγγας μετά την ολοκλήρωση των δύο πρώτων σταδίων.

Στάδιο 4ο : Ολοκλήρωση των έργων προσωρινής υποστήριξης, με την τοποθέτηση αγκυρίων τύπου 5 στο δάπεδο και τα πλαϊνά τοιχώματα.



Σχ. Π .18 : Τελικό στάδιο κατασκευής της σήραγγας.

Προδιαγραφές αγκύρωσης:

Γεωμετρία τοποθέτησης των αγκυρίων:

Απόσταση αγκυρίων κατά την περιφέρεια της σήραγγας: 2m

Απόσταση κατά τον άξονα της σήραγγας: 2m

Τρόπος αγκύρωσης: Κατανεμημένη τοποθέτηση, με αγκύρια κάθετα στην περιφέρεια της σήραγγας και σε πλήρη πρόσφυση με το περιβάλλον πέτρωμα.

Τεχνικές παράμετροι αγκυρίων:

Μήκος αγκυρίων : 4 m

Διάμετρος αγκυρίων: 19mm

Μέτρο ελαστικότητας κοχλία: 200000 MPa

Φέρουσα ικανότητα: 0,1 MN (100KN)

Οριακή τιμή εσωτερικής πίεσης για την τοποθέτηση των αγκυρίων : 30% επί της συνολικής εξωτερικής φόρτισης.

Παράρτημα Β:
Ανάλυση αστοχίας σηράγγων με τη μέθοδο των
πεπερασμένων στοιχείων

Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Η κατασκευή τεχνικών έργων, όπως η όρυξη σηράγγων, η εκσκαφή πρανών, επιχωμάτων κλπ., εμφανίζεται σχεδόν παράλληλα με την γέννηση του ανθρώπινου πολιτισμού. Με την εξέλιξη της τεχνολογίας ανά τους αιώνες, αυξήθηκε και η πολυπλοκότητα των έργων. Η διαδικασία κατασκευής υπόγειων ανοιγμάτων, για παράδειγμα, ξεκίνησε από την εποχή που ο άνθρωπος έφτιαξε τα πρώτα του εργαλεία και άρχισε την εκσκαφή σπηλαίων για να κατοικήσει. Στην σημερινή εποχή, οι σήραγγες, μήκους χιλιομέτρων, αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι των γεωτεχνικών κατασκευών, είτε πρόκειται για σήραγγες που χρησιμοποιούνται σε οδικά και σιδηροδρομικά δίκτυα, είτε πρόκειται για έργα προσπέλασης και εκμετάλλευσης υπόγειων κοιτασμάτων.

Ωστόσο, η διατάραξη της συνέχειας των γεωϋλικών, προκαλεί μεταβολές στο εντατικό πεδίο των δυνάμεων, των τάσεων και των παραμορφώσεων στα περιβάλλοντα της κατασκευής πετρώματα. Για την ασφαλή κατασκευή και την εύρωστη λειτουργία τέτοιων έργων, θα πρέπει οι μηχανικοί που ασχολούνται με το έργο να γνωρίζουν το εντατικοπαραμορφωσιακό πεδίο γύρω από αυτό πριν, κατά την διάρκεια και μετά την κατασκευή αυτού. Για την κατανόηση των φαινομένων αυτών, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των δυνάμεων, των τάσεων, των μετατοπίσεων καθώς και των ανηγμένων παραμορφώσεων σε φυσικά υλικά κάτω από δεδομένες συνθήκες. Η γνώση των παραμέτρων αυτών των γεωυλικών μπορεί να οδηγήσει στο βέλτιστο αποτέλεσμα όχι μόνο από πλευράς ασφάλειας, αλλά και από πλευράς μείωσης του κόστους σε επιτρεπτά επίπεδα.

Ιδιαίτερα στον τομέα της όρυξης σηράγγων (διαμερή ανοίγματα) και στοών (τυφλά ανοίγματα), η επαρκής γνώση του εντατικού πεδίου βοηθάει σημαντικά στην αποτροπή μεγάλων κινδύνων τόσο στην φάση της διάνοιξης, όσο και στην συνέχεια κατά την χρήση αυτών.

Σημαντικό εργαλείο για την παρατήρηση και την καλύτερη δυνατή ανάπτυξη των γεωτεχνικών έργων και δή των σηράγγων, αποτελούν οι διάφορες αριθμητικές μέθοδοι προσεγγιστικής επίλυσης μοντέλων που θα αναπτυχθούν στα επόμενα κεφάλαια.

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η κατασκευή ενός κώδικα στο περιβάλλον του προγράμματος Matlab για την μελέτη της εντατικοπαραμορφωσιακής κατάστασης αβαθούς σήραγγας με την βοήθεια της αριθμητικής μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Στα επόμενα κεφάλαια αναπτύσσεται η θεωρία της ελαστικής συμπεριφοράς των γεωϋλικών στα οποία πραγματοποιείται η διάνοιξη της σήραγγας, η θεωρία της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, η διαδικασία κατασκευής ενός κώδικα πεπερασμένων στοιχείων στο MATLAB, τα αποτελέσματα της εφαρμογής του κώδικα και η σύγκριση αυτών με το πρόγραμμα PHASES, καθώς και κάποια συμπεράσματα και προτάσεις που προέκυψαν από την μελέτη του προβλήματος.

Καταστατικές εξισώσεις των γεωυλικών

Θεωρείται ότι η εδαφοβραχώμαζα συμπεριφέρεται ως συνεχές μέσο. Όταν το συνεχές μέσο υποβάλλεται σε φόρτιση δυνάμεων η εντατική του κατάσταση μεταβάλλεται.

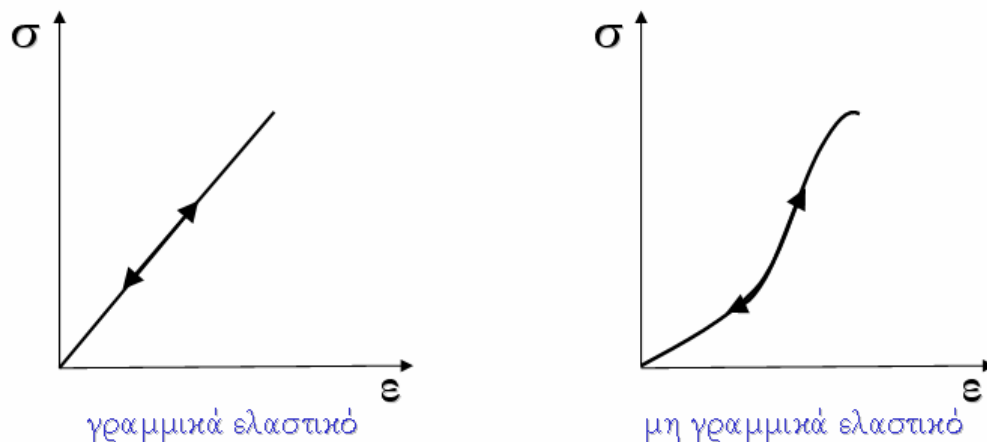
Οι σχέσεις που συνδέουν το αίτιο (δύναμη) με το αποτέλεσμα (παραμόρφωση), κατά την φόρτιση ενός συνεχούς σώματος, είναι, συνήθως, χρονικά ανεξάρτητες, αναφέρονται δε και ως εξισώσεις τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης και είναι της γενικής μορφής :

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}) \quad [2.1]$$

Λόγω της πολυπλοκότητας των γεωυλικών και του τρόπου αντίδρασης τών σε επιβολή δυνάμεων, η μελέτη της εντατικοπαραμορφωσιακής κατάστασης αυτών μπορεί να γίνει με υπέρθεση διαφόρων πρότυπων (μοντέλων) ανάλογα με την περιοχή τάσεων – παραμορφώσεων που μελετάται. Η πολυπλοκότητα αυτή των γεωυλικών οφείλεται στην ύπαρξη ανισοτροπίας και ανομοιογένειας μέσα στο ίδιο υλικό. Στα πλαίσια της παρούσας μελέτης τα γεωυλικά θεωρούνται ομογενή και ισότροπα στον χώρο. Σε κάθε μορφή συμπεριφοράς υλικού αντιστοιχούν διαφορετικές καταστατικές εξισώσεις.

Οι καταστατικές εξισώσεις που διέπουν τον τρόπο συμπεριφοράς των υλικών απλοποιούνται σε ορισμένες περιπτώσεις με την εισαγωγή ορισμένων παραδοχών, ή / και μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά. Τα μοντέλα που κατασκευάζονται για να περιγράψουν ένα γεωυλικό μπορούν να είναι γραμμικά ή μη γραμμικά, ανάλογα με το αν η καταστατική εξίσωση που τα διέπει είναι γραμμική ή μη γραμμική.

Τα περισσότερα των προβλημάτων, μπορούν να προσομοιωθούν ως γραμμικά αν θεωρήσουμε ότι έχουν γραμμική φυσική συμπεριφορά. Στην πραγματικότητα, όμως, όλα σχεδόν τα προβλήματα που υπάρχουν είναι μη γραμμικά. Η διαφορά μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής επίλυσης κάποιου προβλήματος, καθορίζει κατά πόσο η επιλογή της πρώτης, μπορεί να δώσει σωστά αποτελέσματα για το πρόβλημα ή όχι. Όταν η απόκλιση μεταξύ των δυο λύσεων είναι μικρή, τότε είναι δυνατή η επίλυση του προβλήματος σαν γραμμικό. Πολλές φορές όμως, το πρόβλημα είναι έντονα μη γραμμικό και κατά συνέπεια, η επίλυσή του με γραμμικά μοντέλα δεν είναι εφικτή. Τυπικές γραφικές παραστάσεις των σχέσεων τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης για γραμμικά και μη γραμμικά ελαστικά παρουσιάζονται στο σχήμα 2.1 :



Σχήμα 2.1 : Γραφικές παραστάσεις για διάφορες περιπτώσεις συμπεριφοράς των γεωυλικών^[19]

Στην συνέχεια, και πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση των καταστατικών εξισώσεων που διέπουν την γραμμική ελαστική συμπεριφορά των υλικών, χρειάζεται να δωθούν πρώτα οι ορισμοί της τάσης και της παραμόρφωσης, καθόσον αποτελούν βασικούς όρους των εξισώσεων αυτών.

Ορισμός της τάσης

Η τάση (stress) είναι το κύριο μέγεθος που χρησιμοποιείται για την ανάλυση της εντατικής κατάστασης ενός σώματος. Η έννοια της μέγιστης δυνατής τάσης εκφράζει ένα μέτρο αντοχής ενός σώματος για δεδομένη καταπόνηση^[19]. Η τάση εκφράζεται από τον λόγο της δύναμης (f) που ασκείται σε μια επιφάνεια προς το εμβαδό της επιφάνειας αυτής (A) :

$$\sigma = \frac{f}{A}, [Pa = 1 \frac{N}{m^2} = 1 \frac{kg}{cm^2}] \quad [2.2]$$

Οι μονάδες της τάσης είναι μονάδες πίεσης. Στο μετρικό σύστημα η τάση εκφράζεται σε μονάδες Pascal (βλ. εξίσωση 2.2). Κατα το παρελθόν, η συνήθης μετρική έκφραση της τάσης ήταν σε kg/cm^2 (βλ. εξίσ. 2.2).

Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος, άρα και η τάση είναι επίσης διανυσματικό μέγεθος (σ_{ij}). Αναλύεται στην κάθετη (ορθή ή κάθετη τάση) και την οριζόντια συνιστώσα (διατμητική τάση).

Τανυστής των τάσεων

Οι τάσεις που ασκούνται σε ένα σημείο ενός σώματος εκφράζονται από τον τανυστή των τάσεων (stress tensor). Ο τανυστής των τάσεων συμβολίζεται με σ_{ij} , αποτελείται δε, από εννέα συνιστώσες.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad [2.3]$$

Τα διαγώνια στοιχεία του τανυστή ($i = j$) αποτελούν τις ορθές τάσεις (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz}) και είναι θετικές όταν είναι εφελκυστικές. Για να είναι το σώμα σε ισορροπία θα πρέπει οι υπόλοιποι όροι του τανυστή ($i \neq j$) να είναι ίσοι :

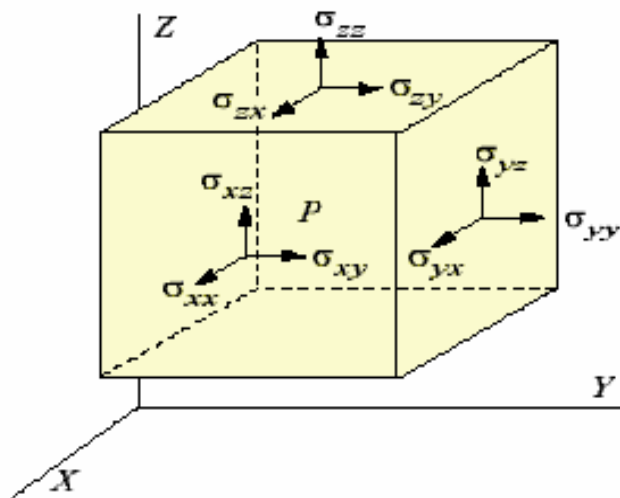
$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad [2.4]$$

Οι συνιστώσες του τανυστή τάσης θα πρέπει επίσης να ικανοποιούν τις συνθήκες ισορροπίας :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + \beta_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + \beta_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \beta_z &= 0 \end{aligned} \quad [2.5]$$

όπου οι όροι β_x , β_y , β_z είναι δυνάμεις, οι οποίες είναι γνωστές για κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα. Οι εξισώσεις (2.5) είναι εξισώσεις ισορροπίας. Από τις εννέα συνιστώσες που έχει ο τανυστής τάσης (βλ. σχ. 2.2) μόνο έξι από αυτές είναι ανεξάρτητες :

$$\begin{aligned} &\sigma_{xx} \\ &\sigma_{yy} \\ &\sigma_{zz} \\ &\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\ &\sigma_{xz} = \sigma_{zx} \\ &\sigma_{yz} = \sigma_{zy} \end{aligned} \quad [2.6]$$



Σχήμα 2.2 : Συνιστώσες του τανυστή τάσεως Cauchy^[21].

Ορισμός της ανηγμένης παραμόρφωσης

Η έννοια της ανηγμένης παραμόρφωσης (strain) χρησιμοποιείται για να διευκρινίσει τον τρόπο με τον οποίο ένα στερεό, συνεχές σώμα παραμορφώνεται όταν υποβάλλεται σε ένα εντατικό πεδίο.

Η ανηγμένη παραμόρφωση αντιπροσωπεύει μια αλλαγή της γεωμετρίας και εμφανίζεται όταν διάφορα σημεία στο σώμα μετατοπίζονται το ένα σε σχέση με το άλλο (βλ. εξ. 2.7). Η παραμόρφωση ενός σώματος χαρακτηρίζεται από δύο τύπους παραμορφώσεων, των ορθών και των διατμητικών. Η ορθή παραμόρφωση αντιπροσωπεύει τον λόγο της αλλαγής του μήκους ενός μικρού γραμμικού στοιχείου προς το μήκος του, δηλαδή είναι ένα αδιάστατο μέγεθος. Η διατμητική παραμόρφωση δίδεται με την αλλαγή της γωνίας (σε ακτίνια - rad) μεταξύ δύο μικρών γραμμικών στοιχείων που ήταν αρχικά κάθετα μεταξύ τους.

$$\varepsilon = \frac{l_a - l_r}{l_r} \quad [2.7]$$

όπου,

- ε είναι η γραμμική ανηγμένη παραμόρφωση
- l_a είναι η αρχική απόσταση μεταξύ δυο σημείων
- l_r είναι η τελική απόσταση μεταξύ των δυο σημείων

Στα περισσότερα προβλήματα εφαρμοσμένης μηχανικής, οι παραμορφώσεις είναι πολύ μικρές ποσότητες.

Τανυστής των παραμορφώσεων

Η κατάσταση της παραμόρφωσης σε ένα σημείο ενός σώματος ορίζεται από τον τα-

νυστή των τροπών (strain tensor). Ο τανυστής των τροπών συμβολίζεται με ε_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad [2.8]$$

και καθορίζεται από τις μετατοπίσεις $u_i=(u_x, u_y, u_z)$, με την παραδοχή απειροστών τροπών :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad [2.9]$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad [2.10]$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}, \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}, \quad \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} \quad [2.11]$$

Γραμμική Ελαστικότητα (Νόμος του Hooke)

Όταν σε ένα σώμα ασκούνται τάσεις, τότε η εντατικοπαραμορφωσιακή του κατάσταση μεταβάλλεται. Όταν αφαιρεθούν οι τάσεις που ασκούνται σε αυτό και το σώμα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση, τότε παρουσιάζει ελαστική συμπεριφορά.

Η κλασική θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας είναι βασισμένη σε μια γενίκευση του νόμου του Hooke, η οποία αρχικά διατυπώθηκε για ένα ελατήριο. Ο νόμος αυτός αποκαλείται γενικευμένος νόμος του Hooke και διατυπώνει ότι σε κάθε σημείο ενός τρισδιάστατου, γραμμικά ελαστικού σώματος οι έξι όροι του τανυστή τάσης, σ_{ij} , συσχετίζονται γραμμικά με τους έξι αντίστοιχους όρους του τανυστή των τροπών ε_{ij} . Οι σταθερές αναλογίας που σχετίζουν τις δυο παραμέτρους, αφορούν τις ιδιότητες του υλικού, και είναι^[19] :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \times \varepsilon_{kl} \quad [2.12]$$

όπου, ο C είναι ένας τανυστής τέταρτης τάξης με 81 όρους. Επειδή όμως οι όροι σ_{ij} και ε_{ij} είναι συμμετρικοί τανυστές δεύτερης τάξης, από τους 81 όρους του τανυστή μόλις 36 είναι διαφορετικοί μεταξύ τους. Όλοι οι όροι του τανυστή C μπορούν να εκφραστούν ως συνάρτηση των ελαστικών σταθερών του Lamé (λ, μ), στην περίπτωση ενός ομογενούς και ισότροπου υλικού. Υπάρχουν άλλες τρεις ελαστικές σταθερές που χρησιμοποιούνται και σχετίζονται με τις δύο αυτές παραμέτρους. Αυτές είναι :

- Το E είναι το μέτρο ελαστικότητας του Young (Young's modulus)
- Το ν είναι ο λόγος του Poisson (Poisson's ratio)
- Το G είναι το μέτρο διάτμησης ή μέτρο ακαμψίας (shear modulus)
- Το K είναι το μέτρο συμπίεσης (bulk modulus)

Το μέτρο ελαστικότητας του Young εκφράζει την αντίσταση στην παραμόρφωση ενός υλικού, όμοια με την αντίσταση ενός ελατηρίου που συμπιέζεται ή εκτείνεται. Στην γενική περίπτωση ορίζεται από την κλίση της τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης και έχει διαστάσεις τάσης :

$$E = \frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G} \quad [2.13]$$

Ο λόγος του Poisson εκφράζει την πλευρική παραμόρφωση ενός υλικού, λόγω καταπόνησης σε μια διεύθυνση^[19]. Ορίζεται από τον λόγο της εγκάρσιας ($-\varepsilon_x$) προς την αξονική ($+\varepsilon_y$) ανηγμένη παραμόρφωση, είναι αδιάστατος αριθμός και κυμαίνεται από $-1 < \nu < 0.5$:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad [2.14]$$

Τα μέτρα λ , G , K σχετίζονται με τα E και ν βάσει των ακόλουθων σχέσεων :

$$\lambda = \frac{\nu \times E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad [2.15]$$

Έτσι, μπορούν να περιγραφούν οι σχέσεις μεταξύ τάσεων - παραμορφώσεων για ένα γραμμικά ελαστικό και ισότροπο υλικό :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu \times (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu \times (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu \times (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2G} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2G} \sigma_{xz} \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2G} \sigma_{yz} \end{aligned} \quad [2.16]$$

Μπορεί να φανεί στις τρεις πρώτες, από αυτές τις εξισώσεις, ότι η τιμή του μέτρου του Young, E , καθορίζει την τιμή της ορθής παραμόρφωσης στην κατεύθυνση μιας εφαρμοσμένης ορθής τάσης. Εάν $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$, η πρώτη εκ των εξισώσεων θα δίνει την απλοποιημένη μορφή του νόμου του Hooke :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} \quad [2.17]$$

Ομοίως, ο λόγος του Poisson καθορίζει την τιμή της παραμόρφωσης σε διευθύνσεις κάθετες της ασκούμενης τάσης. Έτσι εάν ισχύει $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$, τότε:

$$\varepsilon_{yy} = -\nu \frac{\sigma_{xx}}{E} = -\nu \varepsilon_{xx}, \quad \varepsilon_{zz} = -\nu \frac{\sigma_{xx}}{E} = -\nu \varepsilon_{xx}. \quad [2.18]$$

Οι τελευταίες τρεις σχέσεις από τις (2.16) δείχνουν ότι οι ορθές τάσεις δεν παράγουν καμία διατμητική παραμόρφωση, έτσι και οι τρεις πρώτες δείχνουν ότι οι διατμητικές τάσεις δεν παράγουν καμία ορθή παραμόρφωση. Επιπλέον, οι διατμητικές τάσεις (και παραμορφώσεις) είναι όλες ανεξάρτητες μεταξύ τους και συνδέονται οι διατμητικές τάσεις με τις αντίστοιχες παραμορφώσεις με το μέτρο G .

Από τις σχέσεις 2.16 εάν είναι γνωστές οι παραμορφώσεις και ζητούνται οι τάσεις προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu) \varepsilon_{xx} + \nu (\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})] \\ \sigma_{yy} &= \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu) \varepsilon_{yy} + \nu (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})] \\ \sigma_{zz} &= \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu) \varepsilon_{zz} + \nu (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})] \\ \sigma_{xy} &= 2G \varepsilon_{xy} \\ \sigma_{xz} &= 2G \varepsilon_{xz} \\ \sigma_{yz} &= 2G \varepsilon_{yz} \end{aligned} \quad [2.19]$$

Θεώρηση της επίπεδης ελαστικότητας

Στο μοντέλο της επίπεδης ελαστικότητας η τρίτη διάσταση θεωρείται είτε πολύ μικρή (οπότε γίνεται θεώρηση επίπεδης τάσης - plane stress), είτε πολύ μεγάλη (οπότε γίνεται θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης - plane strain), σε σχέση με τις άλλες δυο διαστάσεις του προβλήματος^[15]. Γίνεται, ακόμη, η παραδοχή ότι το υλικό είναι ομοιόμορφο κατά την τρίτη διάσταση του.

Έτσι, αν υπάρχουν επιβαλλόμενες δυνάμεις (loading), η φόρτιση είναι ομοιόμορφη κατά την τρίτη διάσταση και δεν υπάρχουν τροποποιήσεις στο εντατικοπαραμορφωσιακό πεδίο στην τρίτη διάσταση. Πιο συγκεκριμένα, για προβλήματα με θεώρηση επίπεδης τάσης ισχύουν οι παραδοχές :

$$\sigma_{xz} = 0 \quad \sigma_{yz} = 0 \quad \sigma_z = 0 \quad [2.20]$$

ενώ σε προβλήματα με θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης ισχύουν οι παραδοχές :

$$\varepsilon_{xz} = 0 \quad \varepsilon_{yz} = 0 \quad \varepsilon_z = 0 \quad [2.21]$$

Σχέσεις παραμόρφωσης – μετατόπισης

Για απειροστές παραμορφώσεις ισχύουν οι σχέσεις :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} \quad 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \quad [2.22]$$

Σχέσεις τάσης – παραμόρφωσης

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad [2.23]$$

όπου c_{ij} ($c_{ji} = c_{ij}$) είναι σταθερές ενός ορθότροπου μέσου. Οι σταθερές αυτές μπορούν να εκφραστούν μέσω των παραμέτρων E , ν και G του υλικού όπου, ανάλογα με την προαναφερθήσα θεώρηση, θα ισχύουν οι σχέσεις :

- για επίπεδη τάση (plane stress)

$$c_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad c_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad c_{12} = \nu \times c_{11} = \nu \times c_{22}, \quad c_{33} = G \quad [2.24]$$

- για επίπεδη παραμόρφωση (plane strain) ($\nu_{23} = \nu_{12}$)

$$c_{11} = \frac{E(1-\nu)}{1-\nu-2\nu^2}, \quad c_{22} = \frac{E(1-\nu^2)}{(1+\nu)(1-\nu-2\nu^2)}, \quad c_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu-2\nu^2}, \quad c_{33} = G \quad [2.25]$$

για ένα ισότροπο υλικό ισχύουν οι εξής παραδοχές :

$$E = E_1 = E_2, \quad \nu = \nu_{12} = \nu_{21}, \quad c_{12} = c_{21}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [2.26]$$

Μητρώο ακαμψίας του υλικού

Το μητρώο ακαμψίας του υλικού προκύπτει από τις παραμέτρους E και ν . Τα στοιχεία που πληρούν τον πίνακα D εξαρτώνται από την θεώρηση της λύσης του προβλήματος με βάση την επίπεδη τάση ή την επίπεδη παραμόρφωση.

Στην περίπτωση θεώρησης της επίπεδης τάσης, για ορθότροπο υλικό δυο διαστάσεων, ο πίνακας D δίνεται από την εξίσωση (2.27), ενώ στην περίπτωση της επίπεδης παραμόρφωσης, για το ίδιο υλικό, ο πίνακας D δίνεται από την σχέση (2.28) :

$$[D] = \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad [2.27]$$

$$[D] = \left(\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right) \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad [2.28]$$

Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων γεωμηχανικής

Μέθοδοι προσεγγιστικής επίλυσης προβλημάτων πεδίου

Οι πρώτες, χρονικά, αριθμητικές τεχνικές πρόβλεψης και μελέτης των εντατικών καταστάσεων σε γεωτεχνικά έργα, χρησιμοποιούσαν μεθόδους οριακής ισορροπίας (limit equilibrium methods), οι οποίες και θεωρούνται προσεγγιστικές μέθοδοι (Lambe and Whitman, 1979).

Εν συνεχεία, χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι αναλυτικής επίλυσης (closed form solutions) των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τα σύνθετα αυτά φαινόμενα, εξετάζοντας την συμπεριφορά διακριτών τεμαχίων (π.χ. σφήνες πετρώματος σε πρανή) με βάση την ισορροπία τάσεων ή δυνάμεων.

Το κύριο μειονέκτημα των μεθόδων αυτών θεωρείται το γεγονός ότι, παρόλο που χρησιμοποιούν συνθήκες ισορροπίας δυνάμεων, δεν λαμβάνουν υπόψιν τις παραμορφώσεις των υλικών λόγω των δυνάμεων αυτών.

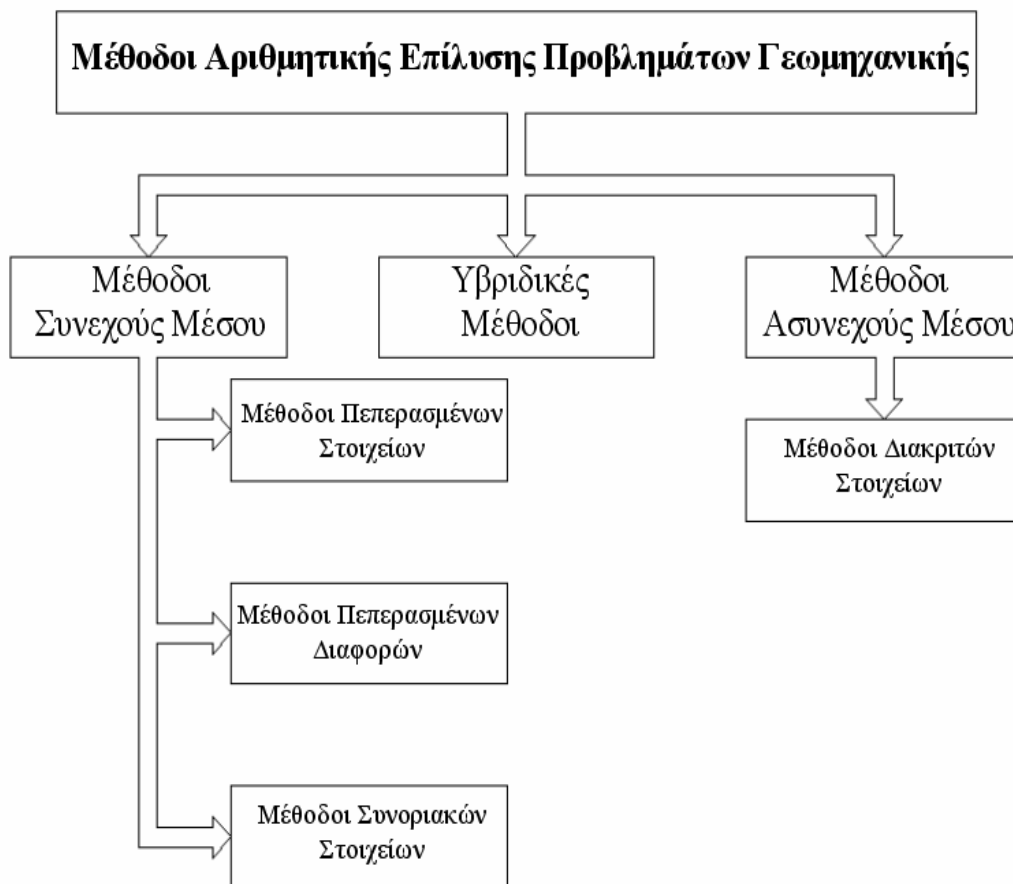
Οι πρώτες εφαρμογές αριθμητικών μεθόδων σε προβλήματα γεωμηχανικής εμφανίστηκαν αμέσως μετά την ανάπτυξη της αντίστοιχης μεθοδολογίας σε άλλα πεδία, όπως στην ρευστομηχανική, την μηχανική των πετρελαίων κλπ. Τα τελευταία χρόνια, η αλματώδης ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων, ταυτόχρονα με τη μείωση των τιμών τους, κάτι το οποίο τα καθιστά προσιτά, κατέστησε ευρεία την χρήση αριθμητικών μεθόδων επίλυσης σε προβλήματα ελέγχου συμπεριφοράς των γεωυλικών.

Οι αριθμητικές μέθοδοι αποτελούν πλέον ένα σημαντικό εργαλείο για τους μηχανικούς, αφενός μεν κατά τη φάση του σχεδιασμού, αφετέρου δε κατά τη φάση της εκτελέσεως ενός έργου, με ταυτόχρονη ικανότητα από το χρήστη να επεμβαίνει σε οποιαδήποτε φάση του έργου (στις σήραγγες, κατά τη φάση της εκσκαφής ή της υποστήριξης), με την προϋπόθεση ότι εφαρμόζεται σωστά, λαμβάνονται, δηλαδή, υπόψιν κατά περίπτωση οι δυνατότητες και οι περιορισμοί της κάθε μεθόδου.

Η αριθμητική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων ενός προβλήματος πεδίου με καθορισμένες συνοριακές συνθήκες έχει μία και μοναδική λύση. Πρέπει, όμως, σε κάθε περίπτωση να γίνεται μία ανάλυση ευαισθησίας (ή σταθερότητας) της μεθόδου, ούτως ώστε να εξασφαλίζεται ότι για μικρές διακυμάνσεις των παραμέτρων του προβλήματος δεν προκύπτουν μεγάλες διακυμάνσεις των υπολογιζόμενων μεγεθών.

Χαρακτηριστικά, αναφέρονται και περιγράφονται επιγραμματικά οι κυριότερες των αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων (βλ. σχ. 3.1)^[19] :

- μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (finite element method)
- μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (finite difference method)
- μέθοδος των συνοριακών στοιχείων (boundary element method)
- μέθοδος των διακριτών (ή διακεκριμένων) στοιχείων (distinct element method)
- υβριδικές μέθοδοι (hybrid methods), οι οποίες συνδυάζουν χαρακτηριστικά από δύο ή περισσότερες μεθόδους



Σχήμα 3.1 : Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων γεωμηχανικής

Μέθοδοι των Πεπερασμένων Στοιχείων (Μ.Π.Σ.)

Στις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων, το πεδίο (domain) το οποίο μελετάται, διαιρείται σε επιμέρους τμήματα καθορισμένης γεωμετρίας (στοιχεία). Τα στοιχεία αυτά, περαιτέρω ανάλυση των οποίων γίνεται στο επόμενο κεφάλαιο, είναι μονοδιάστατα, δισδιάστατα ή τρισδιάστατα. Ο αριθμός των διαστάσεων των στοιχείων αυτών είναι συνήθως αντίστοιχος με τον αριθμό των διαστάσεων του υπο μελέτη χωρίου (μονοδιάστατο, δισδιάστατο ή τρισδιάστατο πεδίο αντίστοιχα)..

Το κάθε στοιχείο αποτελείται από κόμβους. Η συμπεριφορά κάθε τμήματος περιγράφεται μέσα από διαφορικές εξισώσεις. Με την εξασφάλιση των απαιτήσεων συνέχειας και ισορροπίας μεταξύ των στοιχείων του πεδίου, υπάρχει μοναδική λύση στο γραμμικό σύστημα των εξισώσεων (Becker, 1992, Hoek et al., 1991).

Οι μέθοδοι Π.Σ. ανήκουν στις μεθόδους μεταβολών και περιλαμβάνουν την μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων (weighted residuals), κ.λ.π. Οι άγνωστες ζητούμενες ποσότητες υπολογίζονται στους κόμβους του κάναβου των πεπερασμένων στοιχείων και μέσω γραμμικών ή μη γραμμικών συναρτήσεων παρεμβολής υπολογίζονται στα υπολοιπά σημεία του μέσου. Σημειώνεται επίσης ότι οι Μ.Π.Σ. αποτελούν γενικότερες μεθόδους επίλυσης διαφορικών εξισώσεων.^[19]

Μέθοδοι των Πεπερασμένων Διαφορών (Μ.Π.Δ.)

Στις μεθόδους αυτές το υπο μελέτη πεδίο διαιρείται σε έναν κάναβο σημείων (κόμβων) ομοιόμορφο ως προς τις στοιχειώδεις διαστάσεις (αποστάσεις μεταξύ των κόμβων στις κύριες κατευθύνσεις του χώρου). Η διαφορική εξίσωση εκφράζεται βάσει της τιμής της συνάρτησης σε κάθε σημείο του κάναβου, καθώς και βάσει των παραγώγων της συνάρτησης γύρω από κάθε σημείο. Οι Μ.Π.Δ. διακρίνονται ανάλογα με τον τρόπο υπολογισμού των παραγώγων σε κάθε σημείο του κάναβου (forward, backward, κ.λ.π.). Οι ζητούμενες ποσότητες βρίσκονται σε κάθε σημείο του κάναβου με την επίλυση του αντίστοιχου συστήματος εξισώσεων, το οποίο προκύπτει από την διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων σε διακριτή μορφή στους κόμβους.

Μέθοδοι των Συνοριακών Στοιχείων (Μ.Σ.Σ.)

Στις μεθόδους αυτές το σύνορο κάθε ομοιογενούς περιοχής του χωρίου (boundary) διαιρείται σε γραμμικά ή επιφανειακά στοιχεία για δισδιάστατα και τρισδιάστατα προβλήματα αντίστοιχα. Συνεπώς, οι διαστάσεις του μοντέλου είναι μειωμένες κατά μια σε σχέση με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την διακριτοποίηση του χωρίου με πεπερασμένα στοιχεία. Οι μέθοδοι αυτοί εφαρμόζονται κυρίως για την επίλυση προβλημάτων με γραμμική συμπεριφορά των υλικών. Σε μη γραμμικές περιπτώσεις επιβάλλεται επιπλέον διακριτοποίηση του χώρου. Οι άγνωστες ποσότητες υπολογίζονται στο κέντρο βάρους κάθε συνοριακού στοιχείου και εν συνεχεία, με κατάλληλες σχέσεις υπολογίζονται στα εσωτερικά σημεία του μέσου. Οι Μ.Σ.Σ. ανήκουν στις ολοκληρωτικές μεθόδους και περιλαμβάνουν την άμεση, μική και έμμεση μέθοδο.

Μέθοδοι των Διακριτών Στοιχείων (Μ.Δ.Σ.)

Στις μεθόδους αυτές ο χώρος θεωρείται βασικά ασυνεχής και εξετάζονται μεταξύ άλλων οι κινητικές παράμετροι (γραμμικές και στροφικές) κάθε στοιχείου, η δυνατότητα μετατόπισης αυτού, οι τριβές μεταξύ γειτονικών στοιχείων βάσει κατάλληλων κριτηρίων, ενδεχομένως η δυνατότητα θραύσης στοιχείων, κ.λ.π.

Ξεχωριστά, κάθε μέθοδος έχει ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα (βλ.πιν 3.1) :

Πίνακας 3.1: Πλεονεκτήματα & Μειονεκτήματα των μεθόδων

Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων	Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων	Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών
Πλεονεκτήματα μεθόδων		
Μεγάλη ακρίβεια	Μεγάλη ακρίβεια	Εννοιολογική απλότητα
Ευκολία στην χρήση	Μικρότερες απαιτήσεις για υπολογιστική μνήμη	Απλούστερες εξισώσεις
Διαχείριση πολύπλοκων γεωμετριών	Μη παραγωγή περιττών πληροφοριών	Ευκολία στον προγραμματισμό
Δυνατότητα λύσης μη γραμμικών προβλημάτων	Εύκολια στον σχεδιασμό και την εισαγωγή της γεωμετρίας	Μεγάλη ταχύτητα εκτέλεσης
Ευρέως δοκιμασμένες προσεγγίσεις	Μείωση των διαστάσεων του προβλήματος	-
Ακρίβεια αποτελεσμάτων σε περιοχές συγκέντρωσης τάσεων	Ακρίβεια αποτελεσμάτων σε περιοχές συγκέντρωσης τάσεων (ύπαρξη ασυνεχειών)	-
Μειονεκτήματα μεθόδων		
Δυσκολία στην δημιουργία πλέγματος	Πολύπλοκες εξισώσεις	Δυσλειτουργία σε πολύπλοκες γεωμετρίες
Μεγάλες απαιτήσεις για υπολογιστική μνήμη	Δυσλειτουργία σε μη γραμμικά προβλήματα	Μεγάλες απαιτήσεις για υπολογιστική μνήμη
Επίλυση μεγάλων αλγεβρικών συστημάτων	Ανάγκη επίλυσης μικρότερων συστημάτων αλλά οι πίνακες που χρησιμοποιούνται είναι πυκνότεροι (populated matrices)	Μη ικανοποιητική ακρίβεια αποτελεσμάτων σε περιοχές συγκέντρωσης τάσεων
Παραγωγή περιττών	Δυσλειτουργία στην	-

πληροφοριών	επίλυση μικρών στοιχείων, όπου οι κόμβοι είναι πολύ κοντά μεταξύ τους	
-------------	---	--

Το μεγάλο πλεονέκτημα των αριθμητικών μεθόδων είναι η δυνατότητα διεξαγωγής αντίστροφης ανάλυσης. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται ακρίβεια στην επίλυση του προβλήματος και επίτευξη των συνθηκών ασφαλείας με το μικρότερο οικονομικό κόστος (Κωμοδρόμος, 1999).

Αξίζει, όμως, να σημειωθεί ότι καμία από τις μεθόδους δεν θεωρείται κατάλληλη για την επίλυση του συνόλου των δυνατών προβλημάτων. Κάθε μέθοδος παρουσιάζει θετικά και αρνητικά στοιχεία ως προς την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Έτσι, πολλές φορές, είναι απαραίτητος είτε ο συνδυασμός είτε η σύγκριση περισσότερων της μιας μεθόδων, για την επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος.

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων

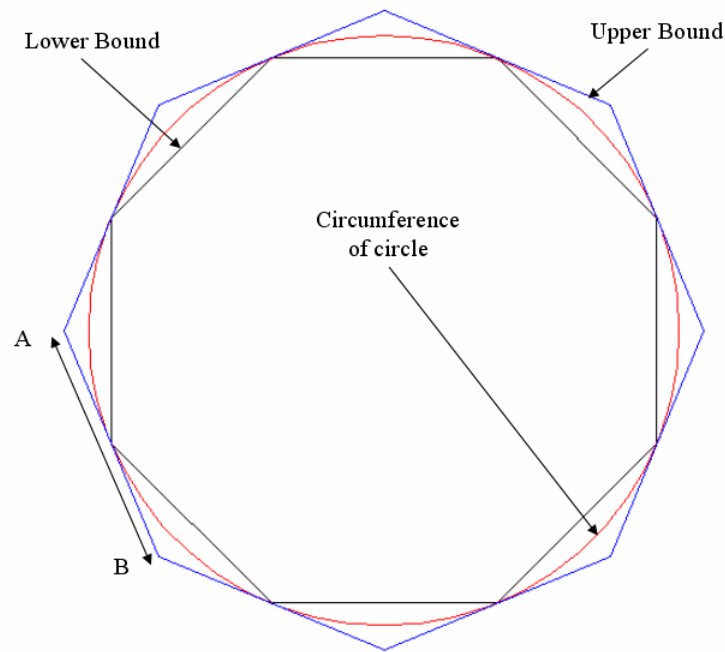
Η αρχή της μεθόδου

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση περίπλοκων προβλημάτων μηχανικής.

Στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, η λύση του εκάστοτε προβλήματος προκύπτει από την διατύπωση συστημάτων εξισώσεων σε υποπεριοχές του πεδίου στο οποίο έγκειται το πρόβλημα (σε αντίθεση με την μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών και των συνοριακών στοιχείων), και την κατόπιν συναρμολόγησή τους σε ένα καθολικό σύστημα για όλο το πεδίο που θα δώσει την τελική λύση του προβλήματος. Οι εξισώσεις που διατυπώνονται σε επίπεδο στοιχείου, καθώς και ο τρόπος συναρμολογής αυτών αναφέρονται εκτενώς στις επόμενες παραγράφους.

Ιστορικά στοιχεία

Ο όρος πεπερασμένα στοιχεία (finite elements) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Clough το 1960 σε μια μελέτη εντατικής κατάστασης με χρήση τριγωνικών στοιχείων. Ωστόσο, η ιδέα που διέπει την μέθοδο είχε χρησιμοποιηθεί από την αρχαιότητα ακόμη. Ένα παράδειγμα αυτής της ιδέας, είναι η προσέγγιση της περιμέτρου του κύκλου με την θεώρηση αυτού σαν ένα πολύγωνο με μεγάλο αριθμό μικρών ισομηκών ευθύγραμμων τμημάτων σαν πλευρές (βλ. σχήμα 4.1). Η προσέγγιση της περιμέτρου του κύκλου προέκυψε από την μέση τιμή των μηκών δυο πολυγώνων τα οποία εφάπτονταν στον κύκλο το ένα εξωτερικά και το άλλο εσωτερικά αυτού, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1. Το εξωτερικό πολύγωνο αποτελεί το άνω όριο (upper bound) του κύκλου, ενώ το εσωτερικό πολύγωνο είναι το κάτω όριο (lower bound) του κύκλου. Όσα πιο πολλά είναι τα τμήματα στα οποία χωρίζονται (διακριτοποιούνται) τα πολύγωνα αυτά, τόσο προσεγγίζει η λύση της μέσης τιμής αυτών στην πραγματική τιμή της περιμέτρου του κύκλου^[14].



Σχήμα 4.1 : Το πρόβλημα της προσέγγισης της περιμέτρου του κύκλου

Χρονική αναδρομή στην ανάπτυξη της μεθόδου

Τα πεπερασμένα στοιχεία, με την σύγχρονη μορφή τους, πρωτοεμφανίστηκαν το 1943, σε μια μελέτη του Γάλλου Courant (Desai & Abel, 1972) με χρήση συνεχών εξισώσεων κλαδικής μορφής σε τριγωνικά στοιχεία. Η πρώτη εφαρμογή της μεθόδου πραγματοποιήθηκε το 1956 από τους Turner, Clough, Martin και Topp, για την ανάλυση στατικών και δυναμικών προβλημάτων στην αεροναυπηγική^[14]. Έκτοτε, σε διάστημα μιας δεκαετίας, η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, με την ονομασία που τους έδωσε ο Clough το 1960, επεκτάθηκε και σε άλλα πεδία της θεωρητικής και εφαρμοσμένης μηχανικής^{[14]5τ}.

Με την πάροδο των χρόνων, η μεθοδολογία των πεπερασμένων στοιχείων υπέστη σημαντικές βελτιώσεις. Ο Przemieniecki το 1968 έδειξε ότι η μέθοδος είναι εφαρμόσιμη σε προβλήματα ανάλυσης τάσεων. Οι Zienkiewicz και Cheung διατύπωσαν το 1967 μια εκτεταμένη ερμηνεία της μεθόδου και απέδειξαν την εφαρμοσιμότητά της σε κάθε γενικό πρόβλημα πεδίου. Η θεώρηση αυτή των πεπερασμένων στοιχείων οδήγησε στην κατασκευή των εξισώσεων, που χρησιμοποιούνται στην μέθοδο, με την βοήθεια μεθόδων σταθμισμένων υπολοίπων (weighted residual methods) όπως είναι η μέθοδος Galerkin, η μέθοδος Petrov-Galerkin, καθώς και η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων.

Τα περισσότερα των βιβλίων, δημοσιεύσεων και συνεδρίων που έχουν ως κύριο αντικείμενο τα πεπερασμένα στοιχεία περιέχουν την βασική θεωρία της μεθόδου, τις εξισώσεις που διέπουν τα πεπερασμένα στοιχεία, εφαρμογές αυτών σε προβλήματα γεωμηχανικής, ρευστομηχανικής, θερμοδυναμικής κ.α., καθώς και αλγόριθμους επίλυσης διαφόρων προβλημάτων σε γλώσσες προγραμματισμού H/Y (Fortran 77).

Σήμερα, η συγκεκριμένη μέθοδος θεωρείται μια από τις καλύτερες αριθμητικές μεθόδους, σημαντικά γρήγορη και εφαρμόσιμη σε ένα ευρύτατο πεδίο προβλημάτων της μηχανικής.

Θεμελιώδη βήματα της μεθόδου

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων βασίζεται σε τρία βασικά βήματα για την περάτωσή της:

- Πρώτο βήμα είναι η διαίρεση του πεδίου μιας, δύο, ή τριών διαστάσεων, σε επιμέρους μικρότερα τμήματα, κατά τρόπο τέτοιο ώστε να αντιπροσωπεύεται με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια η γεωμετρία του προβλήματος σε συνάρτηση με την επικείμενη λύση αυτού.
- Δεύτερο βήμα είναι η προσέγγιση της λύσης, σε κάθε τμήμα του πεδίου, σαν γραμμικός συνδυασμός των τιμών σε συγκεκριμένα σημεία (κόμβοι) και των συναρτήσεων μορφής (shape functions) που ορίζονται για κάθε κόμβο.
- Τρίτο βήμα είναι η παραγωγή αλγεβρικής σχέσης μεταξύ των τιμών στους κόμβους (nodes) κατά την επίλυση σε κάθε τμήμα και η συνένωση των επιμέρους τμημάτων για να επιτευχθεί η επίλυση του συνόλου.

Διαίρεση του πεδίου

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου είναι η υποδιαίρεση ενός δεδομένου πεδίου ορισμού (domain) σε απλούστερης γεωμετρίας υποπεδία. Τα υποπεδία αυτά καλούνται 'στοιχεία' (elements) και αποτελούν το βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου. Η διαίρεση του πεδίου έχει δύο πλεονεκτήματα (IGE, 2003):

- Επιτρέπει την αντιπροσώπευση, με μεγάλη ακρίβεια, περίπλοκων γεωμετρικών σχημάτων και δίνει την δυνατότητα συνυπολογισμού των ιδιοτήτων ανόμοιων υλικών.
- Επιτρέπει την προσέγγιση της λύσης σε κάθε στοιχείο, σε ένα συνεχές κλειστής μορφής πολύγωνο, και ως εκ τούτου, την γνώση του αριθμητικού αποτελέσματος των παραμέτρων σε κάθε στοιχείο, άρα σε οποιοδήποτε μέρος, του πεδίου ορισμού του προβλήματος.

Η διαίρεση ενός πεδίου με απροσδιόριστο αριθμό βαθμών ελευθερίας σε στοιχεία βοηθά επίσης στον προσδιορισμό πεπερασμένων βαθμών ελευθερίας, οι οποίοι είναι το σύνολο των άγνωστων μεταβλητών που αντιστοιχούν σε κάθε στοιχείο.

Ωστόσο, η κατάλληλη εκλογή του τύπου των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν για την διαίρεση του πεδίου εξαρτάται από διάφορους παράγοντες που, όμως, σαν κοινό

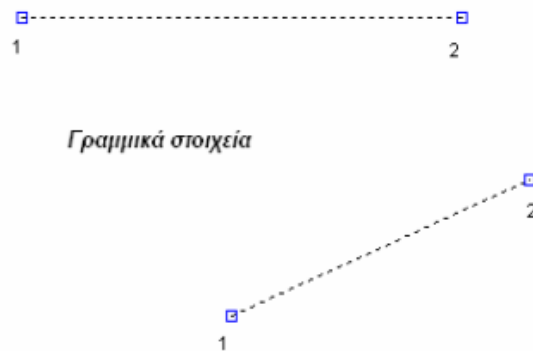
παρανομαστή έχουν την καλύτερη δυνατή προσομοίωση του πεδίου από τα στοιχεία αυτά.

Είδη στοιχείων

Το είδος των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν εξαρτάται κύρια από την διαστασιολόγηση του προβλήματος και τις διαστάσεις που απαιτούνται για την περιγραφή του προβλήματος. Ορισμένα από τα βασικότερα είδη στοιχείων που χρησιμοποιούνται στην μέθοδο παρουσιάζονται στα επόμενα σχήματα.

Στοιχεία σε μια διάσταση

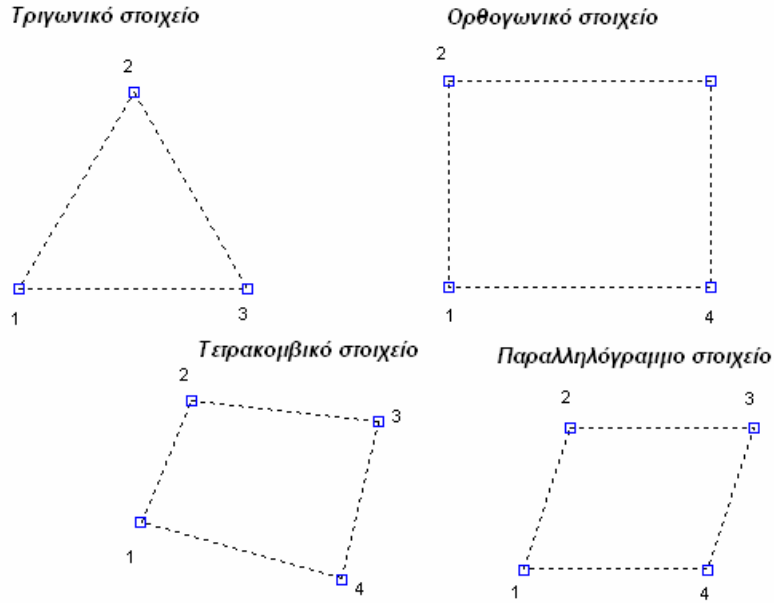
Όταν η γεωμετρία του προβλήματος ή το υλικό ή και άλλες παράμετροι (όπως η τάση, η παραμορφωση, η θερμοκρασία) μπορούν να περιγραφούν στα πλαίσια μιας κύριας διάστασης, τότε για την διακριτοποίηση μπορούν να χρησιμοποιηθούν μονοδιάστατα ή γραμμικά στοιχεία (βλ. σχ 4.2)



Σχήμα 4.2 : Είδη στοιχείων μιας διάστασης

Στοιχεία σε δυο διαστάσεις

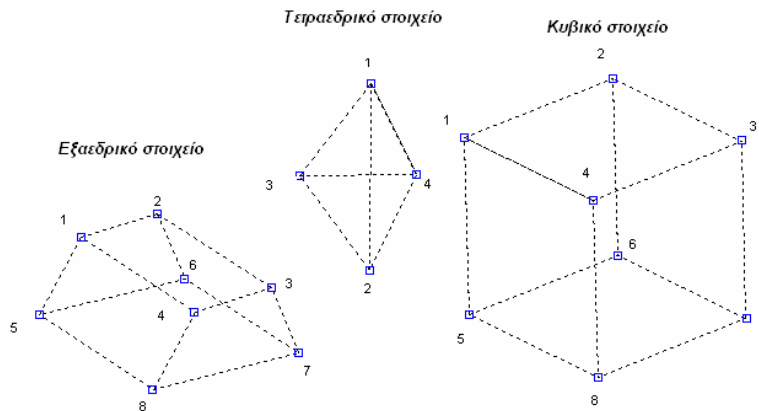
Αντίστοιχα, σε προβλήματα στα οποία είναι ενδεδειγμένη η χρήση δυο διαστάσεων, ή σε γεωμετρίες στις οποίες η τρίτη διάσταση είναι σημαντικά μικρότερη των υπολοίπων δυο, τότε χρησιμοποιούνται δισδιάστατα στοιχεία.(βλ. σχ. 4.3). Τα ευρέως χρησιμοποιούμενα στοιχεία σε αυτήν την κατηγορία είναι τα τριγωνικά. Ωστόσο, χρησιμοποιούνται αρκετά και τα ορθογωνικά αλλά και τα τετρακομβικά και τα παραλληλόγραμμα, τα οποία, αν και μπορούν να προκύψουν από δυο ή τέσσερα τριγωνικά στοιχεία εν τι ενώσει αυτών, μπορούν να αποδειχτούν καλύτερη επιλογή σε ορισμένες περιπτώσεις.



Σχήμα 4.3 : Είδη στοιχείων δυο διαστάσεων

Στοιχεία σε τρεις διαστάσεις

Τέλος, αν το πρόβλημα προς επίλυση πρέπει να αντιμετωπιστεί σε πεδίο τριών διαστάσεων, χρησιμοποιούνται τα αντίστοιχα τρισδιάστατα στοιχεία (βλ. σχ. 4.4), όπως κυβικά, τετραεδρικά ή εξαεδρικά στοιχεία. Η χρήση τρισδιάστατου χωρίου είναι δυσκολότερη σε σχέση με το γραμμικό ή το δισδιάστατο πεδίο, παρόλα αυτά σε ορισμένα προβλήματα γεωμηχανικής πλησιάζει πιο πολύ στην πραγματική λύση του προβλήματος και αποφεύγει παραδοχές που στις άλλες δυο περιπτώσεις αυξάνουν τις πιθανότητες εσφαλμένων αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων.

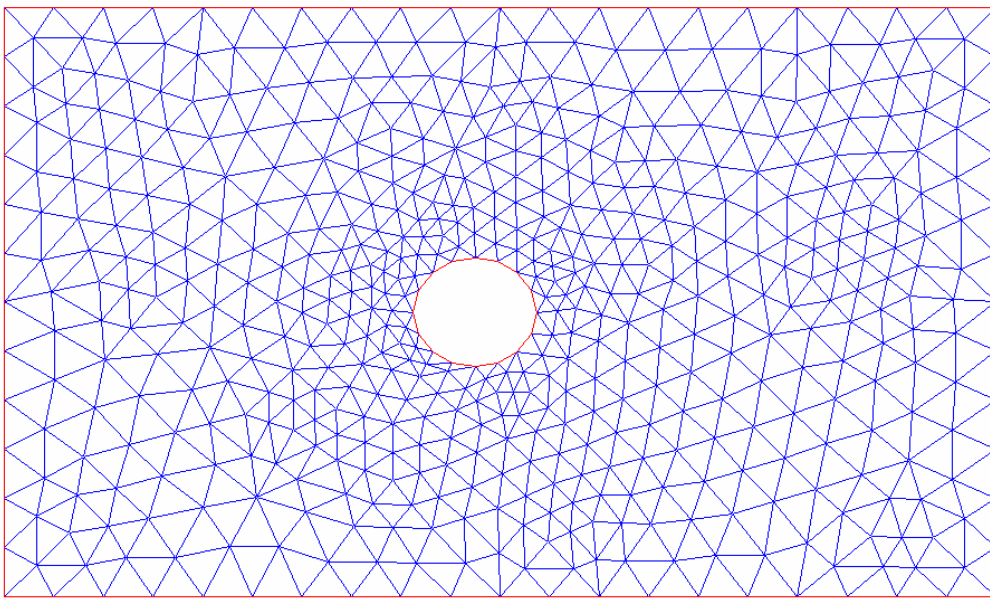


Σχήμα 4.4 : Είδη στοιχείων τριών διαστάσεων

Μέγεθος των στοιχείων

Το μέγεθος των στοιχείων στα οποία διακριτοποιείται το πρόβλημα είναι πλέον σημαντικό για την βέλτιστη προσέγγιση της λύσης του εκάστοτε προβλήματος. Όσο πιο μικρό το μέγεθος των στοιχείων, τόσο πιο ακριβή είναι τα αποτελέσματα που επιτυγχάνουμε. Ωστόσο, δεν πρέπει να παραγνωριστεί το γεγονός ότι μικρότερα στοιχεία, άρα και περισσότερα τον αριθμό, εξυπακούεται μεγαλύτερο χρόνο υπολογισμού. Θεμιτή, άρα, είναι η χρήση στοιχείων διαφορετικού μεγέθους μεταξύ των μέσα σε ένα πρόβλημα.

Η συνήθης πρακτική είναι η χρήση μεγάλων στοιχείων στις περιοχές του χωρίου όπου δεν είναι απαραίτητη η μεγάλη ακρίβεια αποτελεσμάτων, και η χρήση μικρότερων και περισσότερων στοιχείων κοντά στις μεγάλης σημασίας περιοχές του πεδίου του εκάστοτε προβλήματος όπως είναι, για παράδειγμα, το άνοιγμα μιας κυκλικής σήραγγας σε έδαφος (βλ. σχ. 4.5), όπου κοντά στο άνοιγμα η διακριτοποίηση θα είναι λεπτομερέστερη από ότι στο υπόλοιπο πεδίο.



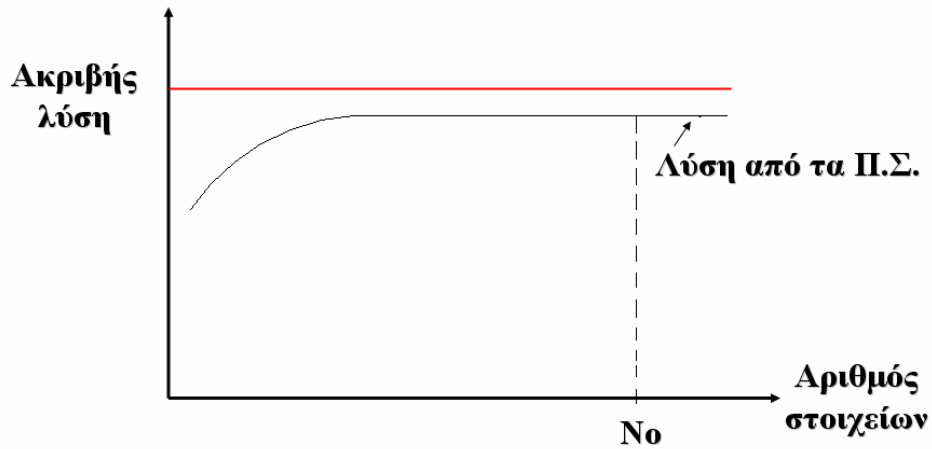
Σχήμα 4.5 : Διαβάθμιση των στοιχείων στο πεδίο

Αριθμός των στοιχείων

Ο αριθμός των στοιχείων που χρησιμοποιούνται στην διακριτοποίηση του προβλήματος είναι από τις πιο σημαντικές παραμέτρους της διακριτοποίησης. Μεγάλος αριθμός στοιχείων κάνει ακριβέστερη την προσέγγιση στην λύση του προβλήματος, αυξάνει όμως και τον χρόνο υπολογισμού των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα, οι οποίες είναι πολλαπλάσιες των κόμβων των στοιχείων.

Για κάθε πρόβλημα, όμως, αποδεικνύεται ότι πέρα από κάποιον βέλτιστο αριθμό στοιχείων, η ακρίβεια της λύσης δεν αλλάζει σημαντικά με την περαιτέρω αύξηση

των στοιχείων (βλ. σχ. 4.6). Έτσι σε κάθε πρόβλημα ξεχωριστά προσδιορίζεται ο βέλτιστος αριθμός πεπερασμένων στοιχείων που θα δώσει την ακριβέστερη λύση.



Σχήμα : 4.6 Γραφική παράσταση της ακριβείας της λύσης συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων

Θα πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι, για λογιστικούς λόγους, τόσο τα στοιχεία, όσο και οι κόμβοι αριθμούνται. Ωστόσο η αριθμηση τους δεν διέπεται από κάποιον κανόνα, αλλά είναι τελείως αυθαίρετη. Όμως, ανάλογα με την αριθμηση, διαμορφώνεται και η χρήση υπολογιστικής μνήμης.

Επίλυση Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων Πεδίου με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων

Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις πεδίου χωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- τις παραβολικές
- τις ελλειπτικές
- τις υπερβολικές

Το πεδίο επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων μπορεί να είναι μονοδιάστατο, δυο ή και τριών διαστάσεων. Στην παράγραφο αυτή παρατίθενται παραδείγματα των τριων ειδών μερικών διαφορικών εξισώσεων για προβλήματα πεδίου δυο διαστάσεων.

Παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις

Οι παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις περιγράφουν φαινόμενα ροής μάζας ή ενέργειας επι ενός πεδίου (domain) ορισμένου σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Η γενική μορφή των εξισώσεων αυτών, είναι η ακόλουθη:

$$c. \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla(k \cdot \nabla \Phi) + a \cdot \nabla \Phi + b \Phi + s \quad , \quad \text{με} \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \quad [4.1]$$

όπου

- c είναι ο συντελεστής χωρητικότητας του πεδίου (capacity coefficient)
- k είναι ο συντελεστής διαπερατότητας ή αγωγιμότητας του πεδίου (permeability or conductivity coefficient)
- a είναι ο συντελεστής μεταγωγής του πεδίου (convection coefficient)
- b είναι ο συντελεστής ακτινοβολίας (radiation coefficient)
- s είναι όρος που εκφράζει οποιαδήποτε πηγή διαταραχής στο πεδίο της Φ (source term).

Η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης (4.1) δίνει το πεδίο κατανομής της συνάρτησης Φ εντός μιας οριοθετημένης περιοχής κλειστού συνόρου και την μεταβολή της ως προς το χρόνο.

Σε περίπτωση κατά την οποία ο συντελεστής χωρητικότητας είναι μηδέν, η εξίσωση (4.1) μετατρέπεται από παραβολική σε ελλειπτική και η λύση της δίνει το πεδίο κατανομής της Φ μέσα στην περιοχή του πεδίου το οποίο είναι στατικό και ανεξάρτητο του χρόνου.

Ελλειπτικές μερικές διαφορικές εξισώσεις

Οι ελλειπτικές μερικές διαφορικές εξισώσεις είναι της γενικής μορφής :

$$\nabla(k \cdot \nabla \Phi) + a \cdot \nabla \Phi + b \Phi + s = 0 \quad [4.2]$$

και ουσιαστικά εκφράζουν ένα στατικό πεδίο κατανομής της συναρτησης Φ επί του χωρίου.

4.5.3 Υπερβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις

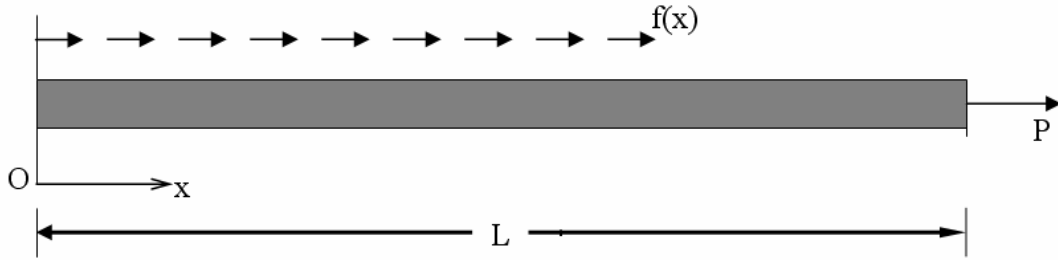
Τέλος, οι υπερβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις, είναι της γενικής μορφής :

$$c \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \nabla(k \cdot \nabla \Phi) + a \cdot \nabla \Phi + b \Phi + s \quad [4.3]$$

και εκφράζουν μια κυματοειδή κατανομή της Φ στο πεδίο και ως εκ τούτου ονομάζονται και εξισώσεις κύματος ή κυματισμού.

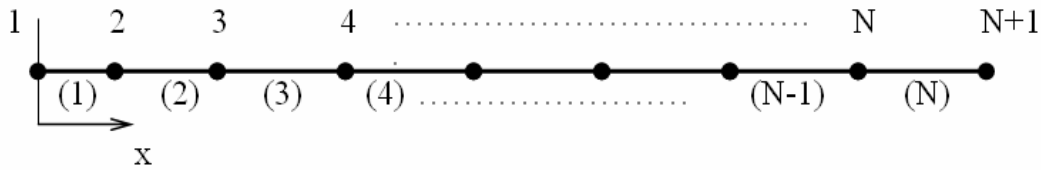
Ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία σε προβλήματα μιας διάστασης

Στην περίπτωση μονοδιάστατων προβλημάτων τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται είναι γραμμικά. Έστω ότι το πρόβλημα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε είναι μιας δοκού, πακτωμένης στο αριστερό της άκρο, η οποία δέχεται αξονική φόρτιση $\{P\}$ στο δεξί της άκρο, ενώ κατά μήκος της εξασκείται ομοιόμορφη αξονική φόρτιση $f(x)$ (βλ. σχ.4.7).



Σχήμα 4.7 : Πακτωμένη δοκός που δέχεται αξονική φόρτιση P

Το πεδίο επίλυσης των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα είναι το μήκος της δοκού, το οποίο διαιρείται σε επιμέρους τμήματα μήκους. Δημιουργείται ένα σύνολο σημείων (βλ. σχ. 3.8) τα οποία προσδιορίζονται από τα άκρα του κάθε στοιχείου (κόμβοι). Επί των κόμβων αυτών υπολογίζονται οι τιμές της αξονικής μετατόπισης $u(x)$.



Σχήμα 4.8 : Διακριτοποίηση της δοκού σε πεπερασμένα στοιχεία

Στην περίπτωση του μονοδιάστατου προβλήματος, κάθε στοιχείο περιλαμβάνει δυο κόμβους (βλ. σχ. 3.8) και η λύση κατά μήκος αυτού εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Phi = a_1 + a_2 x \quad [4.4]$$

η οποία ορίζει τον καταμερισμό των αγνώστων μεταβλητών στο μονοδιάστατο στοιχείο μήκους L (βλ. σχ. 4.7 & 4.8). Το στοιχείο έχει δυο κόμβους i και j που βρίσκονται σε αποστάσεις x_i και x_j αντίστοιχα, από την αρχή των συντεταγμένων. Αντικαθιστώντας την τιμή του Φ σε κάθε κόμβο στην εξίσωση [4.1] υπολογίζεται ότι :

$$a_1 = \frac{\Phi_i x_j - \Phi_j x_i}{x_j - x_i} = \frac{\Phi_i x_j - \Phi_j x_i}{L} \quad [4.5]$$

$$a_2 = \frac{\Phi_j - \Phi_i}{x_j - x_i} = \frac{\Phi_j - \Phi_i}{L} \quad [4.6]$$

Αντικαθιστώντας τις [4.5] και [4.6] στην εξίσωση [4.4] προκύπτει η εξίσωση :

$$\Phi = \frac{\Phi_i x_j - \Phi_j x_i}{L} + \frac{\Phi_j - \Phi_i}{L} x \quad [4.7]$$

η οποία, διαχωρίζοντας τους όρους Φ_i και Φ_j , δίνει την εξίσωση :

$$\Phi = \frac{x_j - x}{L} \Phi_i + \frac{x - x_i}{L} \Phi_j \quad [4.8(\alpha)]$$

$$\Phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j = \sum_{i=1}^2 \Phi_i N_i^e \quad [4.8(\beta)]$$

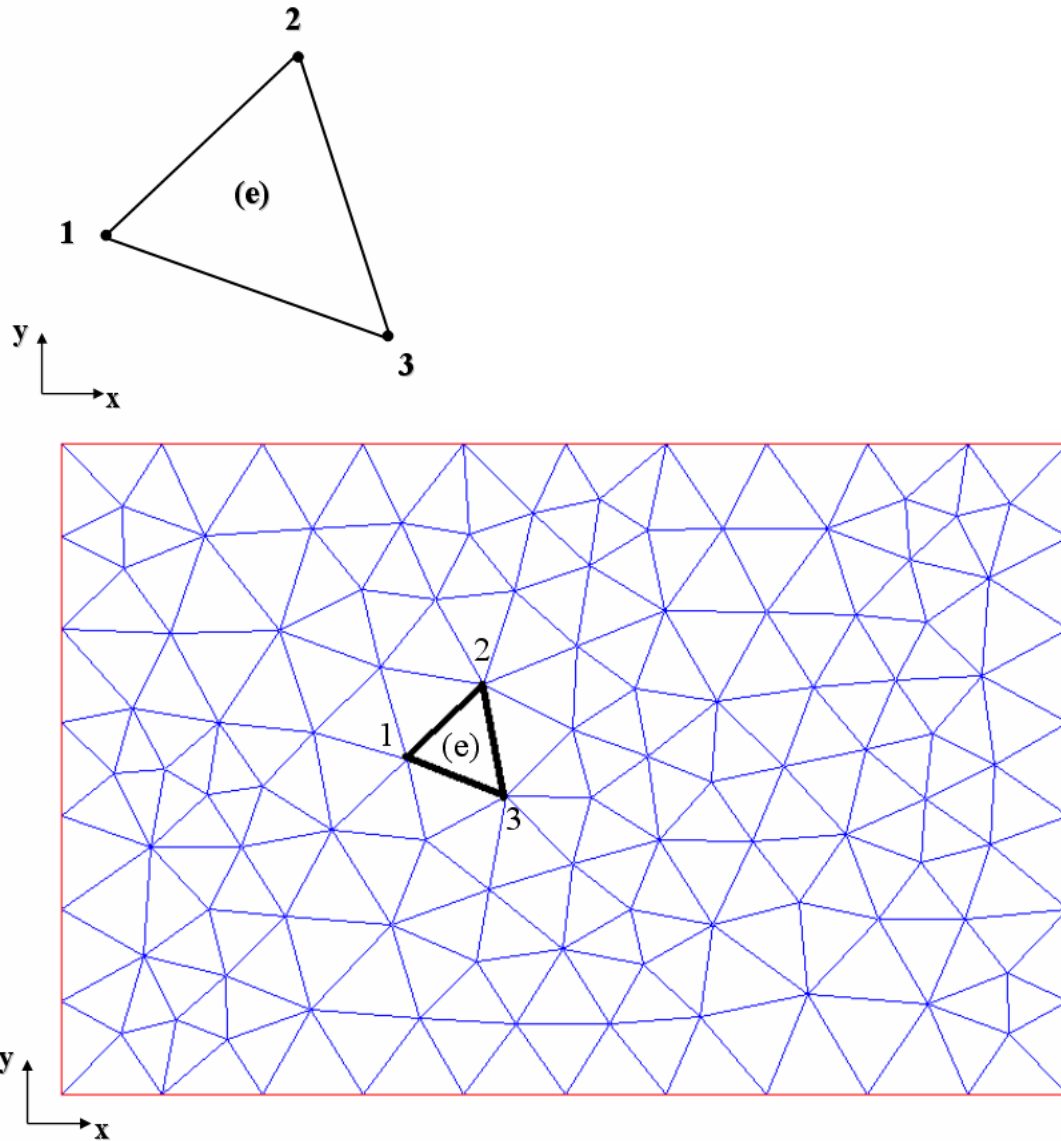
και σε γενική μορφή :

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \Phi_i N_i^e \quad [4.9]$$

όπου οι N_i και N_j είναι χαρακτηριστικές συναρτήσεις παρεμβολής των κόμβων i και j αντίστοιχα, ορισμένες στην περιοχή του στοιχείου, και ονομάζονται συναρτήσεις μορφής (shape functions). Χρησιμοποιούνται ως συντελεστές βάρους για τους αντίστοιχους κόμβους και για τους οποίους ισχύουν. Οι συναρτήσεις N_i και N_j μπορούν επίσης να εκφραστούν σε τοπικές και αδιαστασοποιημένες συντεταγμένες. Ο αριθμός των κόμβων, και κατ'επέκταση των αντίστοιχων συναρτήσεων μορφής n , ορίζεται ως «αριθμός γεωμετρικών βαθμών ελευθερίας» του στοιχείου και καθορίζει την τάξη του στοιχείου.

Ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία σε προβλήματα δυο διαστάσεων

Στην περίπτωση του διδιάστατου προβλήματος, το κάθε στοιχείο περιλαμβάνει τρεις ή τέσσερις κόμβους (βλ. σχ. 4.9).



Σχήμα 4.9 : Τριγωνικό τρικομβικό στοιχείο σε δισδιάστατο πεδίο επίλυσης

Η συνάρτηση παρεμβολής ενός στοιχείου που περιλαμβάνει τρεις κόμβους εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\Phi(x, y) = c_1 + c_2x + c_3y \quad [4.10]$$

Αν Φ_i , Φ_j , Φ_k είναι οι τιμές της Φ στους κόμβους 1, 2, 3 του στοιχείου αντίστοιχα, θα έχουμε ένα σύστημα γραμμικών συναρτήσεων :

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \Phi(x_i, y_i) = c_1 + c_2x_i + c_3y_i \\ \Phi_j &= \Phi(x_j, y_j) = c_1 + c_2x_j + c_3y_j \\ \Phi_k &= \Phi(x_k, y_k) = c_1 + c_2x_k + c_3y_k \end{aligned} \quad [4.11]$$

και σε μητρική μορφή :

$$\begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix} \quad [4.12]$$

ενώ, οι τιμές των όρων a_1 , a_2 και a_3 θα είναι :

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{(a_i \Phi_i + a_j \Phi_j + a_k \Phi_k)}{2A^e} \\ c_2 &= \frac{(b_i \Phi_i + b_j \Phi_j + b_k \Phi_k)}{2A^e} \\ c_3 &= \frac{(c_i \Phi_i + c_j \Phi_j + c_k \Phi_k)}{2A^e} \end{aligned} \quad [4.13]$$

όπου A^e είναι το εμβεδαδόν του τριγώνου, προκύπτει από την εξίσωση :

$$A^e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} = \frac{1}{2} (x_i y_j + x_j y_k + x_k y_i - x_i y_k - x_j y_i - x_k y_i) \quad [4.14]$$

και :

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j & b_i &= y_j - y_k & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k & b_j &= y_k - y_i & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i & b_k &= y_i - y_j & c_k &= x_j - x_i \end{aligned} \quad [4.15]$$

με βάση τις εξισώσεις [4.10] και [4.13] η συνάρτηση παρεμβολής μορφοποιείται ως εξής :

$$\Phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k = \sum_{i=1}^3 \Phi_i N_i^e \quad [4.16]$$

όπου :

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{(a_i + b_i x + c_i y)}{2A^e} \\ N_j &= \frac{(a_j + b_j x + c_j y)}{2A^e} \quad \rightarrow \quad N_i^e = \frac{1}{2A^e} (a_i + b_i x + c_i y), \quad i=1,2,3 \\ N_k &= \frac{(a_k + b_k x + c_k y)}{2A^e} \end{aligned} \quad [4.17]$$

Συνοψίζοντας, οι συναρτήσεις παρεμβολής ενός δισδιάστατου στοιχείου είναι της γενικής μορφής :

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \Phi_i N_i^e \quad [4.18]$$

όπου Φ_i είναι οι τιμές της συνάρτησης στο σημείο (x_i, y_i) και N_i οι συναρτήσεις μορφής που ικανοποιούν την εξής σχέση :

$$N_i(x_j, y_j) = \delta_{ij} \quad [4.19]$$

Ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία σε προβλήματα τριων διαστάσεων

Στην περίπτωση προβλήματος πεδίου με τρεις διαστάσεις, το κάθε στοιχείο περιλαμβάνει τέσσερις, έξι ή οκτώ κόμβους. Η συνάρτηση παρεμβολής ενός στοιχείου που περιλαμβάνει τέσσερις κόμβους (βλ. σχ. 4.10) εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\Phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \quad [4.20]$$

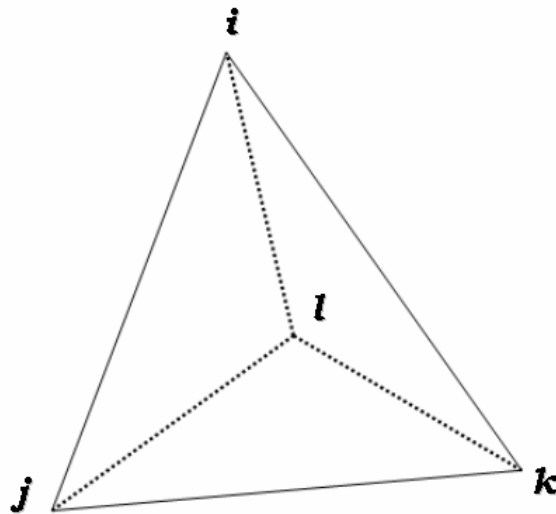
η οποία μπορεί να εκφραστεί με τους όρους των κομβικών τιμών της Φ και τις κομβικές συναρτήσεις μορφής ως εξής :

$$\Phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k + N_l \Phi_l = [N] \{\Phi\} \quad [4.21]$$

ενώ, οι συναρτήσεις μορφής δίνονται από την γενική εξίσωση :

$$N_n = \frac{(a_n + b_n x + c_n y + d_n z)}{6V} \quad , \quad n = i, j, k, l \quad [4.22]$$

όπου V είναι ο όγκος του τετραεδρικού στοιχείου.



Σχήμα. 4.10 Τετρακομβικό στοιχείο τριων διαστάσεων

Οι όροι a , b , c και d είναι οι συναρτήσεις των κομβικών συντεταγμένων και έχουν την γενική μορφή :

$$a_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad b_i = \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad c_i = \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_l & 1 & z_l \end{vmatrix} \quad d_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_l & y_l & 1 \end{vmatrix} \quad [4.23]$$

Επομένως επιβεβαιώνεται ότι οι συναρτήσεις μορφής κατασκευάζονται ώστε να ορίζουν την μεταβολή των διαφόρων παραμέτρων στην γεωμετρία κάθε στοιχείου. Ο υπολογισμός των συναρτήσεων μορφής μπορεί να γίνει με δυο τρόπους:

- εμπειρικά (με επισκόπηση, με δοκιμή και λάθος κλπ)
- με επίλυση αριθμητικών συστημάτων των μορφών που φαίνονται στις σχέσεις που περιγράφηκαν παραπάνω.

Φόρτιση των υλικών, αρχικές και συνοριακές συνθήκες

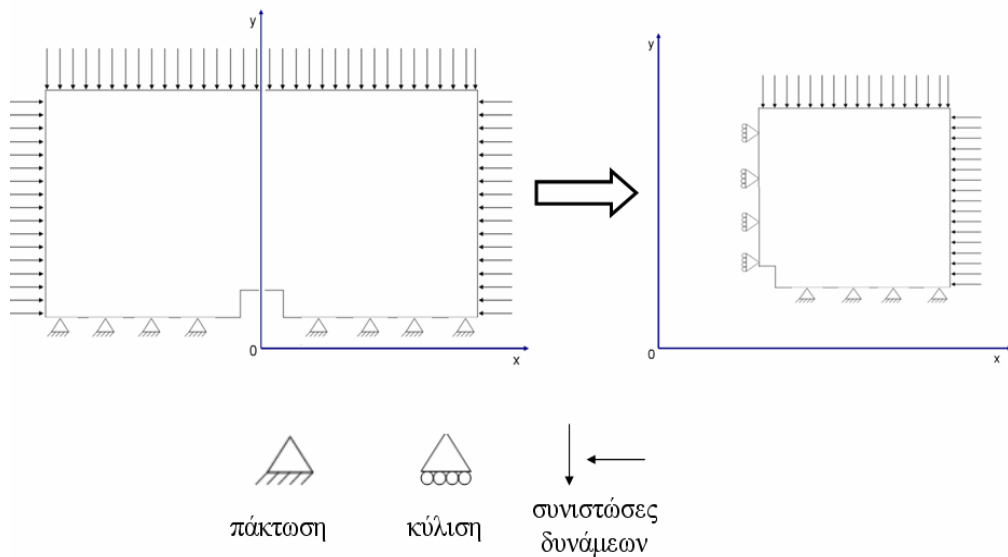
Μετά την διαίρεση του χωρίου σε υποπεδία και την δημιουργία των καταστατικών εξισώσεων που τα διέπουν, προσαρτώνται στο μοντέλο που έχει κατασκευαστεί οι αρχικές και συνοριακές συνθήκες (boundary conditions). Η εισαγωγή των αρχικών και συνοριακών συνθηκών είναι απαραίτητη για την επίλυση του προβλήματος πεδίου.

Σε ένα πρόβλημα επίλυσης πεδίου ροής απαιτούνται τόσο οι τιμές της συνάρτησης Φ σε όλο το πεδίο για χρόνο $t=0$ (αρχική συνθήκη), όσο και οι συναρτήσεις που δίνουν τις τιμές αυτής ή της καθετης βαθμίδας της στους συνοριακούς κόμβους του πεδίου για κάθε χρονική στιγμή t (συνοριακές συνθήκες). Σε αυτή την περίπτωση όπου απαιτούνται αρχικές και συνοριακές συνθήκες, το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών.

Αντίθετα, αν ο χρόνος δεν επηρεάζει την λύση του προβλήματος (δηλαδή δεν υπάρχει χρονοεξαρτώμενος όρος στη διαφορική εξίσωση), τότε απαιτούνται μόνο συνοριακές συνθήκες και το πρόβλημα είναι συνοριακών τιμών.

Σκοπός της εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών είναι κατ'αρχήν να αποδώθούν δυνάμεις και τάσεις στο μοντέλο που έχει κατασκευαστεί, και κατά δεύτερον να επιβληθούν περιοριστικές δυνάμεις, ώστε να κρατηθεί το μοντέλο σε ισορροπία. Η εφαρμογή αυτών διαφέρει από μοντέλο σε μοντέλο ανάλογα με την γεωμετρία, τον τρόπο φόρτισης και το επιθυμητό αποτέλεσμα του προβλήματος. Στο σχήμα 4.11 φαίνονται οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται σε ένα μοντέλο σήραγγας δυο διαστάσεων με τετραγωνικό άνοιγμα, όπου, με κατάλληλη χρήση συνοριακών συνθηκών, μπορεί να αξιοποιηθεί η συμμετρία ορθογωνικού μοντέλου.

Η αξιοποίηση της συμμετρίας καθίσταται σημαντική διότι δύναται να λυθεί το μισό πρόβλημα, αντί όλου, με επακόλουθη την μείωση κατά το ήμισυ των πράξεων και του χρόνου επίλυσης του προβλήματος.



Σχήμα 4.11 Επιβολή συνοριακών συνθηκών σε μοντέλο σήραγγας και αξιοποίηση της συμμετρίας ως προς τον άξονα των y .

Η φόρτιση του διαιρεμένου πεδίου, που αντιπροσωπεύει το υλικό, δύναται να επιτευχθεί με έναν ή περισσότερους από τους ακόλουθους τρόπους^[19] :

- επιβολή δυνάμεων πεδίου στην μάζα του στοιχείου (πχ. βαρυτικές δυνάμεις, body forces).
- επιβολή σημειακών δυνάμεων στους κόμβους του στοιχείου (κομβικές δυνάμεις, nodal forces).
- επιβολή κατανεμημένων δυνάμεων στις πλευρές του στοιχείου (επιφανειακές δυνάμεις, traction forces).
- επιβολή μετατοπίσεων στους κόμβους του στοιχείου.

Οι βαρυτικές δυνάμεις εφαρμόζονται σε περιπτώσεις βραχομάζας, υπόγειων ανοιγμάτων και λοιπών προβλημάτων γεωμηχανικής. Από την άλλη, οι κομβικές δυνάμεις εφαρμόζονται σε μοντέλα υλικών όπου η φόρτιση είναι σημειακή. Οι δυνάμεις επιφάνειας έχουν εφαρμογή σε δοκίμια υλικών ή όπου αλλού δεν πορούν να εφαρμοστούν οι προαναφερθέντες τρόποι φόρτισης.

Η επιβολή μετατοπίσεων στους συνοριακούς κόμβους εφαρμόζεται όταν έχουμε ενδεδειγμένη συμμετρία στο μοντέλο (βλέπε σχήμα 4.11), όπου κατά την περίπτωση αυτή οι μετατοπίσεις είναι μηδενικές στην διάσταση που είναι κάθετη στο σύνορο. Εφόσον δηλαδή έχουμε συμμετρία του μοντέλου ως προς τον άξονα y , τότε, επάνω στο σύνορο η μετατόπιση ως προς την διάσταση x θα είναι μηδενική ($dx=0$) και αντιστρόφως. Η αξιοποίηση της συμμετρίας, όπως προαναφέρθη, και η κατάλληλη χρήση συνοριακών συνθηκών, δύναται να μειώσει σε σημαντικό βαθμό τον αριθμό των στοιχείων, κατά συνέπεια και των κόμβων στο χωρίο, με αποτέλεσμα να μειωθεί αισθητά και ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος. Επίσης η επιβολή μηδενικών μετατοπίσεων στα σύνορα του χωρίου έχει εφαρμογή και στην περίπτωση κατά την οποία το μοντέλο εκτείνεται πρὸς το άπειρο. Για παράδειγμα, σε ένα υπόγειο άνοιγμα

όπου οι διαστάσεις του μοντέλου ως προς τον άξονα x εκτείνονται στο άπειρο, προκειμένου να μην δημιουργηθεί ένα μοντέλο άπειρων διαστάσεων, το οποίο δεν θα έχει δυνατότητα λύσης, εφαρμόζονται μηδενικές μετατοπίσεις ως προς τον άξονα y , όπως και προηγουμένως, σε μια απόσταση από το άνοιγμα αρκετά μεγάλη, σε σχέση με τις διαστάσεις του ίδιου του ανοίγματος. Αποτέλεσμα αυτής της ιδιότητας των συνοριακών συνθηκών, είναι να μειωθεί και σε αυτή την περίπτωση ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος.

Στην περίπτωση κατά την οποία φορτίζεται ένα σώμα και όλοι του οι κόμβοι είναι ελεύθεροι να κινηθούν, τότε δεν υφίσταται παραμόρφωση, αλλά απλή μετακίνηση (ή στροφή). Σε αυτή την περίπτωση δεν είναι δυνατή η επίλυση του προβλήματος, διότι το φαινόμενο δεν υπακούει στην ίδια καταστατική εξίσωση^[19].

Τύποι συνοριακών συνθηκών

Δεδομένων των προαναφερθέντων, υπάρχουν τρεις τύποι συνοριακών συνθηκών^[19]:

- Προσδιορισμός της ζητούμενης παραμέτρου (μετατόπισης). Οι συνθήκες αυτές ονομάζονται γεωμετρικές (geometric or forced boundary conditions) και είναι γνωστές ως συνθήκες Dirichlet.
- Προσδιορισμός της μεταβολής της ζητούμενης παραμέτρου (παράγωγος της μετατόπισης). Οι συνθήκες αυτές ονομάζονται φυσικές συνοριακές συνθήκες (slope or gradient, natural boundary conditions) και είναι γνωστές ως συνθήκες Neumann.
- Προσδιορισμός και των δυο παραπάνω παραμέτρων ή μικτές συνθήκες.

4.10.1 Συνθήκες Dirichlet

Οι συνθήκες Dirichlet (essential boundary conditions) προδιαγράφουν άμεσα την συνάρτηση Φ στους συνοριακούς κόμβους ορίζοντας την τιμή της λύσης σε αυτούς. Στην περίπτωση κατά την οποία, το πρόβλημα διέπεται από παραμέτρους ελαστικότητας, οι γεωμετρικές συνθήκες δίνονται από τις εξής εκφράσεις μορφής^[19]:

$$\begin{aligned} u_x &= u_0 \\ u_y &= v_0 \end{aligned} \quad [4.24]$$

όπου u_x και u_y είναι οι μετατοπίσεις στους κόμβους, ενώ u_0 και v_0 είναι οι αντίστοιχες συνιστώσες προκαθορισμένων μετατοπίσεων που επιβάλλονται στον κόμβο.

4.10.2 Συνθήκες Neumann

Οι συνθήκες Neumann (natural boundary conditions) προδιαγράφουν την κάθετη βαθμίδα της Φ στους συνοριακούς κόμβους ορίζοντας την τιμή των χωρικών παραγώγων της λύσης στους κόμβους αυτούς. Έτσι, όπου εμφανίζεται η παράγωγος της λύσης σε περιοχή του συνόρου, αντικαθίσταται η τιμή της όπως αυτή ορίζεται στην συνθήκη Neumann.

Αντίστοιχα με τις γεωμετρικές συνθήκες, σε προβλήματα ελαστικότητας, οι φυσικές συνθήκες δίνονται από τις εκφράσεις μορφής:

$$\begin{aligned} f_x &= f_0 \\ f_y &= w_0 \end{aligned} \quad [4.25]$$

όπου f_x και f_y είναι οι κομβικές δυνάμεις, ενώ f_0 και w_0 είναι οι αντίστοιχες προκαθο-ρισμένες συνιστώσες δυνάμεων που επιβάλλονται στον κόμβο.

Γενικά, οι συνοριακές συνθήκες πρέπει να ικανοποιούν μια γενική συνθήκη συνέχειας του πεδίου επίλυσης, η οποία, για τους συνοριακούς κόμβους, διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} p(x_b, y_b, t, \Phi) + q(x_b, y_b, t) \cdot \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \cdot \nabla \Phi \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \\ p(x_b, y_b, t, \Phi) + q(x_b, y_b, t) \cdot \left(k_x \cos \theta \frac{\partial \Phi}{\partial x} + k_y \sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad [4.26]$$

όπου p και q είναι ειδικές χρονοεξαρτώμενες παράμετροι συνοριακών τιμών και ανάλογα τις τιμές που λαμβάνουν, καθορίζουν το είδος των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος.

Όταν η παράμετρος q λαμβάνει τιμή μηδέν τότε οι συνοριακές συνθήκες τύπου Dirichlet λαμβάνουν την μορφή

$$p(x_b, y_b, t, \Phi) = 0 \quad [4.27]$$

εκφράζοντας έτσι προδιαγεγραμμένη τιμή για την συνάρτηση πεδίου Φ για κάθε t .

Σε αυτή την περίπτωση, η παράμετρος p ορίζεται ως εξής:

$$p(x_b, y_b, t, \Phi) = \Phi - g(x_b, y_b, t) \quad [4.28]$$

και ο όρος g στην παραπάνω εκφραση καθορίζει την προδιαγεγραμμένη τιμή της Φ .

Σε αντίθετη περίπτωση, ισχύουν φυσικές συνοριακές συνθήκες με τον λόγο των παραμέτρων p και q να δίνει την προδιαγεγραμμένη τιμή της καθετης βαθμίδας της Φ επι του τμήματος συνόρου για το οποίο διατυπώνονται οι συνοριακές συνθήκες:

$$-\frac{p(x_b, y_b, t, \Phi)}{q(x_b, y_b, t)} = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}} = \left(k_x \cos \theta \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} + k_y \sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad [4.29]$$

4.11 Μετασηματισμός συντεταγμένων

Σύμφωνα με τον Αγιουτάντη (2002), οι συναρτήσεις μορφής συνήθως εκφράζονται σε κάποιο αυθαίρετο σύστημα τοπικών συντεταγμένων (local coordinates) σε αντιδιαστολή με το καθολικό σύστημα συντεταγμένων (global coordinates). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι συναρτήσεις μορφής που διέπουν το στοιχείο να εξαρτώνται μόνο από την σχετική γεωμετρία αυτού και όχι από την θέση του στον χώρο.

Ο μετασχηματισμός του συστήματος συντεταγμένων, από τοπικό σε καθολικό, βασίζεται στην σχέση :

$$dA = dx \times dy = |J| \times ds \times dt \quad [4.30]$$

όπου J είναι η Ιακωβιανή του συστήματος (Jacobian matrix).

Η Ιακωβιανή υπολογίζεται βάσει των συναρτήσεων μορφής που συνδέονται με το στοιχείο και για τις οποίες απαιτείται διαφορίση. Χρησιμοποιείται στην διαδικασία αλλαγής του συστήματος συντεταγμένων του κάθε στοιχείου ξεχωριστά και κατά συνέπεια όλου του πεδίου επίλυσης.

Επίλυση σε επίπεδο στοιχείου

Η επίλυση του προβλήματος πεδίου με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων γίνεται πρώτα σε επίπεδο στοιχείου και στην συνέχεια σε όλο το πεδίο. Η βασική εξίσωση που διέπει το κάθε στοιχείο, όπως υπολογίστηκε στις προηγούμενες παραγράφους και για τις τρεις διαστάσεις (βλ. εξισώσεις 4.9 , 4.18 & 4.21), είναι :

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \Phi_i N_i^e \quad [4.31]$$

η οποία ικανοποιεί την συνθήκη που εκφράζεται στην εξίσωση [4.19].

Έστω, ότι υφίσταται η περίπτωση δισδιάστατου τριγωνικού στοιχείου με τρεις κόμβους και ότι επιδιώκεται, με την βοήθεια της Μ.Π.Σ. να επιλυθεί το πρόβλημα της ελαστικότητας ενός υλικού. Σημειώνεται ότι το επίπεδο τριγωνικό στοιχείο έχει έξι βαθμούς ελευθερίας (δυο ανά κόμβο).

4.12.1 Καταστατικές εξισώσεις

Η καταστατική εξίσωση συμπεριφοράς του ελαστικού υλικού, η οποία συνδέει το αίτιο (τάση) με το αποτέλεσμα (μετατόπιση), παρίσταται από την σχέση μορφής :

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}) \quad [4.32]$$

η οποία μπορεί να γραφεί υπό μορφή πινάκων ως εξής :

$$\{\sigma\} = [E] \{\varepsilon\} \quad [4.33]$$

όπου ο πίνακας [E] παριστάνει το μητρώο των ελαστικών ιδιοτήτων του υλικού.

Οι εξισώσεις που συνδέουν την παραμόρφωση με την μετατόπιση, με βάση τον ορισμό της γραμμικής παραμόρφωσης, είναι οι εξής :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \quad [4.34]$$

Η εξίσωση [4.34] μετασχηματίζεται με βάση το τοπικό σύστημα συντεταγμένων και τους βαθμούς ελευθερίας του στοιχείου. Στην περίπτωση του τριγωνικού στοιχείου, που έχουμε δυο βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο (x, y), ισχύουν οι εξισώσεις :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial u}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial u}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y}\end{aligned}\quad [4.35]$$

Στην παραπάνω εξίσωση [4.35] οι μερικές παράγωγοι της μορφής $\partial s / \partial x$ δεν είναι ορισμένες. Με την χρήση του κανόνα της αλυσίδας καθορίζονται σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση :

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{|J|} \left[\frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial s}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \right] = \frac{1}{|J|} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{|J|} \left[\sum \frac{\partial N_i}{\partial t} y_i \right] \quad [4.36]$$

Επομένως, οι σχέσεις της εξίσωσης [3.34] δύναται να εκφραστεί σαν συνάρτηση των συντεταγμένων s, t της Ιακωβιανής και των καθολικών συντεταγμένων x_i, y_i .

Από τα παραπάνω προκύπτει μια σχέση της μορφής :

$$\{\varepsilon\} = [B] \{q\} \quad [4.37]$$

όπου

- $\{\varepsilon\}$ είναι ο πίνακας των παραμορφώσεων με διαστάσεις [3 x 1]
- $\{q\}$ είναι το διάνυσμα των μετατοπίσεων στους κόμβους με διαστάσεις [n x 1]
- [B] είναι ο πίνακας συσχετισμού με διαστάσεις [3 x n]
- n είναι οι συνολικοί βαθμοί ελευθερίας του στοιχείου

Δυναμική Ενέργεια

Η δυναμική ενέργεια του κάθε στοιχείου προκύπτει από το άθροισμα της εσωτερικής ενέργειας και του έργου των εξωτερικών δυνάμεων που επιδρούν στο στοιχείο, σύμφωνα με την σχέση :

$$\text{Δυναμική Ενέργεια} = \text{Εσωτερική Ενέργεια} - \text{Έργο Δυνάμεων} \quad [4.38]$$

Η σχέση [4.38] μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής :

$$\Pi_p = \iiint \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dx dy dz - \iiint \{F\} dx dy dz - \iint \{T\} dx dy - \sum_i F_i u_i \Rightarrow \quad [4.39]$$

$$\Pi_p = \int_V \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV - \int_V \{F\} dV - \int_A \{T\} dS - \sum_i F_i u_i \quad [4.40]$$

όπου ο πρώτος όρος περιγράφει την δυναμική ενέργεια, ο δεύτερος όρος περιγράφει το έργο που παράγεται από τις δυνάμεις πεδίου, ο τρίτος όρος περιγράφει το έργο που παράγεται από τις τάσεις ή τις καταναμημένες δυνάμεις που ασκούνται σε ακμές (edge loads) ή επιφάνειες (face or surface loads), και ο τελευταίος όρος περιγράφει το έργο που παράγεται από τις σημειακές δυνάμεις.

4.12.3 Μητρώο Ακαμψίας

Η διαφορίση της εξίσωσης [4.36] οδηγεί στην ελαχιστοποίηση της δυναμικής ενέργειας :

$$\delta \Pi_p = 0 \rightarrow \frac{\partial \Pi_p}{\partial \{q\}} = 0 \quad [4.41]$$

Από τις εξισώσεις [4.33], [4.37] και [4.40] προκύπτει :

$$\begin{aligned} U &= \int_V \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV = \int_V \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dV = \frac{h}{2} \iint \{q\}^T [B]^T [C] [B] \{q\} dx dy = \\ &= \frac{h}{2} \{q\}^T \iint [B]^T [C] [B] dx dy \{q\} = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \end{aligned} \quad [4.42]$$

όπου

$$K = h \iint_A [B]^T [C] [B] dx dy \quad [4.43]$$

- h είναι το πάχος του στοιχείου
- A είναι το εμβαδό του στοιχείου (βλ. εξίσωση 4.14)
- [K] είναι το μητρώο ακαμψίας του κάθε στοιχείου (element stiffness matrix)

Το μητρώο ακαμψίας συνδέει το αίτιο (δύναμη) με το αποτέλεσμα (μετατόπιση) σε επίπεδο στοιχείου. Οι συντελεστές του μητρώου [K] αποτελούν ισοδύναμες σταθερές ιδεατών ελατηρίων, τα οποία συνδέουν τους κόμβους (βαθμούς ελευθερίας) του στοιχείου μεταξύ τους.

Η συνάθροιση των μητρώων ακαμψίας όλων των στοιχείων δίνουν το καθολικό μητρώο ακαμψίας του πεδίου (global stiffness matrix).

Επίλυση σε επίπεδο σώματος

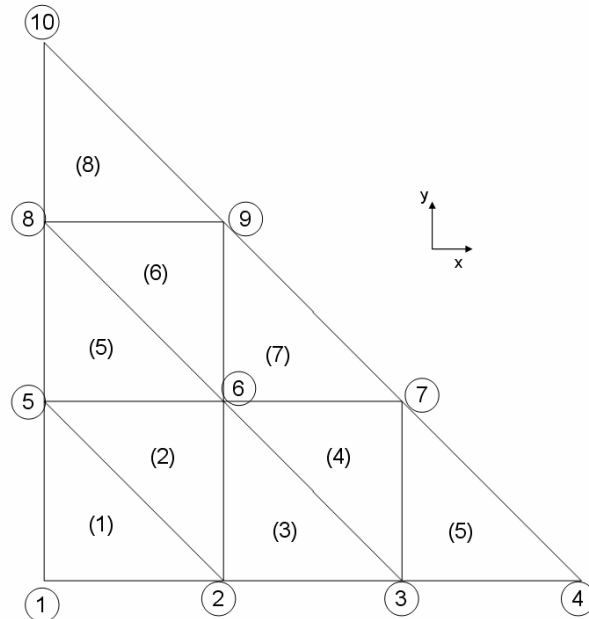
Απο τις προαναφερθείσες συναρτήσεις μορφής προκύπτει ότι από κάθε επίλυση σε επίπεδο στοιχείου, προκύπτει μια εξίσωση της μορφής :

$$\{F\} = [K]\{q\} \quad [4.44]$$

όπου $\{F\}$ είναι το αίτιο (επιβαλλόμενη δύναμη στο στοιχείο) και $\{q\}$ είναι το αποτέλεσμα (η μετατόπιση που υφίσταται το στοιχείο). Η συνιστώσα $[K]$, που αποτελεί το μητρώο ακαμψίας του στοιχείου, αναλύθηκε διεξοδικά στην προηγούμενη παράγραφο (βλ. § 4.12).

Για την επίλυση όλου του σώματος, πρέπει να γίνει συνάθροιση των εξισώσεων αυτών (assembly of element equations), με γνώμονα την σύνδεση των επιμέρους εξισώσεων συνέχειας που επηρεάζουν κάθε κόμβο και, μετά την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών, να γίνει επίλυση του τελικού γραμμικού συστήματος. Το γραμμικό αυτό σύστημα είναι n εξισώσεων με n αγνώστους, όπου n , όπως ανεφέρθη και παραπάνω, είναι ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας κάθε κόμβου.

Για την κατανόηση της διαδικασίας αυτής, θεωρούνται δέκα (10) γειτονικά μεταξύ τους στοιχεία με αρίθμηση κόμβων (βλ. σχ.4.12). Με την υπόθεση ότι με q_{ix} συμβολίζεται ο βαθμός ελευθερίας κατά x στον κόμβο i και με q_{iy} συμβολίζεται ο βαθμός ελευθερίας κατά y στον κόμβο i , οι εξισώσεις για κάθε στοιχείο δίνονται από το σύστημα των εξισώσεων :



Σχήμα 4.12 : Σύνδεση των επιμέρους εξισώσεων των στοιχείων

Για το στοιχείο (1) (κόμβοι 1,2,5) :

$$\begin{aligned}
K_{11}^{(1)} q_{1x} + K_{12}^{(1)} q_{1y} + K_{13}^{(1)} q_{2x} + K_{14}^{(1)} q_{2y} + K_{15}^{(1)} q_{5x} + K_{16}^{(1)} q_{5y} &= f_{1x}^{(1)} \\
K_{21}^{(1)} q_{1x} + K_{22}^{(1)} q_{1y} + K_{23}^{(1)} q_{2x} + K_{24}^{(1)} q_{2y} + K_{25}^{(1)} q_{5x} + K_{26}^{(1)} q_{5y} &= f_{1y}^{(1)} \\
\text{.....} & \\
K_{61}^{(1)} q_{1x} + K_{62}^{(1)} q_{1y} + K_{63}^{(1)} q_{2x} + K_{64}^{(1)} q_{2y} + K_{65}^{(1)} q_{5x} + K_{66}^{(1)} q_{5y} &= f_{5y}^{(1)}
\end{aligned}
\tag{4.45}$$

Για το στοιχείο (2) (κόμβοι 2,5,6) :

$$\begin{aligned}
K_{11}^{(2)} q_{2x} + K_{12}^{(2)} q_{2y} + K_{13}^{(2)} q_{5x} + K_{14}^{(2)} q_{5y} + K_{15}^{(2)} q_{6x} + K_{16}^{(2)} q_{6y} &= f_{2x}^{(2)} \\
K_{21}^{(2)} q_{2x} + K_{22}^{(2)} q_{2y} + K_{23}^{(2)} q_{5x} + K_{24}^{(2)} q_{5y} + K_{25}^{(2)} q_{6x} + K_{26}^{(2)} q_{6y} &= f_{2y}^{(2)} \\
\text{.....} & \\
K_{61}^{(2)} q_{2x} + K_{62}^{(2)} q_{2y} + K_{63}^{(2)} q_{5x} + K_{64}^{(2)} q_{5y} + K_{65}^{(2)} q_{6x} + K_{66}^{(2)} q_{6y} &= f_{6y}^{(2)}
\end{aligned}
\tag{4.46}$$

Για το στοιχείο (3) (κόμβοι 2,3,6) :

$$\begin{aligned}
K_{11}^{(3)} q_{2x} + K_{12}^{(3)} q_{2y} + K_{13}^{(3)} q_{3x} + K_{14}^{(3)} q_{3y} + K_{15}^{(3)} q_{6x} + K_{16}^{(3)} q_{6y} &= f_{2x}^{(3)} \\
K_{21}^{(3)} q_{2x} + K_{22}^{(3)} q_{2y} + K_{23}^{(3)} q_{3x} + K_{24}^{(3)} q_{3y} + K_{25}^{(3)} q_{6x} + K_{26}^{(3)} q_{6y} &= f_{2y}^{(3)} \\
\text{.....} & \\
K_{61}^{(3)} q_{2x} + K_{62}^{(3)} q_{2y} + K_{63}^{(3)} q_{3x} + K_{64}^{(3)} q_{3y} + K_{65}^{(3)} q_{6x} + K_{66}^{(3)} q_{6y} &= f_{6y}^{(3)}
\end{aligned}
\tag{4.47}$$

Για το στοιχείο (8) (κόμβοι 8,9,10) :

$$\begin{aligned}
K_{11}^{(8)} q_{8x} + K_{12}^{(8)} q_{8y} + K_{13}^{(8)} q_{9x} + K_{14}^{(8)} q_{9y} + K_{15}^{(8)} q_{10x} + K_{16}^{(8)} q_{10y} &= f_{8x}^{(8)} \\
K_{21}^{(8)} q_{8x} + K_{22}^{(8)} q_{8y} + K_{23}^{(8)} q_{9x} + K_{24}^{(8)} q_{9y} + K_{25}^{(8)} q_{10x} + K_{26}^{(8)} q_{10y} &= f_{8y}^{(8)} \\
\text{.....} & \\
K_{61}^{(8)} q_{8x} + K_{62}^{(8)} q_{8y} + K_{63}^{(8)} q_{9x} + K_{64}^{(8)} q_{9y} + K_{65}^{(8)} q_{10x} + K_{66}^{(8)} q_{10y} &= f_{10y}^{(8)}
\end{aligned}
\tag{4.48}$$

Γενικά, για το στοιχείο (n) (κόμβοι i,j,k) :

- Διακριτοποίηση του μοντέλου
- Στο στάδιο της κύριας επεξεργασίας :
 - Έλεγχος αριθμού σταδίου εκσκαφής
 - Αν το τρέχον στάδιο είναι το πρώτο :
 - Υπολογισμός των διανυσμάτων και των μητρώων κάθε στοιχείου
 - Συγκρότηση των διανυσμάτων και των μητρώων των στοιχείων στο συστημικό διάνυσμα και μητρώο
 - Συνάθροιση στο καθολικό σύστημα εξισώσεων
 - Εφαρμογή φορτίσεων και συνοριακών συνθηκών σε κάθε στοιχείο
 - Επίλυση της μητρωικής εξίσωσης ως προς τις κύριες κομβιακές μεταβλητές
 - Υπολογισμός των δευτερευουσών μεταβλητών
 - Αντιστοίχιση κόμβων και κομβιακών μεταβλητών
 - Αποθήκευση όλων των πληροφοριών του τρέχοντος σταδίου
 - Αν το τρέχον στάδιο είναι άλλο :
 - Αντιστοίχιση των κόμβων του τρέχοντος σταδίου με τους κόμβους του προηγούμενου σταδίου (υπέρθυση σταδίων).
 - Μεταφορά των αποθηκευμένων πληροφοριών των κόμβων του προηγούμενου σταδίου στους κόμβους του τρέχοντος σταδίου.
 - Μηδενισμός των διανυσμάτων και μητρώων που κατασκευάστηκαν από το προηγούμενο στάδιο
 - Επαναυπολογισμός των τοπικών και καθολικών διανυσμάτων και μητρώων.
 - Υπολογισμός των νέων κύριων και δευτερευουσών μεταβλητών
 - Αντιστοίχιση κόμβων και κομβιακών μεταβλητών
 - Αποθήκευση όλων των πληροφοριών του τρέχοντος σταδίου
- Στο στάδιο της μετά-επεξεργασίας :
 - Σχεδίαση και / ή εκτύπωση των αποτελεσμάτων σε κάθε στάδιο εκσκαφής.

Στάδιο Προ-επεξεργασίας

Οι κύριες παράμετροι εισόδου που χρειάζονται για τον προγραμματισμό με πεπερασμένα στοιχεία είναι :

- Η γεωμετρία του πεδίου
- Ο αριθμός των στοιχείων του συστήματος
- Οι συντεταγμένες κάθε κόμβου στο γενικό (global) σύστημα συντεταγμένων
- Το είδος κάθε στοιχείου
- Οι συνοριακές συνθήκες
- Οι παράμετροι του προβλήματος

Στο πρώτο στάδιο γίνεται η ανάγνωση των δεδομένων που περιγράφουν το πρόβλημα από γεωμετρικής και παραμετρικής άποψης. Τα δεδομένα αυτά είναι η γεωμετρία του πεδίου επίλυσης, οι φυσικές παράμετροι του μέσου που εμφανίζονται στη βασική διαφορική εξίσωση ως συντελεστές των όρων της, καθώς και στους καταστατικούς νόμους που περιγράφουν το πρόβλημα πεδίου το οποίο επιλύεται.

Εισαγωγή της γεωμετρίας

Η εισαγωγή και η περιγραφή της γεωμετρίας μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή στο MATLAB ενός συμβατού με τα δεδομένα, δομημένου πίνακα. Η διαδικασία αυτή είναι εύκολο να γίνει άμεσα, καθορίζοντας τον πίνακα για απλές γεωμετρίες, ωστόσο,

για πολύπλοκα γεωμετρικά σχήματα είναι επίπονη εργασία. Γι' αυτό το λόγο κατασκευάστηκε ένας αλγόριθμος εισαγωγής της γεωμετρίας του πεδίου (dxf_read.m) στο MATLAB, ο οποίος παρέχει την δυνατότητα ανάγνωσης παραμετρικών αρχείων σε μορφή DXF.

Τα αρχεία αυτά προκύπτουν από εφαρμογή σχεδιαστικών πακέτων όπως το AutoCAD, όπου η σχεδίαση ακόμη και πολύπλοκων γεωμετρικών σχημάτων είναι πιο ευκολη διαδικασία. Αναγκαία προϋπόθεση για την συμβατότητα του αλγόριθμου αυτού είναι η σχεδίαση στο AutoCAD των σχημάτων με κλειστά περιγράμματα (p_lines). Ο αλγόριθμος αναγνωρίζει τις συντεταγμένες των p_lines και κατασκευάζει έναν πίνακα [gd] ο οποίος εισάγεται στο MATLAB και έχει την μορφή που φαίνεται στο σχήμα 5.1 :

	2	2	2
	n	n	n
n	x(beg)	x(beg)	x(beg)

n	y(beg)	y(beg)	y(beg)

Σχήμα 5.1 : Δομημένος πίνακας που περιγράφει την γεωμετρία του αρχείου dxf_read

Στον πίνακα (βλ. σχ. 5.1) κάθε στήλη αντιστοιχεί και σε ένα κλειστό γεωμετρικό περίγραμμα, ενώ κάθε γραμμή περιέχει συγκεκριμένες πληροφορίες για την γεωμετρία του πεδίου. Η πρώτη γραμμή περιέχει μόνο τον αριθμό δυο (2), ο οποίος αντιστοιχεί στον κωδικό πολυγωνικής κλειστής καμπύλης για το πρόγραμμα. Η δεύτερη γραμμή περιέχει τον αριθμό n των γραμμικών τμημάτων (segments) που καθορίζουν το κάθε κλειστό περίγραμμα.

Οι επόμενες n τον αριθμό γραμμές, όπου n ο αριθμός των τμημάτων, περιέχουν τις x συντεταγμένες των αρχικών σημείων του κάθε τμήματος, ενώ οι επόμενες, n τον αριθμό γραμμές, περιέχουν τις y συντεταγμένες των αρχικών σημείων του κάθε τμήματος αντίστοιχα.

Εκτός του παραμετρικού πίνακα γεωμετρίας [gd] υπάρχουν ακόμη δυο εντολές του MATLAB οι οποίες αφορούν την περιγραφή της εσωτερικής δομής του ολικού χωρίου ως προς τα υποπεδία που το αποτελούν.

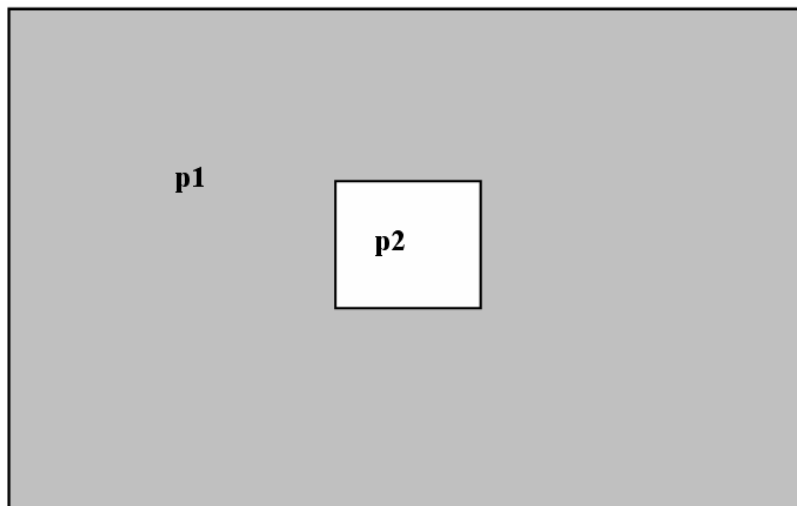
Πιο συγκεκριμένα, η παράμετρος [ns] δίνει έναν αριθμητικό πίνακα του οποίου κάθε στήλη αντιστοιχεί στον συνδυασμό των αριθμών διπλής ακρίβειας (double-precision) των χαρακτήρων που αποτελούν την συμβολοσειρά του ονόματος - ετικέτας (label)

ενός συγκεκριμένου υποπεδίου όπως ο πίνακας αυτός υπολογίζεται από την εντολή 'double' του MATLAB. Το όνομα του υποπεδίου ορίζεται από τον χρήστη (πχ. p1).

Η δεύτερη παράμετρος που περιγράφει την δομή του ολικού πεδίου είναι η [sf], η οποία καθορίζει την σύνθεση μεταξύ των υποπεδίων. Αν, για παράδειγμα, υπάρχουν δυο υποπεδία (p1, p2, με το p2 να περικλείεται μέσα στο p1) στην συνολική γεωμετρία του χωρίου, μπορεί να οριστεί η φόρμουλα :

$$sf = 'p1 - p2' \quad [5.1]$$

ώστε να προστεθεί το υποπεδίο p1 και να αφαιρεθεί το υποπεδίο p2 από το ολικό χωρίο (βλ.σχ 5.2)



Σχήμα 5.2 : Σύνθετο πεδίο αποτελούμενο από τα υποπεδία p1 και p2 όπου ισχύει η φόρμουλα p1-p2

Οι πληροφορίες του πίνακα [gd] και των παραμέτρων sf και ns αναλύεται περισσότερο εκτελώντας την εντολή αποδόμησης του πίνακα γεωμετρίας deesg και η οποία εξάγει ένα μητρώο [g], που είναι ο αναλυτικός πίνακας της γεωμετρίας.

Κατασκευή σταδίων εκσκαφής

Στο πρόβλημα που μελετάται στην εργασία αυτή, η συμπεριφορά του μοντέλου εκσκαφής προσδιορίζεται σε φάσεις (στάδια εκσκαφής).

Στο πρώτο στάδιο το μοντέλο του γεωυλικού είναι αδιάρρηκτο. Στο δεύτερο στάδιο λαμβάνει χώρα η πρώτη φάση εκσκαφής ενός τμήματος του υπόγειου ανοίγματος και παράλληλα τοποθετούνται μέτρα υποστήριξης με την μορφή συνοριακών συνθηκών. Στο τρίτο και τελευταίο στάδιο εκσκάπτεται επιπλέον τμήμα του ανοίγματος το οποίο παραμένει ανυποστήρικτο.

Η γεωμετρία των τριων σταδίων, που εφαρμόζονται στον συγκεκριμένο κώδικα του προγράμματος, δημιουργείται βάσει της σχέσης (5.1) για τα υποπεδία p_i . Συγκεκριμένα, στα τρία στάδια εφαρμόζονται οι αντίστοιχες σχέσεις (βλ. σχ. 5.3) :

- για το πρώτο στάδιο :

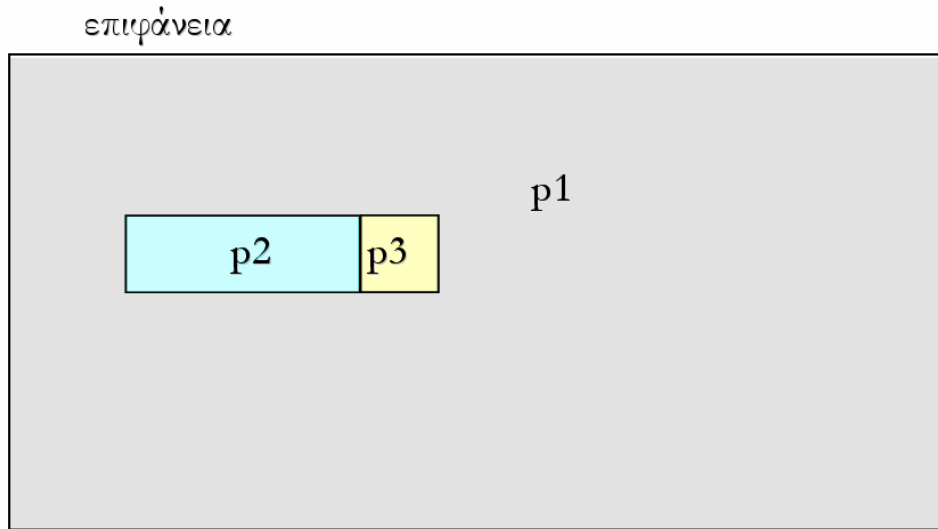
$$sf = p1 + p2 + p3' \quad [5.2]$$

- για το δεύτερο στάδιο :

$$sf = p1 - p2 + p3' \quad [5.3]$$

- για το τρίτο στάδιο :

$$sf = p1 - p2 - p3' \quad [5.4]$$

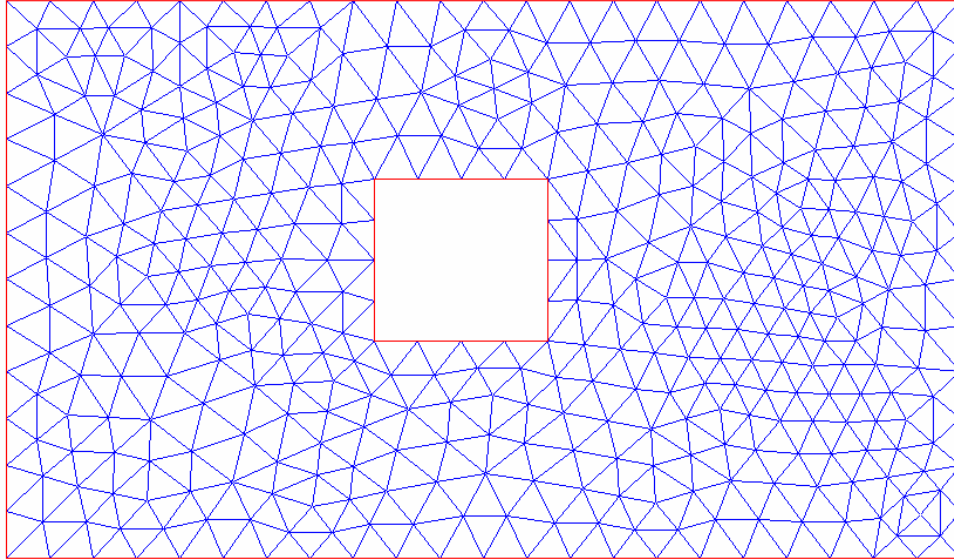


Σχήμα 5.3 : Η αντιστοίχιση των υποπεδίων στο ολικό πεδίο του προβλήματος

Διακριτοποίηση του πεδίου

Στην συνέχεια γίνεται η διακριτοποίηση του πεδίου σε πεπερασμένα στοιχεία. Όπως και η εισαγωγή της γεωμετρίας, έτσι και η διακριτοποίηση του χωρίου μπορεί να γίνει άμεσα με εφαρμογή κατάλληλων μεν, πολύπλοκων δε, εξισώσεων. Ωστόσο είναι ευκολότερη και προτιμότερη η αυτόματη διακριτοποίηση με την εφαρμογή της εντολής 'initmesh' από τη βιβλιοθήκη εντολών pdeool. Πύκνωση του πλέγματος δύναται να γίνει με την εντολή 'refinemesh'.

Η εντολή θέτει σε εφαρμογή έναν αλγόριθμο τριγωνοποίησης του Delaunay, διακριτοποιώντας το ορισμένο πεδίο σε τριγωνικά-τριομβικά στοιχεία (βλ. σχ. 5.4). Η διαστασιολόγηση των τριγωνικών στοιχείων εξαρτάται από ορίσματα εισόδου όπως είναι η τιμή του μέγιστου μήκους πλευράς τριγωνικού στοιχείου 'Hmax' και ο ρυθμός ανάπτυξης του πλέγματος 'Hgrad' από τα σύνορα προς το εσωτερικό του πεδίου, ο οποίος ορίζεται από τον λόγο του αριθμού των κόμβων στα σύνορα προς τον αριθμό των κόμβων που δημιουργούνται στο εσωτερικό του πεδίου λαμβάνοντας τιμές μεγαλύτερες από 1 και μικρότερες από 2.



Σχήμα 5.4 : Διακριτοποίηση σε τριγωνικά στοιχεία βάσει του αλγόριθμου Delaunay

Στην περίπτωση κατά την οποία με την εκτέλεση της εντολής ‘initmesh’, δεν καθορίζονται αυτές οι παράμετροι, τότε το μέγιστο μήκος πλευράς τριγωνικού στοιχείου εκτιμάται αυτόματα από τον αλγόριθμο τριγωνοποίησης για δεδομένη εξ’ορισμού τιμή του ρυθμού ανάπτυξης πλέγματος που είναι ίση με 1,3. Η διακριτοποίηση κοντά σε ανοίγματα είναι πυκνότερη από ότι σε άλλες περιοχές του πεδίου (βλ. § 4.4.5).

Με εφαρμογή της εντολής προκύπτουν τρεις αριθμητικοί πίνακες, οι [p], [e] και [t], οι οποίοι και περιγράφουν τις παραμέτρους του πλέγματος των τριγωνικών στοιχείων που έχει δημιουργηθεί.

Ο πίνακας [p] είναι ο πίνακας των κόμβων του πλέγματος. Αποτελείται από δύο γραμμές και τόσες στήλες όσοι είναι και οι κόμβοι του πλέγματος. Στην πρώτη γραμμή του πίνακα περιέχονται οι συντεταγμένες x των αντιστοιχών κόμβων, ενώ στην δεύτερη γραμμή περιέχονται οι αντίστοιχες συντεταγμένες y.

Ο πίνακας [e] είναι ο πίνακας των ακμών (edges) που δημιουργήθηκαν κατά μήκος των τμημάτων των συνόρων, και οι οποίες ακμές είναι στην ουσία πλευρές τριγωνικών στοιχείων που εφάπτονται επί των τμημάτων των συνόρων. Ο πίνακας αποτελείται από επτά γραμμές και τόσες στήλες όσες είναι οι δημιουργηθείσες ακμές επί των συνόρων του πεδίου (η κάθε στήλη αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ακμή).

Στη πρώτη και δεύτερη γραμμή κάθε στήλης, περιέχονται ακέραιοι αριθμοί, δείκτες των κόμβων που καταλαμβάνουν τα δύο άκρα της αντίστοιχης ακμής, και αντιστοιχούν σε αύξοντες αριθμούς στηλών του πίνακα [p]. Στην τρίτη και τέταρτη γραμμή κάθε στήλης περιέχονται τιμές για τα άκρα της αντίστοιχης ακμής μεταξύ 0 και 1, οι οποίες εξαρτώνται από τις σχετικές αποστάσεις των άκρων αυτών από το κέντρο του αντίστοιχου τριγωνικού στοιχείου και χρησιμοποιούνται ως συντελεστές παρεμβολής. Στην πέμπτη γραμμή περιέχεται ο αύξων αριθμός του τμήματος του συνόρου στο οποίο ανήκει η αντίστοιχη, με την στήλη, ακμή και ο οποίος αντιστοιχεί σε αριθμό στήλης του πίνακα γεωμετρίας [g]. Στην έκτη και έβδομη γραμμή, περιέχονται οι αύξοντες αριθμοί των υποπεδίων τα οποία διαχωρίζονται από την ακμή, με τη θέση του

μηδενικού άξοντα αριθμού να καθορίζει κατά ανάλογο, με τον πίνακα γεωμετρίας, τρόπο το αν η ακμή ανήκει σε εξωτερικό σύνορο ή περίγραμμα οπής.

Ο πίνακας [t] είναι ο πίνακας των τριγωνικών στοιχείων που συνθέτουν το πλέγμα. Αποτελείται από τέσσερις γραμμές και αριθμό στηλών αντίστοιχο με τα στοιχεία. Στις τρεις πρώτες γραμμές κάθε στήλης, περιέχονται οι δείκτες των κόμβων (άξοντες αριθμοί στηλών του πίνακα p) που καταλαμβάνουν τις κορυφές του τριγωνικού στοιχείου (στο οποίο αντιστοιχεί η συγκεκριμένη στήλη) με φορά αρίθμησης παράλληλη με τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Η τετάρτη γραμμή της κάθε στήλης του πίνακα, περιέχει τον άξοντα αριθμό υποπεδίου στο οποίο ανήκει το τριγωνικό στοιχείο που αντιστοιχεί στη στήλη αυτή. Εννοείται φυσικά ότι η καταχώριση στην τέταρτη στήλη δεν μπορεί να είναι μηδέν, διότι μηδενικός άξων αριθμός υποπεδίου, αντιστοιχεί σε κενό εντός του οποίου δεν δημιουργείται πλέγμα στοιχείων.

Εισαγωγή συνοριακών συνθηκών

Σε αυτό το στάδιο εισάγονται επίσης οι αρχικές και οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος που μπορεί να μην χαρακτηρίζουν τις ιδιότητες αυτού καθ'αυτού του πεδίου, αλλά αποτελούν βασικά συστατικά για τον πλήρη ορισμό του προβλήματος έτσι ώστε να προκύψει ένα ολοκληρωμένο αριθμητικό μοντέλο η επίλυση του οποίου οδηγεί τελικά στη λύση του προβλήματος πεδίου που εξετάζεται. Η εισαγωγή των συνθηκών επιτυγχάνεται με την χρήση εξωτερικών αρχείων κώδικα (m-files) τα οποία έχουν γραφτεί και αποθηκευτεί στο περιβάλλον του MATLAB. Σε κάθε στάδιο εκσκαφής εισάγονται οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες για την επίλυση του μοντέλου.

Οι συνοριακές συνθήκες περιλαμβάνουν, όπως αναλύθηκε στην θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων, τις εξωτερικές δυνάμεις (load) που εφαρμόζονται στο πρόβλημα και τις συνθήκες ισορροπίας του πεδίου (πχ. ακκύρωση κατώτερων ή / και πλευρικών κόμβων, κλπ). Επιγραμματικά, οι συνοριακές συνθήκες είναι οι γεωμετρικές (Dirichlet), οι φυσικές συνοριακές συνθήκες (Neumann) και ο συνδυασμός των δυο^[19].

Συνθήκες Dirichlet

Οι γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες (Dirichlet) στον προγραμματισμό των πεπερασμένων στοιχείων, για δισδιάστατα προβλήματα γεωμηχανικής, προσδιορίζουν την μετατόπιση κόμβων σε σημεία, σε σύνολο σημείων, ή σε τμήματα συνόρων του πεδίου επίλυσης. Συνήθως εφαρμογή τους είναι ο μηδενισμός των μετατοπίσεων σε τμήματα συνόρων του πλέγματος. Ορίζονται, για παράδειγμα, ως :

$$\begin{array}{l} Dx_{(beg)} = 0 \\ Dx_{(end)} = 0 \end{array} \quad \text{και} \quad \begin{array}{l} Dy_{(beg)} = 0 \\ Dy_{(end)} = 0 \end{array} \quad [5.5]$$

σε συγκεκριμένα γραμμικά τμήματα (segments). Οι δείκτες 'beg' και 'end' στην παραπάνω εξίσωση ορίζονται σύμφωνα με τον γεωμετρικό πίνακα και εκφράζουν το αρχικό και τελικό κομβικό σημείο κάθε γραμμικού τμήματος αντίστοιχα. Η εφαρμογή, συνεπώς, των εντολών είναι η μηδενική μετατόπιση από το αρχικό μέχρι και το τελικό σημείο κατά τον άξονα των x ή τον άξονα των y αντίστοιχα.

Συνθήκες Neumann

Οι φυσικές συνοριακές συνθήκες (Neumann) στον προγραμματισμό των πεπερασμένων στοιχείων, για δισδιάστατα προβλήματα γεωμηχανικής, προσδιορίζουν την παράγωγο της μετατόπισης κόμβων σε σημεία, σε τμήματα συνόρων του πεδίου επίλυσης.

Φυσικές συνοριακές συνθήκες είναι η φόρτιση του εκάστοτε υλικού με σημειακές δυνάμεις ή δυνάμεις κατανεμημένης φόρτισης επί μήκος συνόρου. Η σημειακή φόρτιση σε έναν κόμβο στοιχείου του πεδίου του προβλήματος ορίζεται, για παράδειγμα, ως :

$$\begin{aligned} f_x &= f_{x0} \\ f_y &= f_{y0} \end{aligned} \quad [5.6]$$

Με κατάλληλο σύστημα εξισώσεων οι δυνάμεις αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε κάθε κόμβο κάθε στοιχείου του πεδίου ή στο κέντρο βάρους κάθε στοιχείου του πλέγματος. Αντίστοιχα με τις γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες, σε κάθε στάδιο εκκαμφής εισάγονται οι κατάλληλες συνθήκες Neumann για την επίλυση του μοντέλου.

Παράμετροι του προβλήματος

Τέλος, οι παράμετροι του προβλήματος, οι ιδιοτιμές του υλικού, μπορούν να εισαχθούν στην αρχή του κώδικα ή δύναται να καλείται ο χρήστης να τις εισάγει κατά την εφαρμογή του προγράμματος. Η δεύτερη εκδοχή είναι προτιμότερη, δίνοντας στον χρήστη την δυνατότητα να εισάγει διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους, προσαρμόζοντας το πρόβλημα στα εκάστοτε ζητούμενα. Οι τιμές των παραμέτρων εισάγονται εξωτερικά του αρχείου με την χρήση στο αρχείο της εντολής 'input' όπου το πρόγραμμα καλεί τον χρήστη να τις εισάγει. Οι παράμετροι του προβλήματος που μελετάται στην εργασία αυτή είναι :

- Το μέτρο ελαστικότητας (E) του Young σε MPa
- Ο λόγος του Poisson (ν)
- Το ειδικό βάρος του υλικού (γ) σε MN/m³

Στάδιο Κύριας Επεξεργασίας

Οι τιμές των παραμέτρων του πλέγματος και ο πίνακας γεωμετρίας, αποτελούν την γεωμετρική βάση δεδομένων του αριθμητικού μοντέλου. Η πληροφορία, ωστόσο, που παρέχεται από το σύστημα των παραμετρικών πινάκων, δεν επαρκεί για την επίλυση του προβλήματος. Απαιτούνται επιπλέον οι μαθηματικές εξισώσεις και οι παράμετροι αυτών, που σχετίζονται με το κάθε στοιχείο του πεδίου και υπεισέρχονται στην διατύπωση των εξισώσεων διακριτοποίησης και στην επίλυση τους ώστε να προκύψει η τελική λύση. Οι παράμετροι αυτές είναι οι εξής:

- Οι συναρτήσεις μορφής του κάθε στοιχείου
- Οι βαθμίδες των συναρτήσεων μορφής του κάθε στοιχείου

Υπέρθεση μεταξύ των σταδίων

Στο σημείο αυτό, στον αλγόριθμο, υπεισέρχεται η προυποθετή απόφαση if, η οποία εντοπίζει σε ποιο στάδιο εκσκαφής εφαρμόζονται οι υπολογισμοί των μητρώων και των διανυσμάτων.

Αν εξετάζεται το πρώτο στάδιο εκσκαφής, τότε δίνεται η εντολή για την κατάστρωση των συναρτήσεων. Γίνεται επίλυση των εξισώσεων και αποθηκεύονται οι τιμές των αποτελεσμάτων. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα είναι οι τάσεις (σ_{ij}), οι τροπές (ϵ_{ij}), οι μετατοπίσεις (u_{ij}) και οι κομβικές δυνάμεις (nodal forces).

Αν το στάδιο είναι άλλο από το πρώτο, τότε λαμβάνει πρώτα χώρα η αντιστοίχιση των κόμβων του προηγούμενου σταδίου με τους κόμβους του τρέχοντος σταδίου. Η διαδικασία αυτή καλείται υπέρθεση μεταξύ των σταδίων. Η αντιστοίχιση γίνεται διότι από στάδιο σε στάδιο η γεωμετρία του πεδίου αλλάζει (βλ. § 5.3.2), κάποια στοιχεία αφαιρούνται από το πλέγμα του πεδίου επίλυσης, με αποτέλεσμα να αλλάζει και η αρίθμηση των κόμβων των υπόλοιπων στοιχείων σε σχέση με την αντίστοιχη αρίθμηση αυτών στο προηγούμενο στάδιο.

Στο νέο στάδιο, πριν από κάθε υπολογισμό, οι κόμβοι των στοιχείων που δεν αφαιρέθηκαν, βρίσκονται στην αρχική τους θέση. Στους κόμβους αυτούς γίνεται εφαρμογή των αποτελεσμάτων των μεταβολών των μετατοπίσεων από το προηγούμενο στάδιο, ώστε η επίλυση να ξεκινήσει από εκεί που σταμάτησε στο προηγούμενο στάδιο.

Από τις μεταβολές των μετατοπίσεων (ΔU_{ij}) υπολογίζονται οι τάσεις, οι τροπές και οι κομβικές δυνάμεις σε επίπεδο στοιχείου. Οι τιμές αυτές εφαρμόζονται στους αντίστοιχους κόμβους του τρέχοντος σταδίου και αθροίζονται στις νέες τιμές που προκύπτουν από την νέα επίλυση του τρέχοντος σταδίου. Ο υπολογισμός των μεταβλητών που ανεφέρθησαν, αναλύεται στις επόμενες ενότητες.

Υπολογισμός και συναρμογή διανυσμάτων και μητρώων

Οι συναρτήσεις μορφής, που περιγράφησαν σε προηγούμενο κεφάλαιο, χρησιμοποιούνται στην συγκρότηση των διανυσμάτων και των μητρώων που διέπουν κάθε στοιχείο ξεχωριστά. Η εφαρμογή του συστήματος των συναρτήσεων μορφής με τα δεδομένα εισόδου οδηγεί στην κατασκευή των διανυσμάτων και μητρώων κάθε ενός στοιχείου, τα οποία, εν συνεχεία, συναρμολογούνται ώστε να προκύψει το καθολικό δίανυσμα και μητρώο του βήματος φόρτισης. Για τον λόγο αυτό θα πρέπει να καθοριστεί που πρέπει να τοποθετηθεί το μητρώο κάθε στοιχείου στο καθολικό σύστημα. Τα διανύσματα και μητρώα που πρέπει να υπολογιστούν είναι τα εξής :

- Πίνακας των συναρτήσεων μορφής (N matrix)
- Πίνακας συντελεστών των συναρτήσεων μορφής (Shape Matrix)
- Πίνακας συντελεστών των βαθμίδων των συναρτήσεων μορφής (B matrix)
- Ιακωβιανός πίνακας αλλαγής συστήματος συντεταγμένων (Jacob)
- Ο πίνακας ακαμψίας του πεδίου επίλυσης (Stiffness matrix)
- Το δίανυσμα φόρτισης του πεδίου επίλυσης (Load Vector)

Ο πίνακας ‘N matrix’ είναι ο πίνακας των συναρτήσεων μορφής που διέπουν το πρόβλημα. Περιέχει τις συναρτήσεις μορφής για κάθε κόμβο του στοιχείου. Για τριγωνικό – τρικομβικό στοιχείο ο πίνακας αυτός έχει διαστάσεις 6×2 και έχει την μορφή :

$$N(x) = \frac{1}{2 \times A} \times \begin{bmatrix} N_1(x, y) & N_2(x, y) & N_3(x, y) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1(x, y) & N_2(x, y) & N_3(x, y) \end{bmatrix} \quad [5.7]$$

Ο πίνακας ‘Shape Matrix’, αντιστοιχίζει τετραγωνικούς υποπίνακες σε όλα τα στοιχεία του πεδίου, που περιέχουν τους συντελεστες των όρων των συναρτήσεων μορφής του αντίστοιχου στοιχείου.

Ο πίνακας ‘B matrix’ αντιστοιχίζει σε όλα τα στοιχεία του πεδίου αντίστοιχους τετραγωνικούς υποπίνακες (2×6) των συντελεστων των όρων των βαθμίδων των συναρτήσεων μορφής.

Ο πίνακας ‘Jacob’ αντιστοιχίζει τον Ιακωβιανό πίνακα μετασχηματισμού του στοιχείου από το γενικό Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (x, y) στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων (ξ, η) του στοιχείου.

Ο πίνακας ‘stiffness matrix’ του πεδίου περιέχει υποπίνακες ακαμψίας για κάθε στοιχείο ξεχωριστά. Οι υποπίνακες αυτοί είναι τετραγωνικοί (6×6). Η εξίσωση που δίνει τον πίνακα ακαμψίας για κάθε στοιχείο (element stiffness matrix) είναι :

$$K^e = \frac{1}{2} \times |J| \times [B^e]^T \times [D^e] \times [B^e] \quad [5.8]$$

όπου, $|J|$ είναι η ορίζουσα του Ιακωβιανού πίνακα, $[B^e]$ είναι ο πίνακας [B] του στοιχείου, $[B^e]^T$ είναι ο ανάστροφος του πίνακα [B] και $[D^e]$ είναι ο πίνακας των παραμέτρων του υλικού. Ο πίνακας ακαμψίας του ολικού πεδίου επίλυσης (global stiffness matrix) προκύπτει από την συναρμολογή των επιμέρους τοπικών μητρώων ακαμψίας των στοιχείων.

Το διάνυσμα ‘Load Vector’ είναι το διάνυσμα που εκφράζει την επιβολή φορτίσεων στο πεδίο του προβλήματος. Συναρμολογείται από τα διανύσματα φόρτισης κάθε στοιχείου του πλέγματος. Η εξίσωση που δίνει το διάνυσμα φόρτισης για κάθε στοιχείο (element load vector) είναι :

$$\text{Load vector} = w^e + \text{φυσικές συνοριακές συνθήκες (Neumann)} \quad [5.9]$$

όπου το w^e εκφράζει τις εξωτερικές δυνάμεις που συμμετέχουν στην φόρτιση του στοιχείου και δίνεται από την εξίσωση :

$$w^e = \frac{1}{2} \times |J| \times [N] \times f_w$$

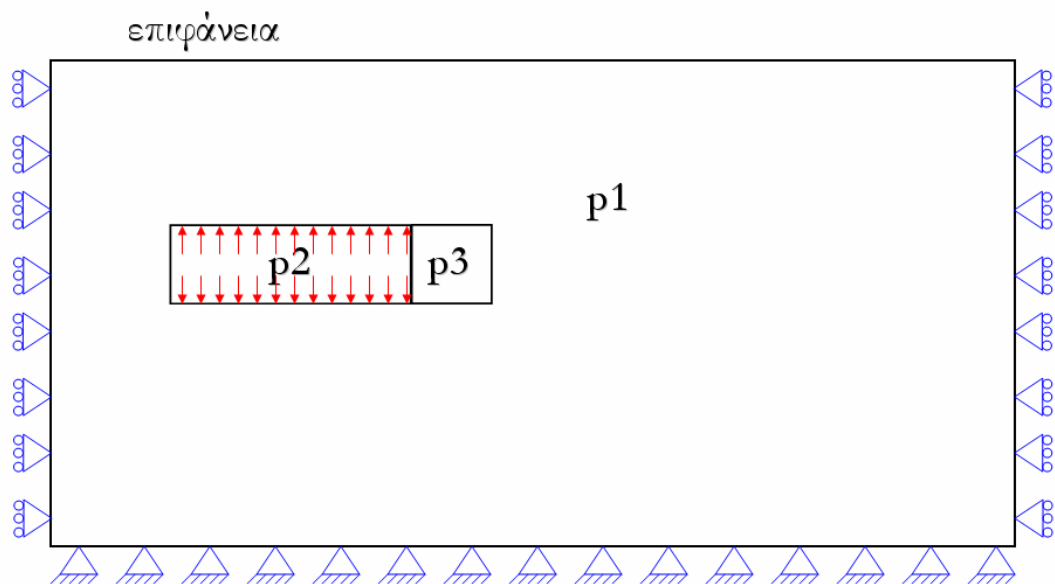
[5.10]

όπου, $|J|$ είναι η ορίζουσα του Ιακωβιανού πίνακα, $[N]$ είναι ο πίνακας των συναρτήσεων μορφής του στοιχείου και $[f_w]$ είναι ένας πίνακας διαστάσεων 2×1 , όπου στην πρώτη γραμμή είναι η τιμή της x συνιστώσας και στην δεύτερη γραμμή είναι η τιμή της y συνιστώσας του διανύσματος της δύναμης που επιβάλλεται στο στοιχείο.

Περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης

Θα πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι όλα τα διανύσματα και τα μητρώα που κατασκευάζονται με σκοπό την επίλυση του προβλήματος, μηδενίζονται στην αρχή κάθε σταδίου ώστε να επαναυπολογιστούν με βάση τα νέα δεδομένα που υπεισέρχονται στο τρέχον στάδιο εκσκαφής. Έτσι, στο νέο στάδιο γίνεται επανακατασκευή των διανυσμάτων και των μητρώων και νέα επίλυση του συστήματος των εξισώσεων.

Η διαδικασία, της οποίας προηγήθηκε η περιγραφή, λαμβάνει χώρα για τρία, τον αριθμό, στάδια. Το αρχικό στάδιο εκσκαφής, όπου το υλικό παραμένει αδιάρρηκτο, υποβάλλεται μόνο σε βαρυντικές φορτίσεις (gravity load). Στα επόμενα δυο στάδια εκσκαφής αφαιρούνται τμήματα του υλικού (βλ. § 5.3.2), ενώ το μοντέλο φορτίζεται με βαρύτητα. Στα δυο αυτά στάδια εκσκαφής εφαρμόζονται μέτρα υποστήριξης, με την μορφή φυσικών συνοριακών συνθηκών, στα τοιχώματα (οροφή και δάπεδο) του ανοίγματος p_2 (βλ. σχ. 5.5). Τέλος, οι συνθήκες Dirichlet εφαρμόζονται στο δεξιό και το αριστερό όριο του μοντέλου για μηδενική μετατόπιση στον x άξονα (κύλιση), και στο κάτω όριο του μοντέλου για μηδενική μετατόπιση στον x και τον y άξονα (πά-κτωση) αντίστοιχα (βλ. σχ. 5.5). Με την διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται η συρρίκνω-ση της γεωμετρίας του άπειρου, στην πραγματικότητα, μέσου σε πεπερασμένο. Ουσιαστικά, δηλαδή, η εντατική κατάσταση μακριά από το άνοιγμα δεν επηρεάζει, ούτε επηρεάζεται από πεδία δυνάμεων.



Σχήμα 5.5 : Επιβολή συνοριακών συνθηκών στο πεδίο του προβλήματος

Στάδιο Μετά-Επεξεργασίας

Η εισαγωγή των κατάλληλων παραμέτρων στο πρόγραμμα εκκινεί την διαδικασία επίλυσης του προβλήματος και την εξαγωγή, σε μητρώα και / ή σε γραφήματα, των αποτελεσμάτων του προβλήματος. Στην διαδικασία αυτή χρήσιμη είναι η εντολή plot που περιέχεται στο Graphical User Interface (GUI) του MATLAB.

Από την επίλυση του προβλήματος πεδίου προκύπτουν, όπως αναφέρθη, οι τιμές των τάσεων (σ_{ij}), των τροπών (ϵ_{ij}) και των μετατοπίσεων (u_{ij}) στους κόμβους των στοιχείων. Η γραφική αναπαράσταση των τιμών αυτών γίνεται, ξεχωριστά για κάθε στάδιο, στο επόμενο κεφάλαιο.

Αποτελέσματα και συγκρίσεις

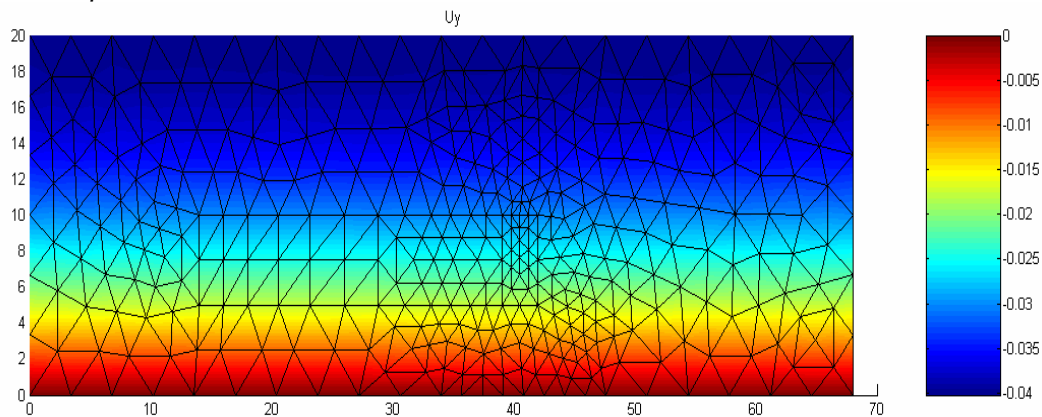
Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αναπαρίστανται, με την βοήθεια χρωματικού κώδικα, οι κατακόρυφες τάσεις, οι κατακόρυφες τροπές και οι κατακόρυφες μετατοπίσεις στο πεδίο, για όλα τα στάδια εκσκαφής. Στο τέλος της ενότητας απεικονίζονται και οι μορφές που έχει πάρει το πεδίο στα τρία στάδια, μετά την επίλυση.

Τα δεδομένα εισόδου στον κώδικα του Matlab είναι τα εξής :

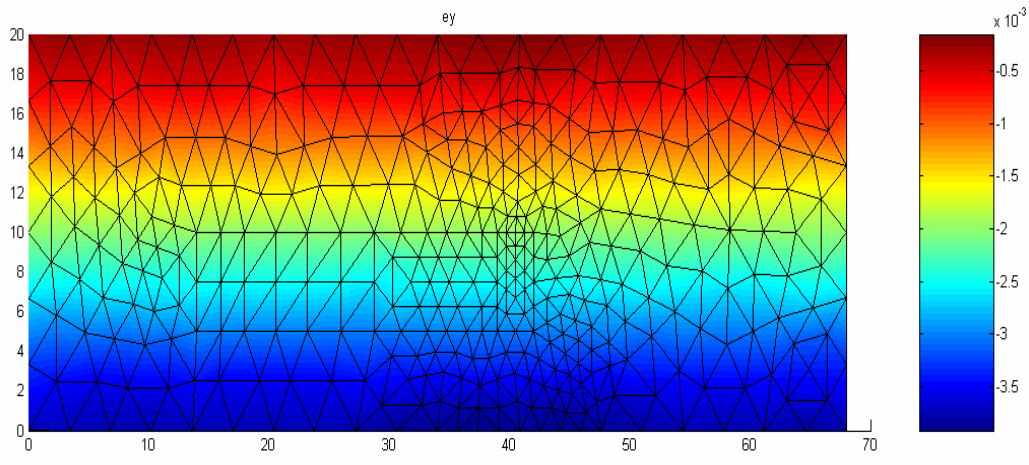
- Διαστάσεις μοντέλου :
 - Μήκος πεδίου $L=68$ m
 - Πλάτος πεδίου $P=20$ m
 - Βάθος εκσκαφής σήραγγας $H=10$ m
 - Διάσταση υπόγειου ανοίγματος $D=5$ m
- Παράμετροι του υλικού :
 - Μέτρο ελαστικότητας $E=100$ MPa
 - Λόγος του Poisson $\nu=0.3$
 - Ειδικό βάρος γεωυλικού $\gamma=0,027$ MN/m³

Αναλυτικά προκύπτουν :

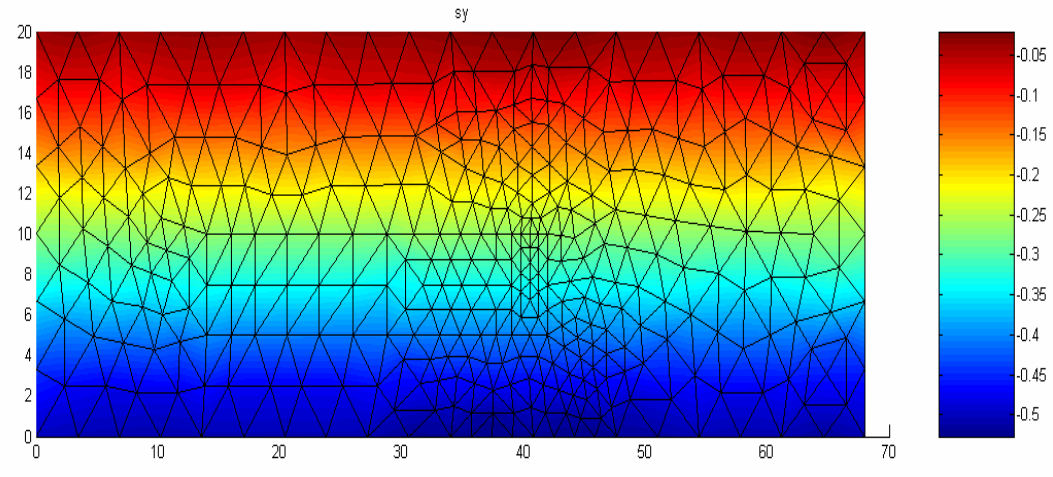
για το πρώτο στάδιο :



Σχήμα 6.1 : Η κατακόρυφη μετατόπιση στο πρώτο στάδιο εκσκαφής

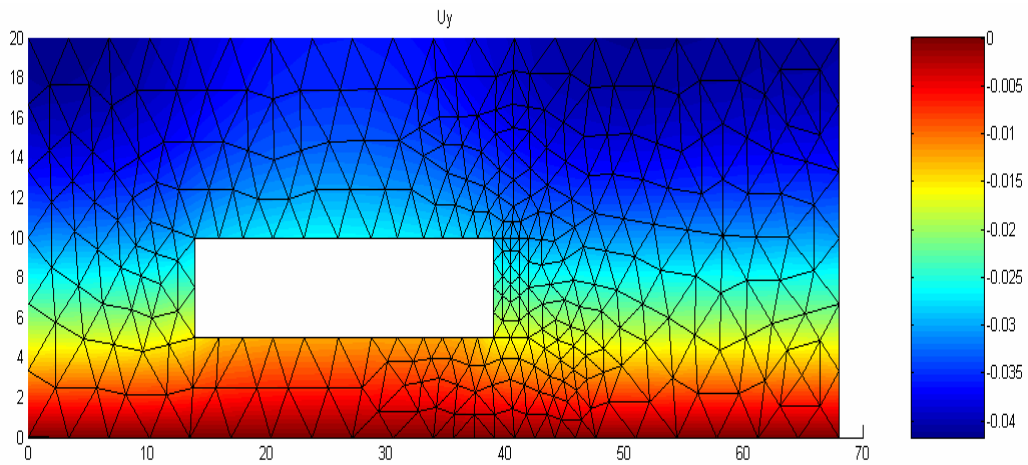


Σχήμα 6.2 : Η κατακόρυφη τροπή στο πρώτο στάδιο εκσκαφής

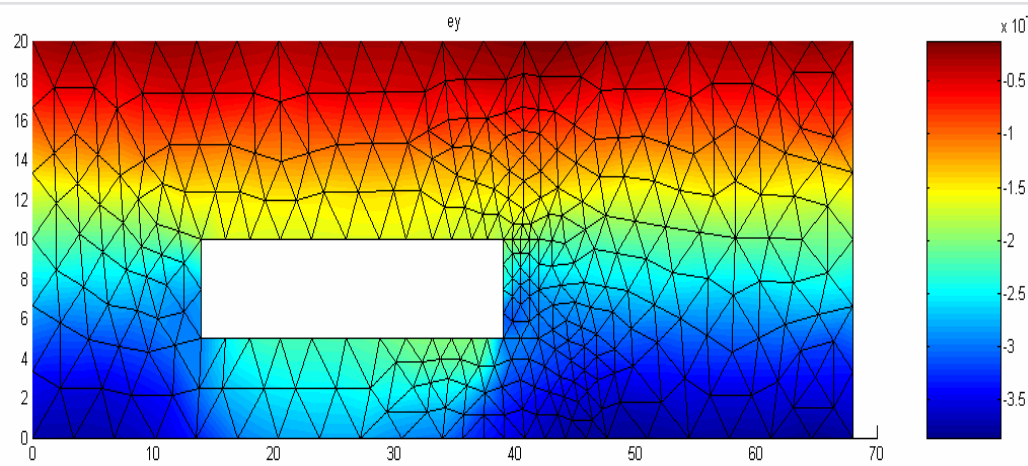


Σχήμα 6.3 : Η κατακόρυφη τάση στο πρώτο στάδιο εκσκαφής

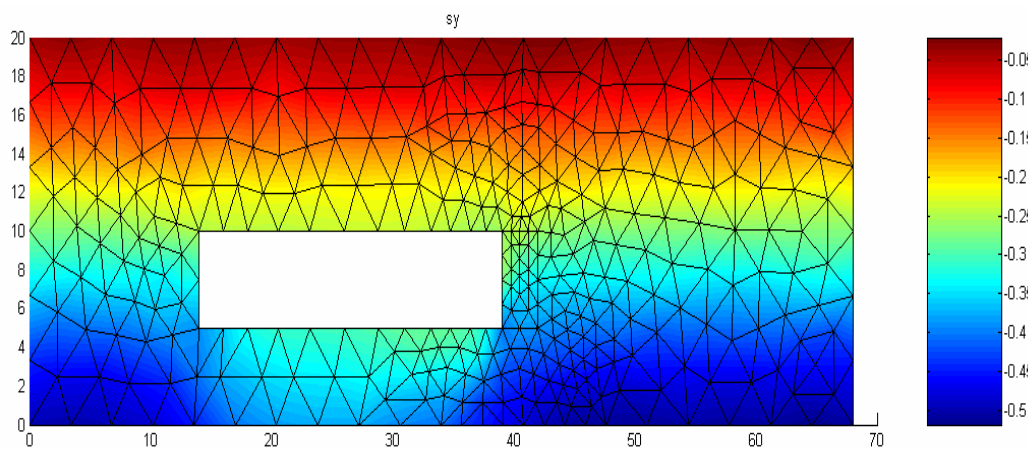
για το δεύτερο στάδιο :



Σχήμα 6.4 : Η κατακόρυφη μετατόπιση στο δεύτερο στάδιο εκσκαφής

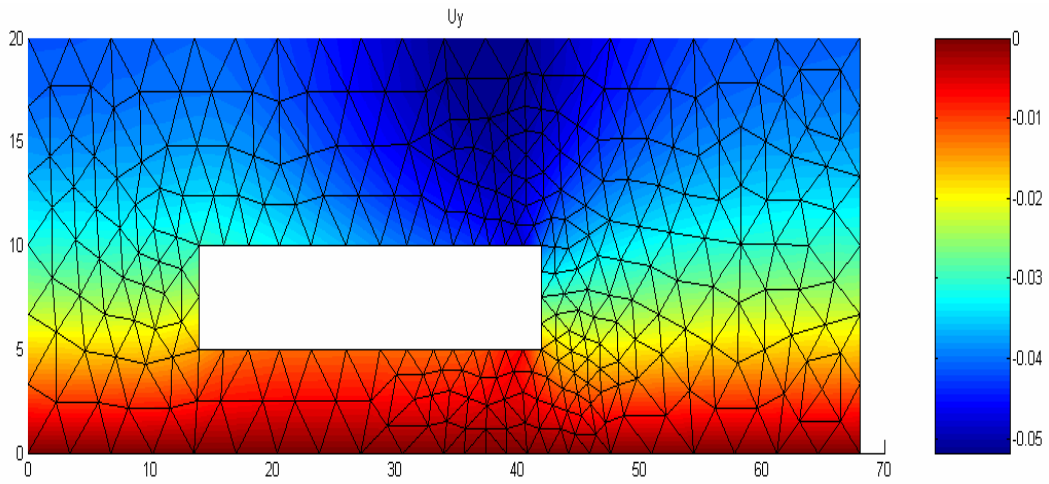


Σχήμα 6.5 : Η κατακόρυφη τροπή στο δεύτερο στάδιο εκσκαφής

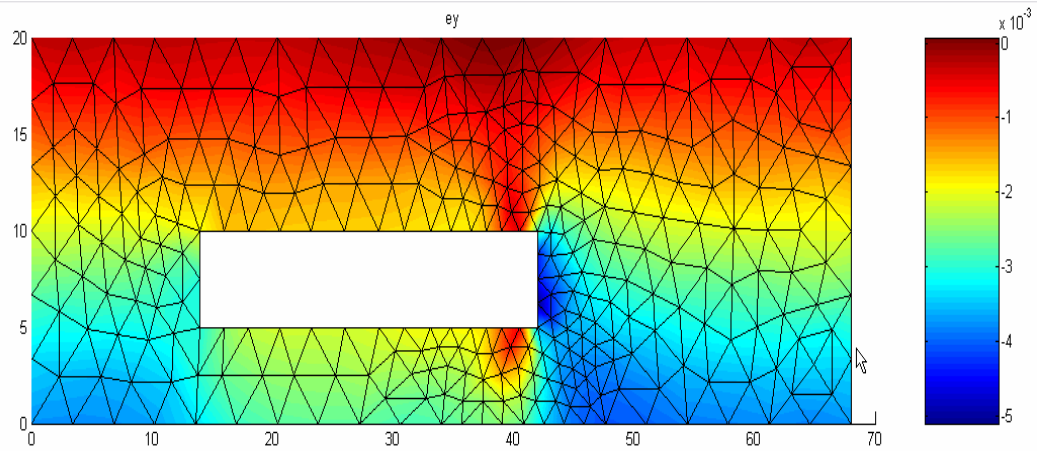


Σχήμα 6.6 : Η κατακόρυφη τάση στο δεύτερο στάδιο εκσκαφής

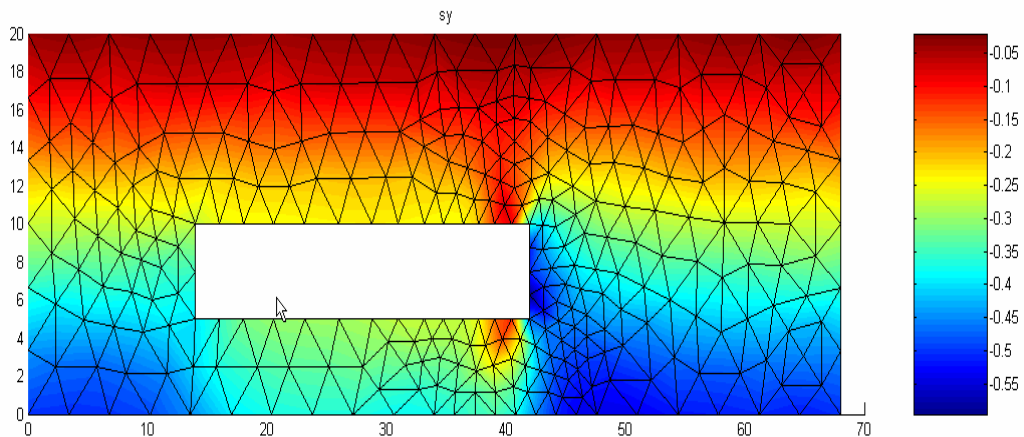
για το τρίτο στάδιο :



Σχήμα 6.7 : Η κατακόρυφη μετατόπιση για το τρίτο στάδιο εκσκαφής

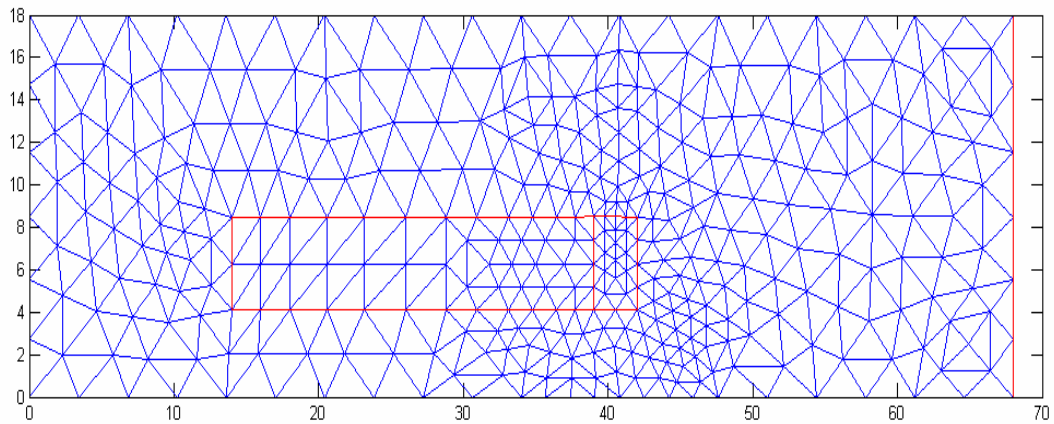


Σχήμα 6.8 : Η κατακόρυφη τροπή για το τρίτο στάδιο εκσκαφής

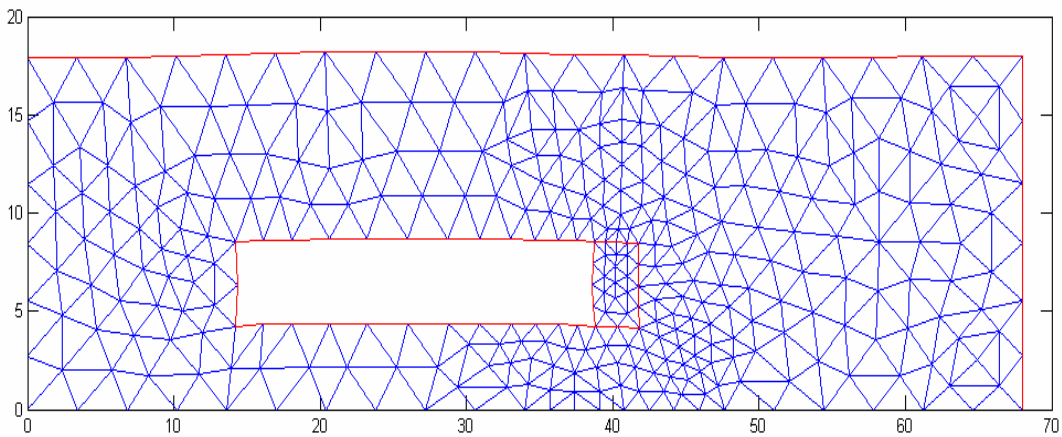


Σχήμα 6.9 : Η κατακόρυφη τάση για το τρίτο στάδιο εκσκαφής

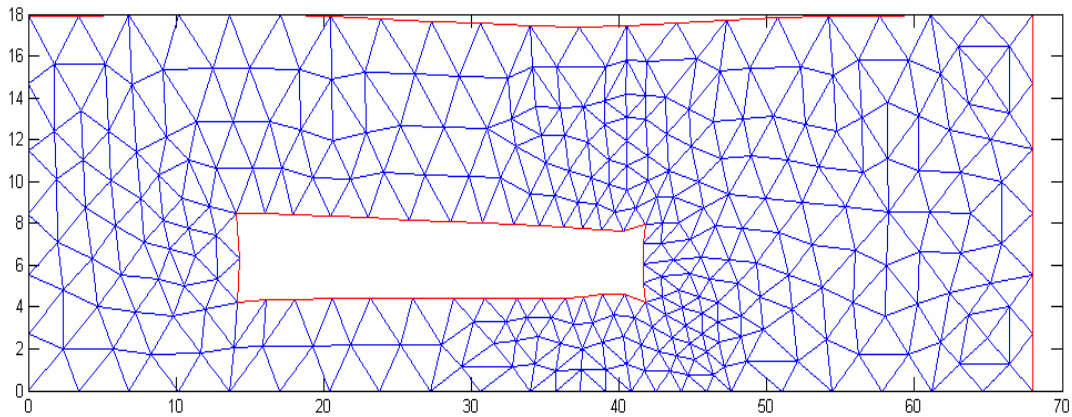
Η μορφή που έχει πάρει το μοντέλο μετά την επίλυση στα τρία στάδια είναι η ακόλουθη. Πρέπει να σημειωθεί ότι, επειδή οι μετατοπίσεις είναι μικρές σε σχέση με τις διαστάσεις του πεδίου, έχουν πολλαπλασιαστεί με έναν συντελεστή $r = 50$, ώστε να απεικονίζονται καλύτερα στο γράφημα.



Σχήμα 6.10 : Απεικόνιση της παραμορφωσιακής κατάστασης στο πρώτο στάδιο



Σχήμα 6.11 : Απεικόνιση της παραμορφωσιακής κατάστασης στο δεύτερο στάδιο

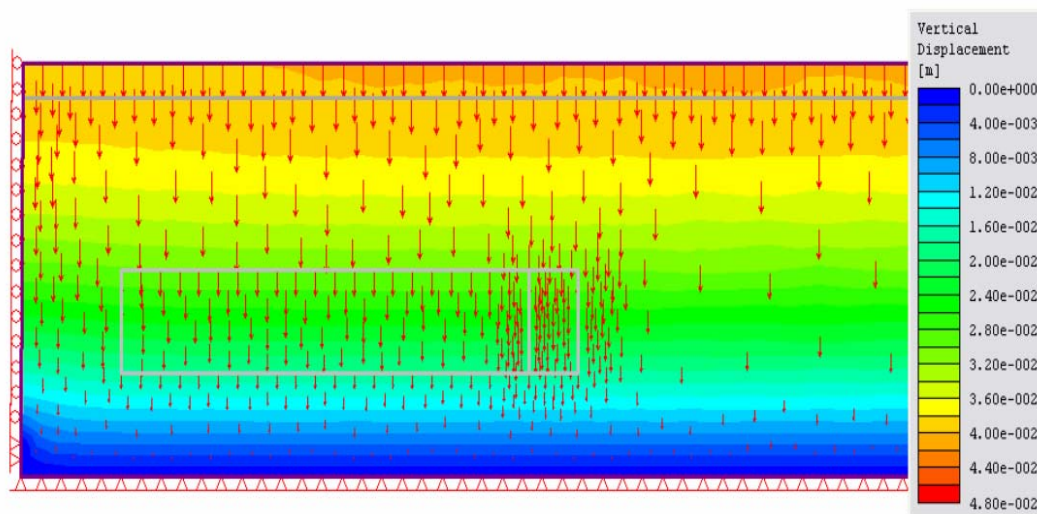


Σχήμα 6.12 : Απεικόνιση της παραμορφωσιακής κατάστασης στο τρίτο στάδιο

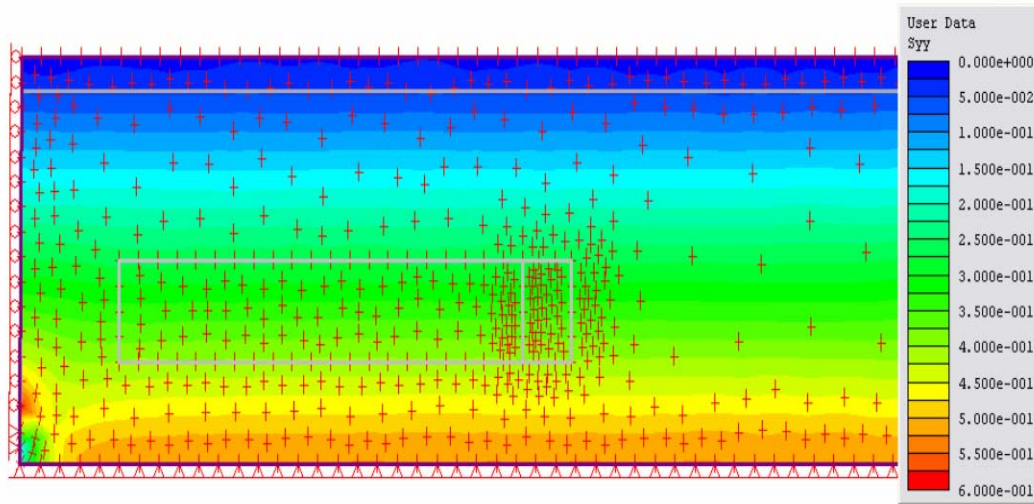
Σύγκριση με το πρόγραμμα PHASES

Τα αποτελέσματα του κώδικα που δημιουργήθηκε στο Matlab, συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα που εξάγει το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων PHASES, για την ίδια γεωμετρία και τα ίδια ακριβώς δεδομένα εισόδου (βλ. § 6.1). Τα αντίστοιχα αποτελέσματα του PHASES είναι τα εξής :

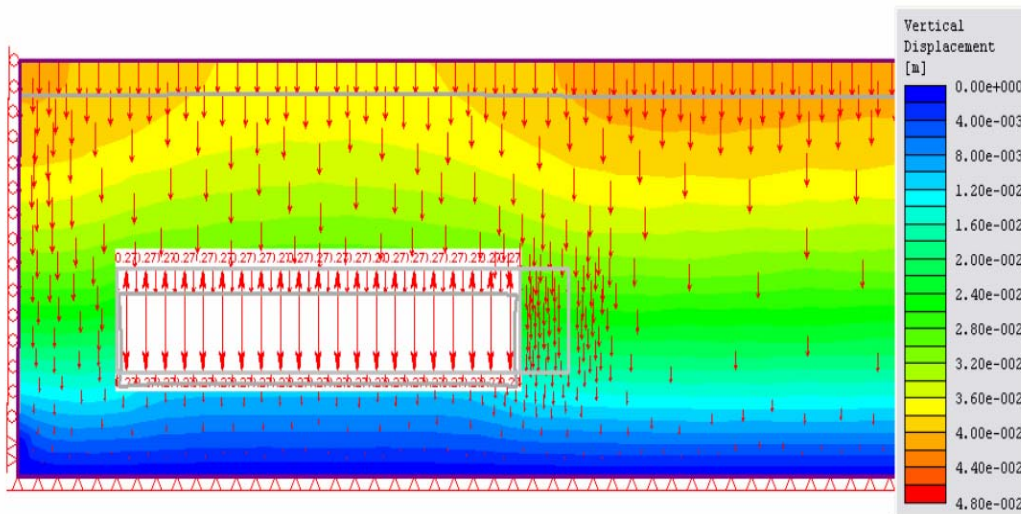
για το πρώτο στάδιο :



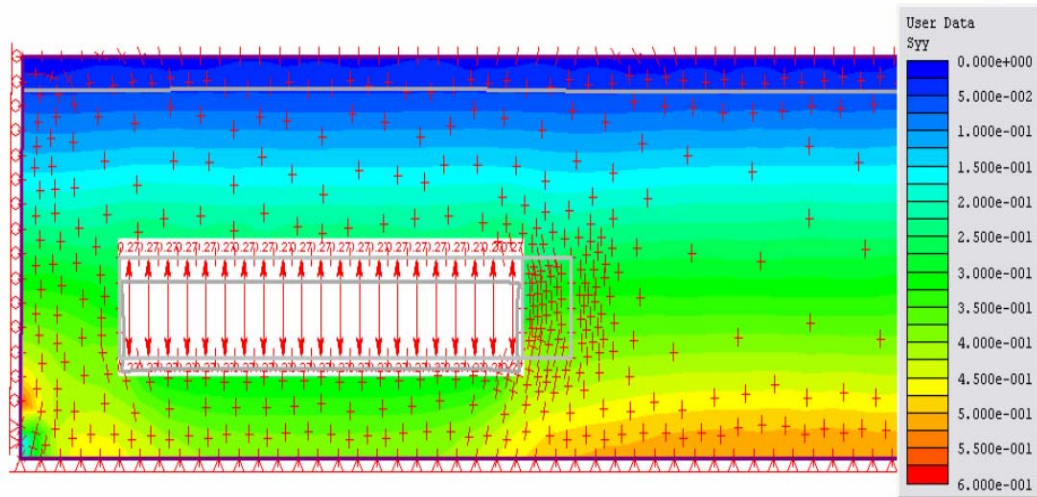
Σχήμα 6.13 : Η κατακόρυφη μετατόπιση για το πρώτο στάδιο εκσκαφής (PHASES)



Σχήμα 6.14 : Η κατακόρυφη τάση για το πρώτο στάδιο εκσκαφής (PHASES) για το δεύτερο στάδιο :

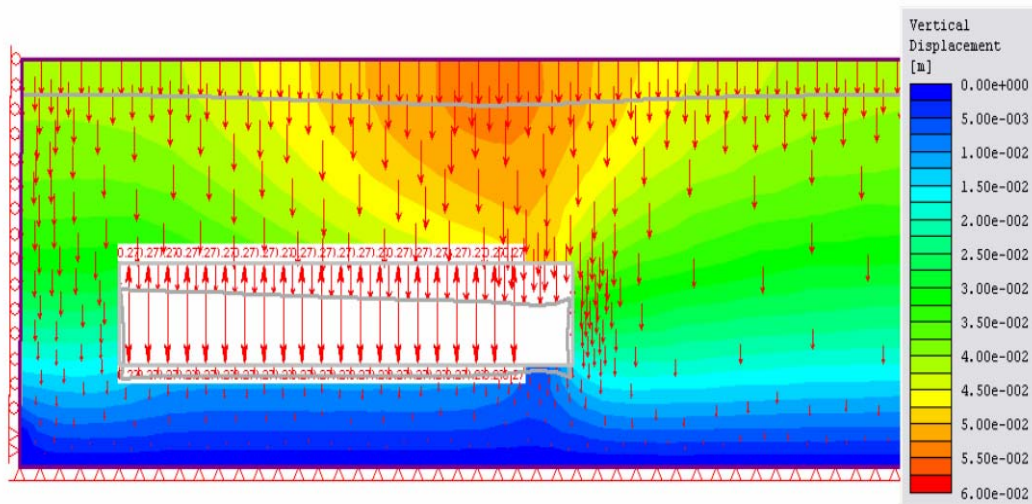


Σχήμα 6.15 : Η κατακόρυφη μετατόπιση για το δεύτερο στάδιο εκσκαφής (PHASES)

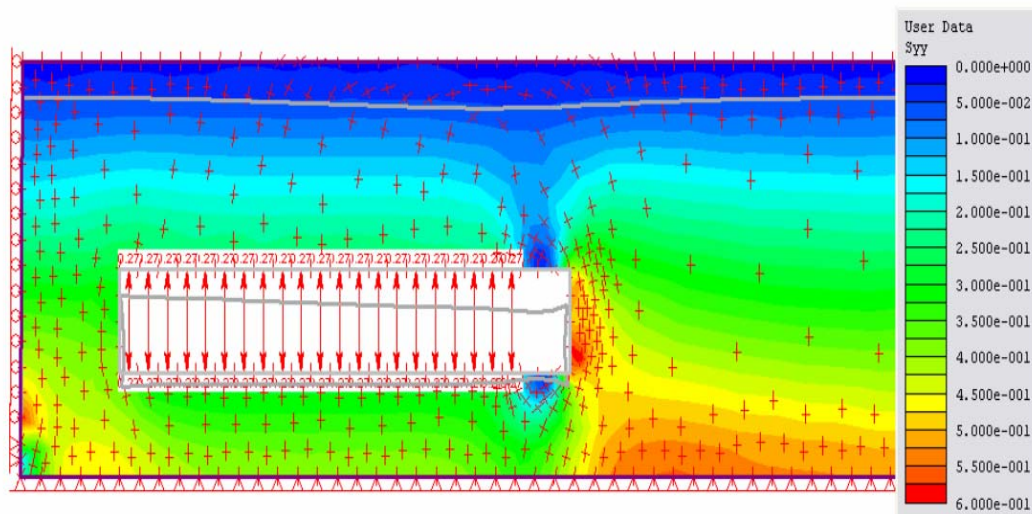


Σχήμα 6.16 : Η κατακόρυφη τάση για το δεύτερο στάδιο εκσκαφής (PHASES)

Για το τρίτο στάδιο :



Σχήμα 6.17 : Η κατακόρυφη μετατόπιση για το τρίτο στάδιο εκσκαφής (PHASES)



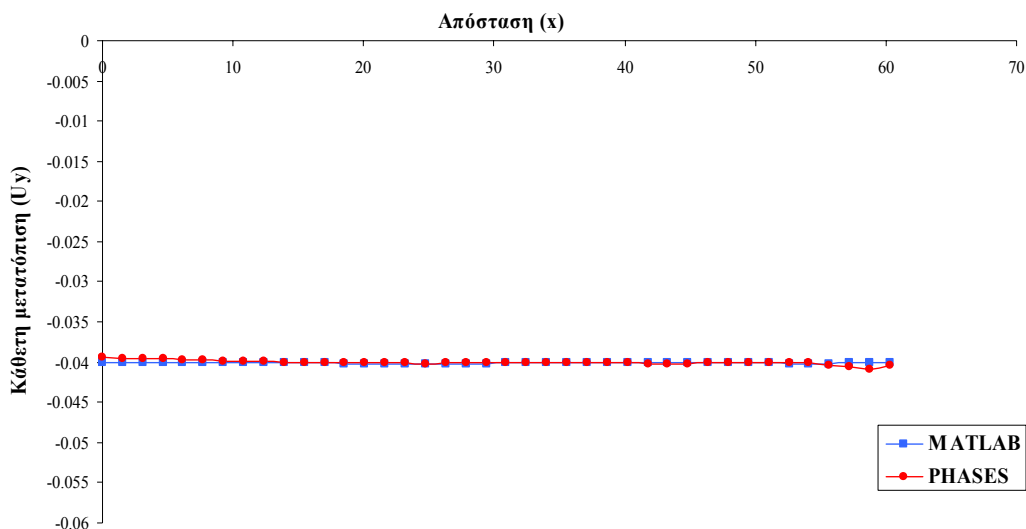
Σχήμα 6.18 : Η κατακόρυφη τάση για το τρίτο στάδιο εκσκαφής (PHASES)

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των κατακόρυφων μετατοπίσεων συναρτήσει της απόστασης x . Οι γραμμές δειγματοληψίας των μετατοπίσεων είναι κατά μήκος της επιφάνειας του εδάφους, και κατά μήκος της στέγης του υπόγειου ανοίγματος. Η δειγματοληψία έγινε τόσο στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων του Matlab, όσο και στο πρόγραμμα PHASES.

Στις γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν γίνεται σύγκριση των τιμών των μετατοπίσεων στις γραμμές δειγματοληψίας κατά στάδιο εκσκαφής.

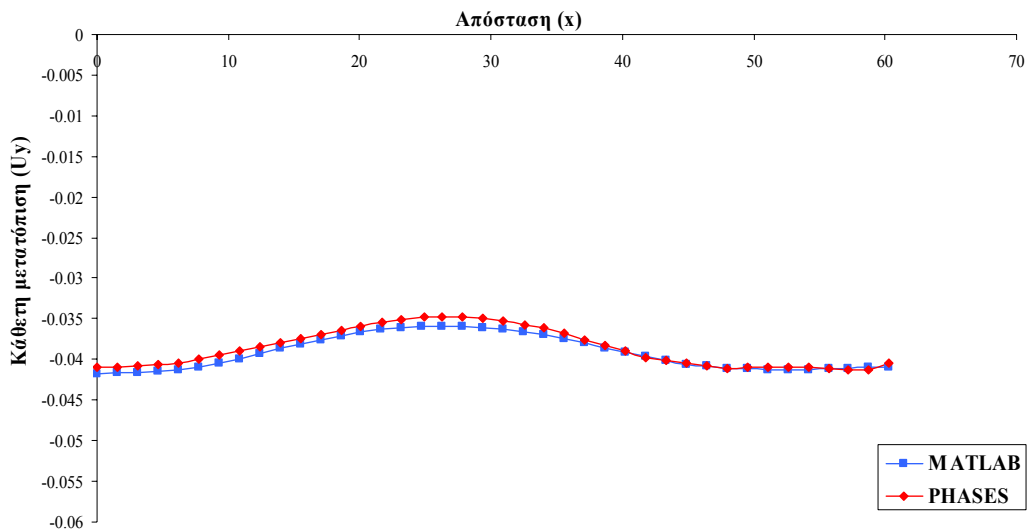
για την γραμμή δειγματοληψίας στην επιφάνεια του εδάφους

- πρώτο στάδιο εκσκαφής :



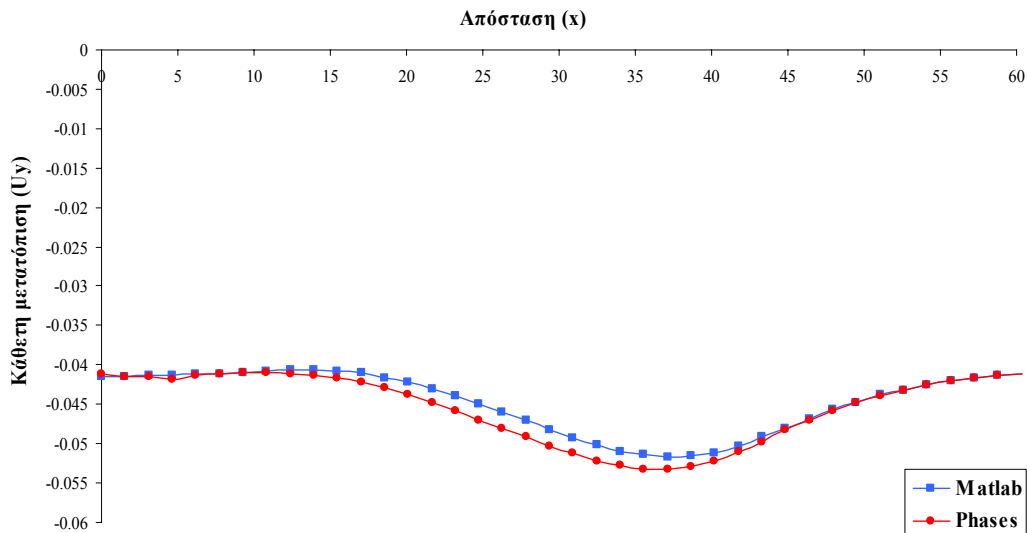
Σχήμα 6.19 : Γραφική παράσταση της κατακόρυφης μετατόπισης συναρτήσσει της απόστασης x στην επιφάνεια του εδάφους (πρώτο στάδιο)

- δεύτερο στάδιο εκσκαφής :



Σχήμα 6.20 : Γραφική παράσταση της κατακόρυφης μετατόπισης συναρτήσσει της απόστασης x στην επιφάνεια του εδάφους (δεύτερο στάδιο)

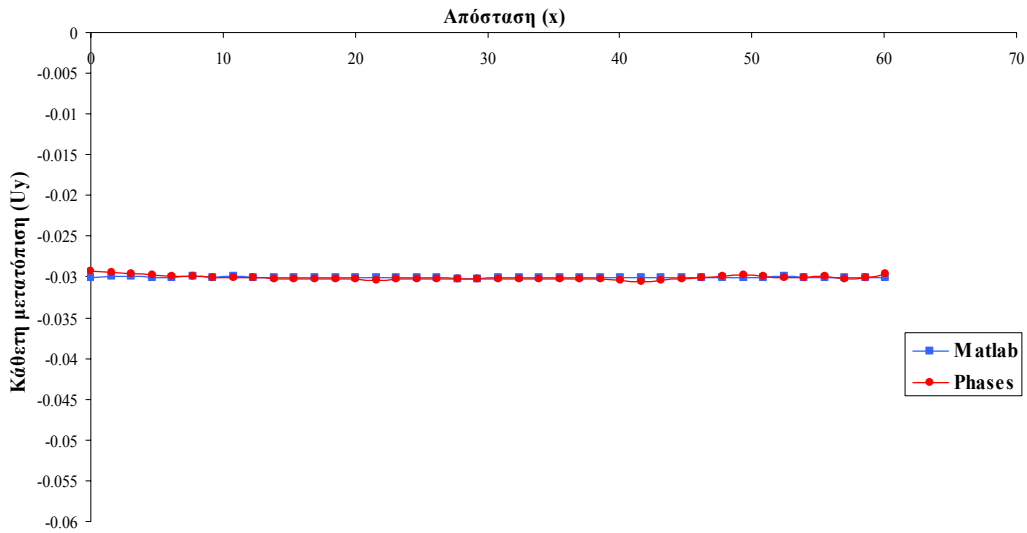
- τρίτο στάδιο εκσκαφής :



Σχήμα 6.21 : Γραφική παράσταση της κατακόρυφης μετατόπισης συναρτήσσει της απόστασης x στην επιφάνεια του εδάφους (τρίτο στάδιο)

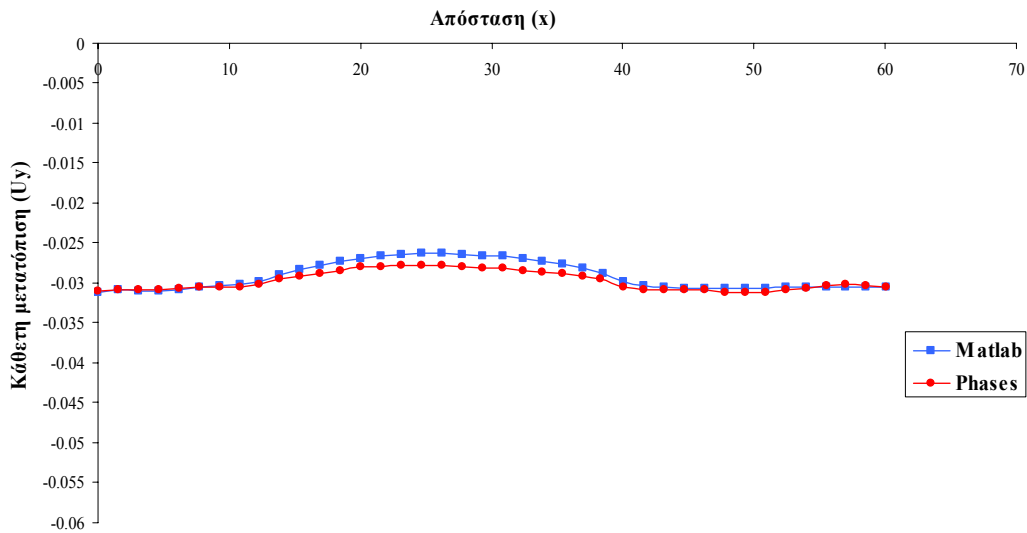
για την γραμμή δειγματοληψίας στην στέψη του ανοίγματος :

- πρώτο στάδιο εκσκαφής :



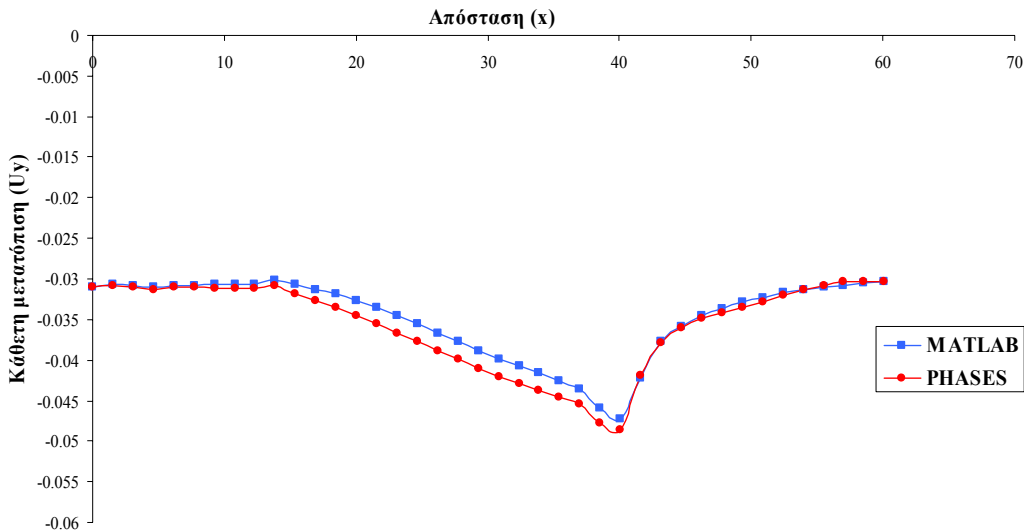
Σχήμα 6.22 : Γραφική παράσταση της κατακόρυφης μετατόπισης συναρτήσει της απόστασης x στην στέψη του ανοίγματος (πρώτο στάδιο)

- δεύτερο στάδιο εκσκαφής :



Σχήμα 6.23 : Γραφική παράσταση της κατακόρυφης μετατόπισης συναρτήσει της απόστασης x στην στέψη του ανοίγματος (δεύτερο στάδιο)

- τρίτο στάδιο εκσκαφής :



Σχήμα 6.24 : Γραφική παράσταση της κατακόρυφης μετατόπισης συναρτήσει της απόστασης x στην στέψη του ανοίγματος (τρίτο στάδιο)

Παρατηρήσεις

Συγκρίνοντας, με την βοήθεια του χρωματικού κώδικα, τις απεικονίσεις του πεδίου των δυο προγραμμάτων (Matlab και PHASES), που παρουσιάστηκαν στις παραγράφους 6.1 και 6.2, παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος που κατασκευάστηκε (Matlab), δημιουργεί αποτελέσματα που προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα αντίστοιχα του προγράμματος PHASES.

Η παρατήρηση αυτή θεμελιώνεται και από την σύγκριση, στην ενότητα 6.3, των γραφικών παραστάσεων των κάθετων μετατοπίσεων (vertical displacements) στις γραμμές δειγματοληψίας για όλα τα στάδια εκσκαφής.

Ωστόσο, εντοπίζονται κάποιες ευδιάκριτες διαφορές στις τιμές των μετατοπίσεων ανάμεσα στα δυο προγράμματα. Οι διαφορές αυτές, όμως, είναι της τάξης των χιλιοστών (mm). Προφανώς, οφείλονται στην διαφορετικότητα του PHASES με τον αλγόριθμο που κατασκευάστηκε στο Matlab, καθώς και στην διαφορετική διακριτοποίηση του πεδίου ανάμεσα στις δυο επιλύσεις του προβλήματος.

Στα σχήματα 6.10, 6.11 και 6.12 παρατηρείται η παραμορφωσιακή κατάσταση που έχει επέλθει μετά από την φόρτιση σε κάθε στάδιο. Στο πρώτο στάδιο η παραμόρφωση είναι ομοιόμορφη, κατά μήκος του άξονα x, καθώς δεν υπάρχει διάρρηξη στο γεωϊλικό. Στο δεύτερο στάδιο η παραμόρφωση συνεχίζεται και η μικρή ανύψωση πάνω από το άνοιγμα οφείλεται στην επιβολή δυνάμεων στήριξης στην οροφή του υπογειου ανοίγματος. Στο τρίτο στάδιο η καθίζηση και η αστοχία του ανοίγματος είναι ακόμα εντονότερη, κυρίως στο ανυποστήρικτο τμήμα που εκσκάπτεται στο στάδιο αυτό.

Τα ίδια χαρακτηριστικά παρουσιάζονται και στις γραφικές παραστάσεις (βλ. § 6.3).

Συμπεράσματα

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων, όπως και άλλες παρόμοιες αριθμητικές μέθοδοι, αποτελεί πλέον ένα ισχυρό εργαλείο στα χέρια των μηχανικών, τόσο για την επίλυση, όσο και για την μοντελοποίηση προβλημάτων στην γεωμηχανική. Ένα από τα πολλά προβλήματα, είναι και η ανάλυση του εντατικοπαραμορφωσιακού πεδίου γύρω από την εκσκαφή υπόγειων ανοιγμάτων.

Τα μοντέλα τα οποία κατασκευάζονται για να προσομοιώσουν προβλήματα γεωμηχανικής δεν αναπαριστούν την πραγματικότητα αλλά δίνουν τα βασικά χαρακτηριστικά της μελετούμενης διαδικασίας που παίζουν σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό και την πρόβλεψη της μηχανικής συμπεριφοράς ενός έργου.

Βοηθάνε την διαίσθηση και τον τρόπο σκέψης του μηχανικού για την εύρεση καλύτερης λύσης με την αναγνώριση σημαντικών για το πρόβλημα φυσικών ποσοτήτων.

Βοηθάνε επίσης στην ανάδρομη ανάλυση επί τόπου μετρήσεων καθιζήσεων, συγκλίσεων και τάσεων στη γειτονιά υπόγειων έργων και κατόπιν στην εξαγωγή συμπερασμάτων ή και τιμών παραμέτρων του πετρώματος.

Αν και τα περισσότερα γεωυλικά έχουν συμπεριφορά κάθε άλλη παρά γραμμικά ελαστική, η επίλυση με την θεώρηση των γεωυλικών ως γραμμικά ελαστικά, ομογενή και ισότροπα θεωρήθηκε ως η απλούστερη για μια πρώτη προσέγγιση της μεθοδολογίας των πεπερασμένων στοιχείων και της εφαρμογής αυτών μέσω ενός υπολογιστικού προγράμματος όπως το Matlab.

Η δυσκολότερη διαδικασία ήταν η υπέρθεση των διαφορετικών σταδίων εκσκαφής των γεωυλικών όπου, λόγω της αλλαγής της γεωμετρίας του πεδίου σε κάθε στάδιο, άλλαζε ο αριθμός των στοιχείων του πλέγματος της τριγωνοποίησης και, κατά συνέπεια, η αρίθμηση των κόμβων των στοιχείων. Έτσι, έπρεπε να βρεθεί ο κατάλληλος τρόπος μεταφοράς των τιμών των τάσεων, των μετατοπίσεων, των τροπών και των δυνάμεων από στάδιο σε στάδιο.

Εκ των αποτελεσμάτων προκύπτει ότι σε μικρά βάθη, κι όταν η εκσκαφή γίνεται σε εδαφικό υλικό, η αυτοϋποστήριξη των υπόγειων ανοιγμάτων είναι αμελητέα, ο χρόνος ζωής είναι σημαντικά μικρός και επιπλέον, το εδαφικό υλικό πρέπει να θεωρηθεί ως ρέον.

Μπορεί να γίνει ακόμα καλύτερη απεικόνιση του μοντέλου του προβλήματος με

- μηδενισμό των τιμών των μετατοπίσεων κατά την υπέρθεση σταδίων
- προσομοίωση της υποστήριξης με χρήση μονοδιάστατων ελατηρίων

Βιβλιογραφία

- [1] Augarde, C.E., Lyamin, A.V. and Sloan, S.W., (2003), 'Stability of an undrained plane strain heading revisited', Computers and Geotechnics, No 30, pp. 419-430.
- [2] Chen, W.F. and Han, D.J., (1988), 'Plasticity for Structural Engineers', Springer – Verlag New York Inc.
- [3] Chung, J.L., Bing, R.W. and Shean, Y.C., (1999), 'Soil movements around a tunnel in soft soils', Proceedings, National Science Council of R.O.C., Vol. 23, No. 2, pp. 235-247.
- [4] Davis, E.H., Gunn, M.J., Mair, R.J. and Seneviratne, H.N., (1980), 'The Stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material', Geotechnique, No 4, pp. 397-416.
- [5] Desheng, D. and Nguyen-Minh, D., (2003), 'Identification of rock mass properties in elasto-plasticity', Computers and Geotechnics, No 30, pp. 27-40.
- [6] Drescher, A., and Detournay, E., (1993), 'Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials', Geotechnique, No 43, pp. 443-456.
- [7] Fagan, M.J., (1992), 'Finite Element Analysis, Theory and Practice', Longman Group UK.
- [8] Fenner, R.T., (1975), 'Finite Element Methods for Engineers', Imperial College Press.
- [9] Gioda, G., and Locatelli, L., (1999), 'Back Analysis of the measurements during the excavation of a shallow tunnel in sand', International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 23, pp. 1407-1425.
- [10] Hinton, E. and Owen, D.R., (1980), 'An Introduction to Finite Element Computations', Pineridge Press
- [11] Hoek, E., (2004), 'Numerical modeling for shallow tunnels in weak rock', Last reviewed: April, 2004, <http://www.roscience.com>.
- [12] Jing, L., (2003), 'A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modeling for rock mechanics and rock engineering', International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, No 40, pp. 283-353.
- [13] Novaes De Rezendea, M. and Batista de Paiva, J., (2000), 'A parallel algorithm for stiffness matrix assembling in a shared memory environment', Computers and Structures, No 76, pp. 593-602.
- [14] Rao, S.S., (1989), 'The finite element method in engineering', 2nd Edition, Pergamon Press.

- [15] Reddy, J.N., (1984), 'An Introduction to the Finite Element Method', McGraw-Hill Inc.
- [16] Saouma, V.E., (2001), 'Lecture Notes: Finite Element II, Solid Mechanics', University of Colorado, U.S.A.
- [17] Smith, I.M., (1982), 'Programming the Finite Element Method with Application to Geomechanics', John Wiley & Sons Ltd.
- [18] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., (1989), 'The Finite Element Method', 4th edition, Vol.1, McGraw-Hill Book Company.
- [19] Εξαδάκτυλος, Γ., (2004), 'Εισαγωγή στη θεωρία ελαστικότητας και στη θραυστομηχανική', Πανεπιστημιακές Παραδόσεις, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
- [20] Φούντας, Γ.Χ., (2003), 'Πεπερασμένα Στοιχεία με το MATLAB', Εκδόσεις Fountas, Αθήνα.